

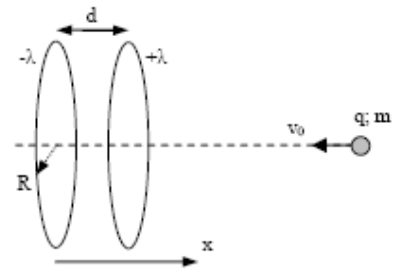
Testi degli esercizi tratti da temi d'esame di anni precedenti

1. Si considerino due anelli uniformemente carichi con densità lineare di carica $-\lambda$ e $+\lambda$. Entrambi gli anelli hanno raggio R e si trovano a distanza $d = R$ l'uno dall'altro. Supponendo che l'anello carico negativamente sia posto nella posizione $x = 0$, calcolare

- a) l'espressione del potenziale e del campo elettrico generati dai due anelli sul loro asse a distanza $x > d$.

Una particella di carica q e massa m viene sparata dall'infinito con velocità iniziale v_0 in direzione dei due anelli. Calcolare

- b) la velocità iniziale v_0 della particella perché si fermi in $x = 2R$.



$$[V = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{R^2 + (x-R)^2}} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right);$$

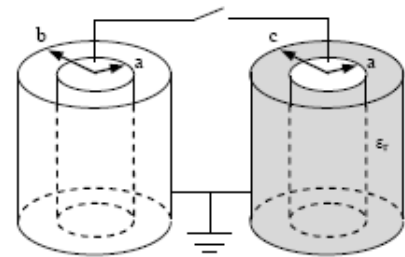
$$E_x = -\frac{dV}{dx} = \frac{\lambda R}{4\epsilon_0} \left(\frac{2(x-R)}{(R^2 + (x-R)^2)^{3/2}} - \frac{2x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \right); v = \sqrt{\frac{q\lambda}{m\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right)}$$

2. Si consideri un condensatore cilindrico di altezza $h = 30$ cm e raggio interno a ed esterno $b = 2a$;

- a) trascurando gli effetti di bordo, si calcoli la capacità del condensatore.

Il condensatore, inizialmente carico con una carica $q = 1$ μC , viene connesso come in figura ad un secondo condensatore analogo, di raggio interno a ed esterno $c = 3a$, tra le cui armature si trovi un materiale dielettrico avente permittività dielettrica relativa $\epsilon_r = 2$. Calcolare, a collegamento avvenuto

- b) come si redistribuisce la carica sui due condensatori;
c) la differenza di potenziale ai capi di entrambi.



$$[C_0 = 2\pi\epsilon_0 \frac{h}{\ln 2} = 24.0 \text{ pF}; C_d = 2\pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{h}{\ln 3} = 30.3 \text{ pF};$$

$$q_0 = \frac{1/C_d}{1/C_0 + 1/C_d} q = 442 \text{ nC}; q_d = \frac{1/C_0}{1/C_0 + 1/C_d} q = 558 \text{ nC}; \Delta V = \frac{q}{C_{eq}} = \frac{q}{C_0 + C_d} = 18.4 \text{ kV}]$$

4. Un elettrone ($m = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg; $q = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C) viaggia con velocità $v = 2$ km/s in una regione (1) sede di un campo magnetico B (di modulo e direzione ignoti) e di un campo elettrico E (di modulo 100 V/m e diretto come in figura). Calcolare:

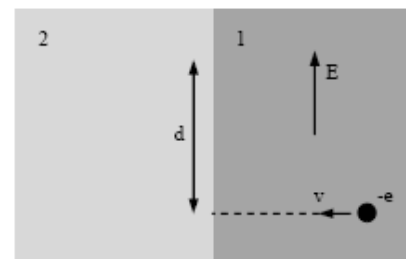
- a) modulo, direzione e verso di B affinché l'elettrone si muova su una traiettoria rettilinea.

L'elettrone entra poi in una regione (2), sede del solo campo magnetico appena calcolato. Determinare:

- b) il modulo della forza che agisce sull'elettrone una volta che questo sia entrato nella regione (2);
c) quale traiettoria segue la particella nella regione (2) ed a quale distanza d rispetto al punto di ingresso ne esce;
d) il modulo e la direzione della forza che agisce sull'elettrone una volta che sia rientrato nella regione (1).

$$[B \text{ entrante}; B = \frac{E}{v} = 50 \text{ mT}; F_m = qvB = 16 \cdot 10^{-18} \text{ N verso l'alto};$$

$$\text{moto circolare uniforme; } d = 2 \frac{mv}{qB} = 455 \text{ nm}; F_{out} = 2qvB = 32 \cdot 10^{-18} \text{ N verso il basso}]$$



1. Si consideri il sistema composto da due cilindri metallici coassiali indefinitamente lunghi, di raggi $a = 0.5 \text{ cm}$ e $2a$, rispettivamente (si trascuri lo spessore dei cilindri). Su di essi è presente una densità superficiale di carica di uguale modulo $\sigma = 3 \text{ nC/cm}^2$ ma segno opposto (positiva sul cilindro interno).

a) Si determini l'espressione del vettore campo elettrico \vec{E} in tutto lo spazio.

b) Si calcoli la differenza di potenziale tra i due cilindri.

Un elettrone (carica $-e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$) si trova nella regione compresa tra i due cilindri e percorre un'orbita circolare uniforme in un piano ortogonale all'asse dei cilindri (con centro sull'asse).

c) Si determini l'espressione dell'energia cinetica dell'elettrone, mostrando che essa non dipende dalla distanza dai cilindri.

d) Si calcoli il valore di tale energia cinetica, esprimendola in eV.

3. Una spira quadrata di lato $L = 5 \text{ cm}$ è percorsa dalla corrente $i_s = 4 \text{ A}$. Complanare alla spira e alla distanza $d = 20 \text{ cm}$ da uno dei suoi lati, cui risulta parallelo, un filo rettilineo indefinito è percorso dalla corrente $i_f = 10 \text{ A}$, in modo che essa abbia verso opposto alla direzione di i_s nel lato più vicino della spira.

a) Si scelga un opportuno sistema di riferimento e si scriva l'espressione del campo generato in tutto lo spazio dal solo filo.

b) Ricavare l'espressione della forza risultante agente sulla spira a causa dell'interazione con il filo, specificando se essa sia di tipo attrattivo o repulsivo rispetto ad esso, e calcolarne il modulo.

c) Scrivere l'espressione del momento di dipolo magnetico associato alla spira nel sistema di riferimento scelto e calcolarne il modulo.

d) Calcolare il lavoro necessario per ruotare la spira di 180° attorno a un asse parallelo al filo e passante per il centro della spira.

1. Considerare le seguenti affermazioni e dire se sono vere o false, giustificando la risposta.

a) Le linee di forza di un campo elettrostatico sono sempre ortogonali alla superficie di un conduttore isolato carico all'equilibrio elettrostatico.

b) Le linee di forza di un campo elettrostatico non possono mai essere ortogonali alla superficie di un dielettrico polarizzato a contatto con l'aria.

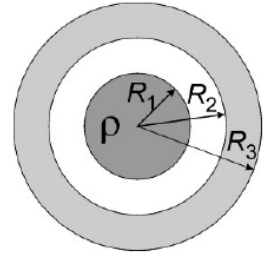
c) Il vettore induzione magnetica \mathbf{B} è sempre solenoidale.

d) Se una regione dello spazio è sede di un campo elettrostatico \mathbf{E} , la divergenza di \mathbf{E} non può essere nulla nei punti di tale regione.

3. Un condensatore isolato di capacità C_1 è inizialmente carico con una carica Q sulle armature. Successivamente questo condensatore viene collegato con un altro condensatore, inizialmente scarico, di capacità C_2 in modo da formare un circuito chiuso. Trovare : a) la carica Q_1 e Q_2 sui condensatori così collegati; b) l'energia elettrostatica dell'insieme dei due condensatori ; c) l'energia dissipata per effetto Joule nei fili metallici che connettono i condensatori a seguito di tale collegamento.

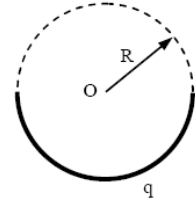
2) Una corrente stazionaria I scorre in un conduttore cilindrico infinitamente esteso parallelamente all'asse ed è uniformemente distribuita nella sezione. Il raggio della sezione del conduttore è $R = 1.5 \text{ cm}$ e sulla superficie del conduttore il campo di induzione magnetica vale $B_p = 2.5 \text{ mT}$. Determinare : a) l'espressione e il valore numerico dell'intensità di corrente I e della densità di corrente \mathbf{J} ; b) l'espressione e il valore numerico di \mathbf{B} a una distanza $d = 0.5 \text{ cm}$ dall'asse del filo ; specificare anche la direzione e il verso di \mathbf{B} . $[\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}]$

1. Una carica positiva è distribuita uniformemente con densità volumetrica $\rho > 0$ in una sfera di raggio R_1 . La distribuzione di carica è circondata da un guscio sferico conduttore neutro di raggio interno R_2 e raggio esterno R_3 , come mostrato in figura.



- Scrivere l'espressione vettoriale del campo elettrico in tutto lo spazio.
- Calcolare la densità di carica presente sulla superficie esterna del guscio.
- Calcolare il valore del potenziale elettrostatico nel centro della sfera, avendo posto a zero il valore del potenziale all'infinito.
- Discutere come cambiano i risultati dei punti a) e b) nel caso in cui il conduttore venga collegato a massa.

1. Su una sbarretta piegata ad arco a forma di un semi-circonferenza di centro O e raggio $R = 10$ cm, come in figura, è distribuita uniformemente una carica $q = 40$ pC:



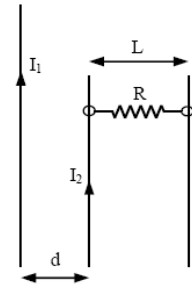
- quanto vale il campo elettrico generato dall'arco nel punto O?
 - quanto vale il potenziale creato nel punto O, supposto nullo all'infinito?
- Si immagini ora di aggiungere una sbarretta uguale alla precedente (sia come forma geometrica che come carica presente su di essa), in modo da completare un'intera circonferenza centrata in O:
- quanto valgono ora il campo elettrico e il potenziale nel punto O?
 - qual è il lavoro necessario per portare da una distanza infinita una particella di carica $q_0 = 1$ pC nel punto O, con velocità finale nulla?

$$[E_y(0) = \frac{q}{2\epsilon_0(\pi R)^2} = 22.9 \text{ N/C}; V(0) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} = 3.6 \text{ V}; V_{\text{tot}}(0) = 2V(0) = 7.2 \text{ V}; V_{\text{tot}}(0) = 2V(0) = 7.2 \text{ V};$$

$$W_{\text{ext}} = q_0 V_{\text{tot}}(0) = 7.2 \text{ pJ}]$$

2. Un filo infinito posto verticalmente è percorso dalla corrente $I_1 = 40$ A;
- si scriva, scelto un opportuno sistema di riferimento, l'espressione del campo magnetico generato dal filo nel piano del foglio (vedi figura).

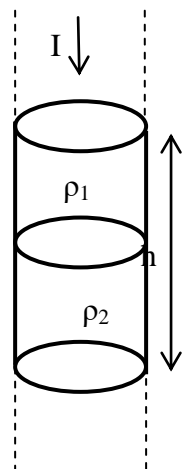
Un secondo filo lungo $L = 20$ cm, avente massa $m = 200$ μg e resistenza $R = 3$ Ω , è posto radialmente al primo, ed è connesso tramite due fili conduttori verticali infiniti, fissati nello spazio, ad un generatore; l'estremo di sinistra del secondo filo (vedi figura) si trova ad una distanza $d = 1$ mm dal primo filo.



- qual è la corrente I_2 che il generatore deve far circolare ai capi della resistenza (si trascuri il campo magnetico creato dai due fili verticali percorsi dalla corrente I_2)?
- quale sarà in questo caso la potenza dissipata per effetto Joule?

$$[B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}; F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln\left(\frac{d+L}{d}\right); I_2 = \frac{2\pi mg}{\mu_0 I_1 \ln\left(\frac{d+L}{d}\right)} = 46.2 \text{ A}; P = R I_2^2 = 6.4 \text{ kW}]$$

2. Due conduttori metallici cilindrici di sezione A e resistività ρ_1 e ρ_2 sono posti in serie e sono percorsi dalla stessa corrente stazionaria I , distribuita con densità uniforme.



- Ricavare l'espressione dei campi elettrici \mathbf{E}_1 ed \mathbf{E}_2 presenti nei due conduttori.
- Ricavare l'espressione della carica elettrica totale contenuta nel volume di lunghezza h (vedi figura) usando la legge di Gauss.

3. Un condensatore a facce piane e parallele è riempito uniformemente con un dielettrico omogeneo e lineare di costante dielettrica ϵ_r . La densità superficiale di carica sulle armature è $\sigma = 9 \cdot 10^{-10} \text{ C/m}^2$ e la densità di carica di polarizzazione sulla superficie del dielettrico è $\sigma_p = 5 \cdot 10^{-10} \text{ C/m}^2$. Determinare :

- i vettori campo elettrico \mathbf{E} , polarizzazione \mathbf{P} e spostamento elettrico \mathbf{D} , specificando modulo, direzione e verso;
- la costante dielettrica relativa ϵ_r .

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$$

4. a) Enunciare le equazioni di Maxwell per il campo magnetostatico in vuoto in forma integrale e differenziale e discuterne il significato fisico.

b) Considerare il seguente campo vettoriale \mathbf{B} , le cui componenti cartesiane sono : $B_x = -ay/2$, $B_y = ax/2$, $B_z = 0$. Dire se tale campo vettoriale può essere un campo magnetico.

1) Due sfere metalliche hanno raggi rispettivamente pari ad R_1 ed R_2 . La prima sfera viene caricata con una carica Q ed è portata a contatto con la seconda sfera, inizialmente scarica. Successivamente, le due sfere vengono allontanate e portate a una distanza D l'una dall'altra, in modo da trascurare fenomeni di induzione elettrostatica. Si calcoli la forza che si esercita tra le due sfere, e si deduca per quale valore del rapporto R_1/R_2 tale forza è massima.

1. Si consideri una carica $q = 1 \mu\text{C}$ distribuita uniformemente su un'asta rettilinea di lunghezza $d = 3 \text{ mm}$:

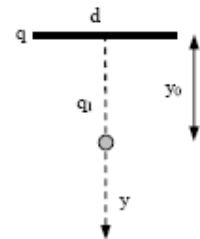
a) calcolare la forza elettrica esercitata su una carica $q_1 = 1 \text{ nC}$ posta sull'asse mediano dell'asta nel punto distante $y_0 = 1 \text{ cm}$ dall'asta.

Si sposti ora la carica q_1 , mantenendola sempre sull'asse mediano, ad una distanza $y_2 = 12 \text{ cm}$: calcolare, usando l'approssimazione $y_2 \gg d$

b) il lavoro esterno necessario per allontanare di $L = 1 \text{ mm}$ la carica q_1 .

$$[F = \frac{qq_1}{2\pi\epsilon_0 y_0} \frac{1}{\sqrt{d^2 + 4y_0^2}} = 88.9 \text{ mN}; y \gg d: F \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_1}{y^2};$$

$$W_{\text{ext}} = -W = \Delta U = \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{y_2} - \frac{1}{y_2 + L} \right) = -619 \text{ nJ}]$$



2. Enunciare e dimostrare il teorema di Ampere, utilizzando per risolvere l'esercizio seguente.

Si consideri un filo rettilineo indefinito orizzontale percorso da una corrente $I_1 = 3 \text{ A}$. Sopra di esso è sospeso un altro filo di materiale conduttore (densità $\rho_0 = 8920 \text{ kg/m}^3$, resistività $\rho_1 = 1.7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$) di lunghezza $L = 50 \text{ cm}$ e sezione circolare con diametro $d = 0.1 \text{ mm}$, ai cui capi è applicata una differenza di potenziale ΔV :

a) calcolare il potenziale ΔV affinché in condizione di equilibrio verticale il secondo filo sia distante $x = 1 \text{ cm}$ dal primo filo.

$$[m = \rho_0 L \pi \frac{d^2}{4} = 0.035 \text{ g}; R = \rho_1 \frac{L}{\pi \frac{d^2}{4}} = 1.08 \Omega;$$

$$F_{\text{peso}} = mg = \rho_0 L \pi \frac{d^2}{4} g = 0.34 \text{ mN}; F_{\text{magn}} = I_2 L B_1; B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2x} = 60 \mu\text{T}; \Delta V = \frac{\rho_0 \rho_1 L \pi g}{\mu_0 I_1} 2x = 12.4 \text{ V}]$$

1) Un gas perfetto monoatomico esegue un ciclo reversibile costituito dalle seguenti trasformazioni:

- AB isoterma di espansione alla temperatura T_1 ;
- BC politropica $pV^x = \text{costante}$ con aumento di volume;
- CD isoterma di compressione alla temperatura T_2 ;
- DA politropica $pV^x = \text{costante}$

Con $x \neq 1$ generico. Noti x , T_1 , T_2 ed il rapporto V_B/V_A si determini il rendimento del ciclo. Per quale valore di x il rendimento sarà massimo?

2) Una macchina termodinamica effettua un ciclo reversibile costituito da tre trasformazioni adiabatiche e tre isoterme, alle temperature $T_1 = -100^\circ\text{C}$, $T_2 = 100^\circ\text{C}$ e T_3 , rispettivamente.

Lungo le isoterme T_2 e T_3 la macchina assorbe la stessa quantità di calore. Si determini il valore di T_3 per il quale il rendimento del ciclo è del 30%.