Esercizi di Fisica svolti durante le esercitazioni

Vettori

1) Trovare l'angolo compreso tra due vettori, lunghi 10 e 15 unità, quando il loro risultante è lungo a) 20 unità; b) 12 unità (R. 75.5°; 127.1°)

2) Dimostrare che se i moduli della somma e della differenza di due vettori sono uguali, i vettori sono perpendicolari.

3) Dimostrare che, se $\mathbf{V}_1$, $\mathbf{V}_2$ e $\mathbf{V}_3$ hanno per somma zero, allora $\mathbf{V}_1 \times \mathbf{V}_3 = \mathbf{V}_3 \times \mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_2 \times \mathbf{V}_1$.

4) Assegnati i vettori $\vec{a} = \vec{u}_x + \vec{u}_y + \vec{u}_z$, $\vec{b} = 2\vec{u}_x - \vec{u}_y - \vec{u}_z$, $\vec{c} = 2\vec{u}_z - \vec{u}_y + \vec{u}_z$ e $\vec{d} = 4\vec{u}_x - 2\vec{u}_y + 2\vec{u}_z$, verifica che i vettori **a** e **b** sono ortogonali e che i vettori **c** e **d** sono paralleli.

5) Calcola il vettore $\vec{v}$ parallelo ad $\vec{a} = 4\vec{u}_x + \vec{u}_y + \vec{u}_z$ e avente modulo pari a 4. [$\vec{v} = \frac{8\sqrt{2}}{3}\vec{u}_x + \frac{2\sqrt{2}}{3}\vec{u}_y + \frac{2\sqrt{2}}{3}\vec{u}_z$]

6) Dimostra che i tre vettori $\vec{a} = 6\vec{u}_x - 4\vec{u}_y + 2\vec{u}_z$, $\vec{b} = 2\vec{u}_x - 6\vec{u}_y + 10\vec{u}_z$ e $\vec{c} = 4\vec{u}_x + 2\vec{u}_y - 8\vec{u}_z$ formano un triangolo rettangolo.

7) Un aeroplano viaggia per 400 km verso Ovest, quindi per 600 km in direzione Nord-Ovest, inclinato di 30° sull'asse Ovest-Est. Determina intensità e orientazione dello spostamento complessivo. [S = 967 km; α = 162°]

8) Dati i vettori:

A = 3**i** + 4**j** – 5**k**;   **B** = -**i** + **j** + 2**k**;

trovare modulo e direzione dei vettori **A + B** e **A – B** e l'angolo compreso tra **A** e **B**. [**A + B** = 2**i** + +5**j** -3**k**; A – B = 4**i** + 3**j** -7**k**; |**A+B**| = $\sqrt{38}$; |**A-B**| = $\sqrt{74}$; angolo: 121.3°]

Cinematica 1 D.

1) Una particella si muove lungo l'asse x in modo che la sua posizione è data da $x = 5\,t^2 + 1$, dove x è espresso in metri e t in secondi. Calcolare la sua velocità media nell'intervallo di tempo compreso tra: a) 2 e 3 s; b) 2 e 2,001 s; c) 2 e 2,00001 s. Calcolare anche la velocità istantanea dopo 2 s. [a) 25 m/s; b) 20.005 m/s; c9 20.00005 m/s. vel. ist: 20 m/s]

2) Un corpo si muove lungo l'asse x secondo la legge: x) $2t^3 + 5t^2 + 5$, dove x è espresso in metri e t in secondi. Trovare a) velocità ed accelerazione istantanee; b) posizione, velocità ed accelerazione per t = 2 s e 3 s; c) velocità ed accelerazione medie tra 2 e 3 s. [a) $v = 6t^2 + 10t$; $a = 12t + 10$; b) 41 m; 104 m; 44 m/s; 84 m/s; 34 m/s^2, 46 m/s^2; c) 63 m/s; 40 m/s^2].

3) Un punto materiale, che si muove lungo una traiettoria rettilinea, passa per l'origine del sistema di riferimento al tempo t_0 = 0.0 s con velocità $v_0 > 0.0\frac{m}{s}$. Per t > 0.0 s, la dipendenza dell'accelerazione dalla posizione è data dalla seguente relazione: $a = -Ax - B$ con A e B costanti positive. Determina la posizione in cui il corpo si arresta.

$$[\, x_1 = \frac{-B + \sqrt{B^2 + Av_0^2}}{A} \,]$$

4) Un punto materiale parte dall'origine del sistema di riferimento e propaga lungo una traiettoria rettilinea con velocità iniziale $v_0 = -2.0\frac{m}{s}$. Il sistema ha un'accelerazione che varia nel tempo secondo la legge: $a(t) = 0.10\frac{m}{s^3}t$. Calcola il tempo e la posizione di arresto. Trova, inoltre, l'istante di tempo in corrispondenza del quale il punto ripassa dall'origine del sistema di riferimento e la sua velocità in tale istante di tempo. Determina, infine, l'espressione della velocità media in funzione del tempo e confrontala con la media delle velocità istantanee valutate agli istanti iniziali e finali.

$$[\, t_1 = 6.3s; x_1 = -8.4m; t_2 = 11s; v_2 = 4.1\frac{m}{s}; v_{mvett} = v_0 + \frac{1}{6}kt^2 = \frac{2v_0 + v(t)}{3} \neq \frac{v_0 + v(t)}{2} \,]$$

5) Un calciatore si appresta a battere un calcio di rigore da un punto R a distanza d = 11 m dalla porta, larga 7.0 m. Sapendo che il portiere, alto h = 2.0 m (a braccia tese verso l'alto), può tuffarsi con una velocità iniziale 6.0 $\frac{m}{s}$, determina la velocità che il calciatore deve imprimere al pallone affinchè segni mettendo il pallone a fil di palo. Supponi che inizialmente il portiere si trovi al centro della porta. [$v = 46\frac{m}{s}$]

6) L'accelerazione di un corpo che si muove lungo l'asse x è $a = (4x - 2)$ m/s^2 , dove x è espresso in metri. Dati v_0 = 10 m/s e x_0 = 0 m, trovare la velocità in tutte le altre posizioni.
[$v = \sqrt{v_0^2 + 4(x^2 - x)}$]

Cinematica 2D

1) Un proiettile viene sparato da un'arma posta sulla superficie terrestre, con angolo di inclinazione $\theta = 20°$ e velocità iniziale v_0 = 100 m/s. Si trovi la gittata G. Se si volesse colpire un bersaglio posto a una quota y = 200 m e a distanza (orizzontale) x = 500 m dall'arma, come andrebbe inclinata quest'ultima? [G = 656 m; 76.7°]

2) Un proiettile viene sparato contro un bersaglio inizialmente posto ad un'altezza *h* e che viene fatto cadere contemporaneamente allo sparo. Si dimostri che la condizione affinchè il proiettile colpisca il bersaglio è che esso sia inizialmente puntato contro il bersaglio stesso.

3) Un saltatore con gli sci esce dal dente orizzontale di un trampolino con velocità 72 $\frac{km}{h}$. Trova la lunghezza L del salto e il modulo della velocità di arrivo v_a trascurando la resistenza dell'aria e la spinta di Archimede e schematizzando la pista di atterraggio con un piano inclinato di 30° rispetto all'orizzontale. Ricalcola le medesime grandezze fisiche supponendo che la parte finale del trampolino sia inclinata di 10° verso l'alto rispetto all'orizzontale. [L = 54.4 m; v_a 30.5 m/s; L= 68.8; v_a = 32.8]

4) Un disco avente raggio r = 1 m ruota con velocità angolare ω = 16 giri/minuto. Esso viene fermato in 7 s. Calcolare le accelerazioni normale e tangenziale di un punto sul bordo del disco all'istante t = 3 s. [0.91 m s^{-2}; 0.24 m s^{-2}]

5) Un punto materiale si muove su un cerchio con legge oraria: $s = At^3 + Bt^2$, con A = 1, B = 2. Trovare le unità di misura di A e B. s rappresenta l'arco di traiettoria percorso al tempo t. All'istante t = 2 s l'accelerazione totale vale 16√2 m s^{-2}; si calcoli il raggio del cerchio. [A: m s^{-3}; B: m s^{-2}; R = 25 m]

6) Sono date in funzione del tempo le coordinate di un punto materiale in movimento: $x(t) = t^2$, $y(t) = 2t$; $z(t) = 0$. Determina l'equazione cartesiana della traiettoria descritta dal corpo, l'accelerazione tangenziale, l'accelerazione normale e il raggio di curvatura. [$y = 2x^{0.5}$; $a_t = 2t/\sqrt{1+t^2}$; $a_n = \frac{2}{\sqrt{1+t^2}}$; $R = 2(1+t^2)^{1.5}$; in termini vettoriali: $\vec{a}_t = \frac{2t^2}{t^2+1}\vec{u}_x + \frac{2t}{t^2+1}\vec{u}_y ; \vec{a}_n = \frac{2}{t^2+1}\vec{u}_x - \frac{2t}{t^2+1}\vec{u}_y$]

7) Su una pista circolare di raggio R = 150 m un ciclista parte da fermo, si muove con accelerazione tangenziale costante fino al tempo t_1 in cui l'accelerazione forma un angolo di 45° con la velocità. Da questo istante di tempo il sistema mantiene una velocità di modulo costante pari a v_1. Sapendo che il ciclista impiega 2.00 min per fare il primo giro di pista, trova la lunghezza del tratto l_1, percorso fino all'istante di tempo t_1, e il valore della componente tangenziale dell'accelerazione all'istante di tempo t_1. [l_1 = 75 m; a_t = 0.479 m s^{-2}]

Dinamica del punto

1) La forza risultante su un punto materiale di massa m sia: $F = F_0 - kt$, essendo k ed F_0 delle costanti. Si trovi la legge oraria. [$x = x_0 + v_0 t + \frac{F_0}{2m}t^2 - \frac{k}{6}t^3$]

2) Un corpo di massa m è trascinato lungo un piano orizzontale scabro da una forza costante **F**, inclinata rispetto all'orizzontale di un angolo Θ. Il coefficiente di attrito dinamico è μ_d. Si determinino:

a) l'intensità della forza **F** affinchè il sistema si muova di moto rettilineo uniforme;
b) l'angolo Θ_0 per cui la forza necessaria è minima.

[$F = \frac{\mu mg}{\mu sin\theta + cos\theta}$; $tan\theta = \mu$]

3) Un grave di massa 1.00 kg si mantiene in equilibrio su un piano inclinato, purchè l'angolo di inclinazione non superi i 30°.

a) Si calcoli il coefficiente di attrito statico.
b) Quali sono, come sono dirette e qual è l'intensità delle diverse forze esterne che agiscono sul corpo se l'angolo di inclinazione è 15°?

[$\mu_s = 0.58$; peso: 9.8 N; reazione vincolare: 9.47 N; attrito: 2.54 N]

4) Un corpo di massa 10 kg deve essere calato dal secondo piano di una casa con una fune il cui carico di rottura è 70 N. Può essere calato con velocità costante? In caso negativo, con quale accelerazione può essere calato?

[No. a > 2.8 m s^{-2}]

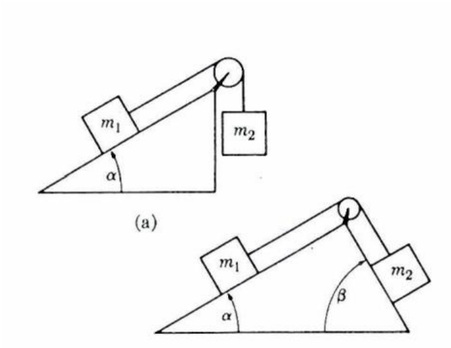
5) Un punto materiale inizialmente fermo in x_0 si muove in linea retta sotto l'azione della forza $F = -k/x^2$. Si trovi la velocità in funzione della posizione.

[$v = \sqrt{\frac{2k}{m}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x_0}\right)}$]

6) Un corpo scivola senza rotolare lungo un piano inclinato scabro che forma un angolo di 45° rispetto all'orizzontale, fino a raggiungere un piano orizzontale anch'esso scabro. Il corpo parte con velocità nulla da una posizione a quota 5.00 m rispetto alla base del piano orizzontale. Sapendo che il coefficiente di attrito dinamico di entrambi i piani vale 0.500, trova in quale posizione del piano si arresta il corpo.

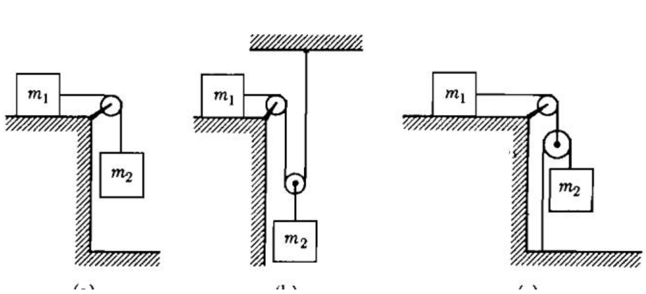
[a 5 m dalla base del piano inclinato]

7) Determinare l'accelerazione con cui si muovono i corpi rappresentati in figura e le tensioni dei fili (privi di massa e inestensibili). Supporre nulli tutti gli attriti.



[a) $a = \frac{m_2 - m_1 sin\alpha}{m_1 + m_2} g; T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}(1 + sin\alpha) g$; b) $a = \frac{m_2 sin\beta - m_1 sin\alpha}{m_1 + m_2} g; T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}(sin\beta + sin\alpha) g$]

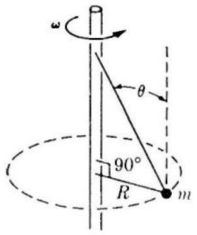
8) Calcolare l'accelerazione dei corpi m_1 ed m_2 e la tensione dei fili. Tutte le carrucole ed i fili sono senza peso e si trascurano tutti i possibili attriti. Quale dei sistemi illustrati può accelerare m_1 più che in caduta libera?



[a) $a_1 = a_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g$; $T_1 = T_2 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$; b) a) $a_1 = 2a_2; a_2 = \frac{m_2}{4m_1 + m} g$; $T_1 = \frac{2m_1 m_2}{4m_1 + m_2} g = T_2/2$; c) $a_2 = 2a_1; a_1 = \frac{2m_2}{4m_2 + m_1} g$; $T_1 = \frac{2m_1 m_2}{4m_2 + m_1} g = 2T_2$;]

9) Una palla di massa m è attaccata mediante due funi ad una sbarra verticale (si veda la figura). L'intero sistema ruota con velocità angolare ω costante attorno all'asse della sbarra. a) supponendo che ω sia sufficientemente elevato da mantenere tese entrambe le funi, trovare la forza che ciascuna

fune esercita sulla palla, in funzione di ω, *m, g, R, θ.* b) trovare la minima velocità angolare in corrispondenza della quale la fune inferiore comincia a tendersi.



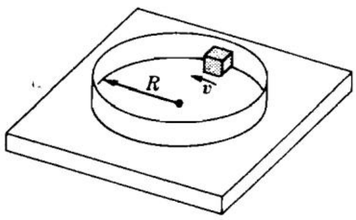
[$T_1 = \frac{mg}{cos\theta}$; $T_2 = m\omega^2 R - mgtan\theta$; $\omega_{min} = \sqrt{\frac{g}{R}tan\theta}$]

10) Un piccolo blocco di massa *m* striscia su una superficie orizzontale liscia (ossia senza attrito) mentre viaggia all'interno di un cerchio di raggio *R*. Il coefficiente di attrito fra blocco e parete sia μ; pertanto, la velocità *v* del blocco diminuisce nel tempo. Trovare, in funzione di *m, R*,μ, *v*:

a) la forza di attrito sul blocco;

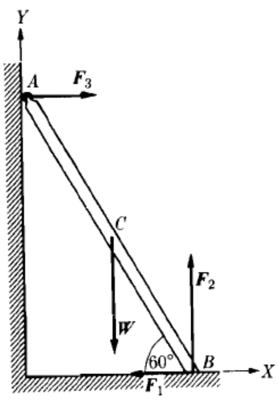
b) l'accelerazione tangenziale del blocco;

c) il tempo necessario affinchè la velocità si riduca ad un terzo del valore iniziale v_0.



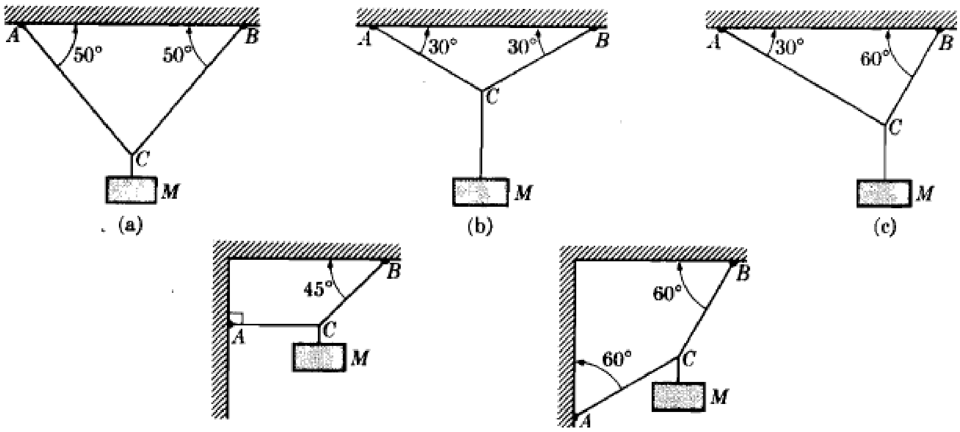
[$f = \frac{\mu m v^2}{R}$; $a_t = -\frac{\mu v^2}{R}$; $t = \frac{2R}{\mu v_0}$]

11) Una scala AB che pesa 160 N, in equilibrio, è appoggiata contro una parete verticale liscia e forma un angolo di 60° con il pavimento scabro. Trovare le forze agenti sulla scala nei punti A e B.



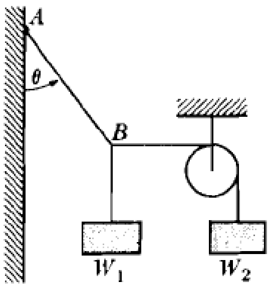
[$F_1 = F_3 = 46.2$ N; $F_2 = 160$ N]

12) Determinare le tensioni delle funi AC e BC, se M pesa 40 N.



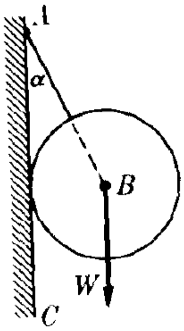
[a) $T_A = T_B = 26.1$ N; b) $T_A = T_B = 40$ N; c) $T_A = 20$ N, $T_B = 34.6$ N; d) $T_A = 40$ N, $T_B = 56.6$ N; e) $T_A = 40$ N, $T_B = 69.3$ N]

13) Calcolare l'angolo θ e la tensione della fune AB se $W_1 = 300$ N e $W_2 = 400$ N.



[θ = 53,13°, T = 500 N]

14) Una sfera di peso W è appesa alla fune AB e si appoggia ad una parete verticale liscia AC. Noto l'angolo α tra fune e parete, trovare la tensione T della fune e la reazione R della parete sulla sfera.

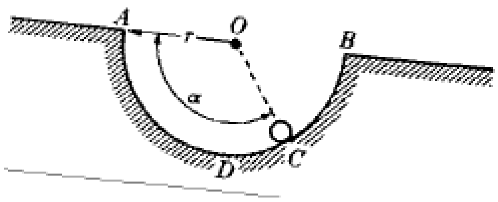


[R = Wtanα ; T = W/cosα]

15) Un corpo si muove sotto l'azione di una forza F costante in un fluido, che si oppone al moto con una forza proporzionale al quadrato della velocità: $f = - kv^2$. Trovare la velocità limite. Trovare inoltre la relazione tra velocità e distanza x percorsa.

[$v_L = \sqrt{\frac{F}{k}}$; $v^2 = (v_0^2 - v_L^2)exp\left(-\frac{2k}{m}(x - x_0)\right) + v_L^2$]

16) Una pallina di massa m, inizialmente in A, scivola sulla superficie circolare liscia ADB. Quando la pallina si trova in C, dimostrare che la velocità angolare e la forza esercitata dalla superficie sono rispettivamente $\omega = \sqrt{2(\frac{g}{r})sin(\alpha)}$ e $F = 3\,mg\,sin\alpha$.



17) Un convoglio ferroviario è composto da una motrice di massa $1.00\cdot10^5\,kg$ e da due vagoni identici aventi massa $3.00\cdot10^4\,kg$. Nell'intervallo di tempo tra 0.00 s e 60.0 s, la velocità del convoglio cresce linearmente da 100 $\frac{km}{h}$ a 200 $\frac{km}{h}$. I vagoni sono collegati tra loro e con la motrice mediante ganci rigidi. Trascurando gli attriti, si dimostri che la tensione nel gancio motrice-vagone è doppia rispetto a quella vagone-vagone. Si calcolino poi tali forze e la forza motrice S durante l'intervallo di tempo considerato.

[$T_{V-V} = 1.39\cdot10^4\,N; T_{V-M} = 2.78\cdot10^4\,N; S = 7.41\cdot10^4\,N$]

18) Un blocco 1 di massa 5.00 kg è posto su di un piano orizzontale scabro, avente un coefficiente di attrito dinamico pari a 0.150. Esso è legato, tramite una corda che passa su di una puleggia, a un secondo corpo, di massa 3.00 kg, libero di scendere verticalmente oltre il bordo del piano orizzontale. Si consideri la fune ideale (inestensibile e di massa trascurabile) e la puleggia di massa trascurabile.

a) Si determini con quale accelerazione si muove il blocco 1.
b) Si calcoli la tensione nella fune durante il moto del sistema.
c) Si discuta qualitativamente che cosa accadrebbe se la massa della corda non fosse trascurabile rispetto a quella dei due blocchi.

$\left[a = 2.76\frac{m}{s^2}; T = 21.1N\right]$;[accelerazione aumenta nel tempo]

19) Un corpo puntiforme di massa m_1 può muoversi su un tavolo. E' legato a un secondo corpo di massa m_2 mediante un filo inestensibile, avente massa trascurabile e lunghezza L, il quale passa attraverso un foro praticato nel tavolo. Determina la distanza h del secondo corpo dal tavolo affinchè il primo corpo descriva una traiettoria circolare con velocità angolare ω nota. Esplicita, poi, che cosa succederebbe al primo corpo se venisse tagliato il filo.

$$\left[h = L - \frac{m_2 g}{m_1\omega^2}; \vec{v} = \frac{m_2 g}{m_1\omega}\cdot\vec{u}_t\right]$$

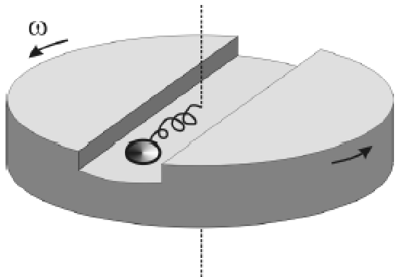
20) Una goccia d'acqua sferica di raggio $30.0\mu m$ e densità $1000\dfrac{kg}{m^3}$ cade, con partenza da ferma, in aria. L'aeriforme è caratterizzato da una viscosità di $1.827\cdot10^{-5}\,Pa\cdot s$. Calcola l'intensità massima della forza viscosa agente sulla goccia, la velocità limite, la velocità e la accelerazione della goccia dopo un tempo di caduta pari a un decimo del tempo caratteristico.
[v_L = 0.1 m/s; F_{max} = 1.03 10^{-9} N; v = 9.5 10^{-3} m/s; a = 8.9 m s^{-2}]

21) Un corpo di massa 3.00 kg è attaccato agli estremi di due molle di costante elastica $k_1 = 4.00\dfrac{N}{m}$ e $k_2 = 2.00\dfrac{N}{m}$, di massa e lunghezza a riposo trascurabili. Le molle sono disposte orizzontalmente, da parti opposte rispetto al corpo e attaccate rispettivamente nei punti A e B a due pareti verticali. La distanza AB vale 12.0 cm e il corpo è appoggiato su un piano orizzontale liscio. Determina la posizione di equilibrio.

[a 4 cm da A]

22) Un corpo di massa 1.00 kg può scorrere senza attrito su di un piano orizzontale ed è attaccato a un estremo di una molla di costante elastica 200 $\dfrac{N}{m}$. L'altro estremo della molla orizzontale è fissato a una parete verticale. Il corpo è inizialmente fermo e la molla è a riposo. Al tempo t_0 = 0.0 s il sistema viene spinto verso destra (la molla si allunga) con una velocità iniziale di 2.00 $\dfrac{m}{s}$. Determina la legge oraria e la legge che esprime la dipendenza della velocità dal tempo.

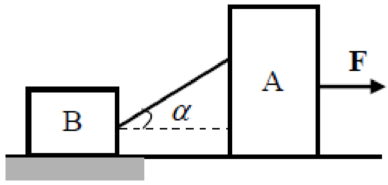
[$x = \frac{v_0}{\Omega} sen\Omega t$; $v = v_0 \cos\Omega t$]



23) Un disco dotato di una scanalatura ruota in un piano orizzontale con velocità angolare ω, con $\omega^2 < k/m$. All'interno della scanalatura vi è una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo L_0, come mostrato in figura. Un'estremità della molla è vincolata al centro del disco, mentre l'altra è vincolata a un corpo puntiforme di massa m.
Si considerino i due casi seguenti:
a) Assenza di attrito: si determini in funzione di ω, k, L_0 ed m l'allungamento ΔL della molla.
b) Attrito statico tra corpo puntiforme e disco: si determini in funzione di ω, k, L_0 ed m il minimo coefficiente di attrito statico μ_S affinché il corpo ruoti a una distanza L_0 dal centro del disco (cioè con la molla in condizioni di riposo).

[a) $\Delta L = \frac{m\omega^2 L_0}{k - m\omega^2}$; b) $\mu = \frac{\omega^2 L_0}{g}$]

24) Due corpi A e B, uniti da una fune ideale, sono posti su un piano orizzontale. Fra il corpo A e il piano non c'è attrito, mentre fra B e il piano c'è attrito. Il blocco A ha massa M, il blocco B ha massa m e la fune che collega A con B forma un angolo α con l'orizzontale. Al corpo A è applicata una forza orizzontale costante **F**. Sapendo che i due corpi si muovono con accelerazione costante **a** si determinino:



1) il coefficiente di attrito dinamico fra il corpo B e il piano
2) la tensione della fune

[$T = \frac{F-Ma}{cos\alpha}$; $\mu = \frac{F-(m+M)a}{mg-tan\alpha(F-Ma)}$]

25) Un corpo di massa m è a contatto con la superficie interna scabra di un cilindro cavo di raggio R. Il coefficiente di attrito statico tra corpo e cilindro è μ_s. Il cilindro ruota attorno al proprio asse con velocità angolare ω costante. Determina il valore ω_0 tale che per $\omega > \omega_0$ il corpo resta in equilibrio.

$$\left[\omega \geq \sqrt{\frac{g}{\mu_s \cdot R}}\right]$$

26) Una sferetta è posta in una guida priva di attrito di forma parabolica e di equazione y = Ax^2, con A costante. La guida è posta in rotazione attorno al proprio asse con velocità angolare costante ω. Calcola il valore di ω per cui la sferetta non scende lungo la guida.

$$\left[\omega = \pm\sqrt{2Ag}\right]$$

27) Un corpo di massa m, inizialmente in quiete, sia soggetto ad una forza che sviluppa una potenza costante P. Si calcoli la distanza percorsa in funzione del tempo.

$$\left[s(t) = \frac{2\sqrt{2}}{3}\sqrt{\frac{P}{m}t^3}\right]$$

28) Un punto materiale di massa m=500 g, inizialmente in quiete su di un piano orizzontale scabro (coefficiente d'attrito μ= 0.2) subisce un urto che gli fornisce un impulso I = 3 Ns. Si trovi la distanza percorsa dal punto prima di fermarsi.

$$\left[\Delta x_{01} = 9.18m\right]$$

29) un pendolo ideale, per effetto della dilatazione termica, subisce una variazione di lunghezza da L ad $L+\Delta L$, con $\Delta L << L$. Dimostrare che il numero di oscillazioni che il pendolo perde ad ogni ora è dato dalla relazione: $\Delta n = \frac{1}{2} n \frac{\Delta L}{L}$, dove n è il numero di oscillazioni che il pendolo compie ad ogni ora.

30) si consideri una circonferenza giacente in un piano verticale ed una sua corda con un estremo fissato nel punto più basso della circonferenza. Un corpo puntiforme scivola senza attrito lungo la

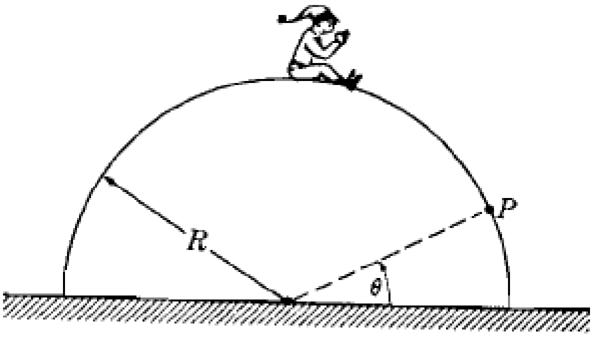
corda soggetto solo al proprio peso. Si dimostri che il tempo impiegato per raggiungere il punto più basso non dipende dall'inclinazione della corda.

$$\left[t^2 = \frac{4R}{g}\right]$$

31) un corpo puntiforme di massa *m* è sospeso ad un punto fisso mediante un filo ideale di lunghezza *L*. Esso viene posto in rotazione in modo da compiere una traiettoria circolare in un piano verticale. Calcolare la velocità minima che deve essere impressa alla massa per compiere tale moto.

$$\left[v_{AMIN} = \sqrt{5gL}\right]$$

32) Un ragazzo di massa *m* è seduto su una calotta semisferica di ghiaccio; egli comincia a scivolare partendo da fermo. Trascurando ogni attrito, si determini in corrispondenza a quale angolo θ avviene il distacco dalla calotta.



[sinθ = 41.8°]

33) Su un corpo di massa *m* = 10 kg, inizialmente fermo, agisce una forza ***F*** = *(A + Bt)****u****$_x$*, con *A* = 10 e *B* = 2. Trovare le unità di misura di *A* e *B*. Determinare la variazione di quantità di moto e la velocità del corpo dopo 4 s. Per quanto tempo dovrebbe essere applicata al corpo la forza per produrre un impulso pari a 200 Ns?

$$\left[A \to N; B \to \frac{N}{s}; \Delta p_{01} = 56Ns; v_1 = 5.6\frac{m}{s}; \Delta t_{02} = 10s\right]$$

34) Un'automobile di massa pari a 1600 kg sale con velocità costante pari a 45 km/h su una strada inclinata di 3°. Determinare la potenza sviluppata dal motore e il lavoro compiuto in 10 s. Si trascuri ogni attrito.

$$\left[P = 1.0 \cdot 10^4 W; W_{01} = 1.0 \cdot 10^5 J\right]$$

35) L'energia potenziale di un punto materiale di massa m = 50 g, soggetto all'azione di una forza conservativa, sia data dalla relazione: $V(x) = ax^2 + bx + c$, con a, b, c costanti pari ad 1, -4 e 3 rispettivamente, in unità MKS. Si determini la posizione di equilibrio del punto, e la velocità v_0 ,

parallela all'asse delle ascisse, con cui deve essere lanciato dalla posizione di equilibrio affinchè il moto risulti confinato tra i piani x = 1 m ed x = 3 m.

$[x_0 = 2m; v_0 = 6.32m]$

36) Si vuole tirare una slitta di 16 Kg per 15 m su di una superficie orizzontale a velocità costante. Quale lavoro occorre compiere sulla slitta, se il coefficiente d'attrito dinamico è pari a 0.15 e la forza applicata forma un angolo di 30° con l'orizzontale?

[324.7 J]

37) Dimostrare che una particella soggetta all'azione di forze conservative effettua, nell'intorno di un punto di equilibrio stabile, un moto armonico. Supporre un moto monodimensionale.

38) Un corpo che si muove lungo l'asse x è soggetto a una forza F(x) = kx che tende ad allontanarlo dall'origine.

a) Calcola l'energia potenziale relativa alla forza F(x) ed esprimi la velocità del corpo in funzione della posizione x, supponendo che il corpo parta dal punto x = 0.0 m con velocità v_0.
b) Studia il tipo di equilibrio del corpo nell'intorno del punto x = 0.0 m.

$$\left[U(x) = -\frac{k}{2}x^2; v = \sqrt{v_0^2 + \frac{k}{m}x^2}; instabile\right]$$

39) Un pendolo semplice è formato da una corda inestensibile di lunghezza 1.00 m e di massa trascurabile, fissata nella estremità superiore, e alla cui estremità inferiore è attaccata una sferetta di diametro trascurabile e massa 1.00 kg.

a) Se il pendolo viene sollevato di un angolo di 10° e lasciato andare, quale sarà la massima velocità che raggiunge durante l'oscillazione?
b) Qual è il periodo di oscillazione?
c) Qual è l'energia meccanica totale del sistema?

$$[\, E_M = 0.149J; v_{MAX} = 0.546\frac{m}{s}; T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2.01s \,]$$

40) Un corpo di massa 0.100 kg, vincolato a due molle uguali di costante elastica $1.00 \cdot 10^3 \frac{N}{m}$, poste da parti opposte rispetto al corpo, è inizialmente in quiete, appoggiato a un piano orizzontale liscio. In tale condizione le molle non sono deformate. Viene applicata al corpo una forza costante e parallela all'asse delle molle, avente intensità 10.2 N. Determina la velocità del corpo nell'istante in cui raggiunge una distanza di 1.00 cm dalla posizione di equilibrio.

$$\left[v_1 = \pm 0.20\frac{m}{s}\right]$$

41) Un corpo di massa m è appoggiato su un piano scabro, inclinato di un angolo ϑ rispetto all'orizzontale. Il coefficiente di attrito dinamico è μ_d. Partendo da fermo, da un'altezza h rispetto alla base del piano inclinato, scende lungo il medesimo piano; percorre poi un tratto orizzontale lungo L, caratterizzato da un coefficiente di attrito dinamico μ_d pari a quello del piano inclinato, al

termine del quale urta contro l'estremo libero di una molla orizzontale indeformata e avente costante elastica k. Trova:

a) La massima compressione della molla;
b) La minima altezza rispetto alla base del piano inclinato dalla quale il corpo deve partire affinchè, dopo il contatto con la molla, esso raggiunga nuovamente la base del piano inclinato.

$$\left[\Delta x_{23} = \sqrt{\frac{2mg(h-\mu_d(\frac{h}{\tan\vartheta}+L)}{k}};\, y_{0MIN} = \frac{2\mu_d L}{1-\frac{\mu_d}{\tan\vartheta}}\right]$$

42) Un sasso, fissato all'estremo di una corda ideale lunga L, è posto in rotazione in un piano verticale. L'altro estremo della fune è tenuto fermo. Determina la tensione nel punto più alto della traiettoria, sapendo che il sasso ha massa m e che nel punto più basso della traiettoria la tensione è nota e vale T_A.

$$[T_B = T_A - 6mg]$$

43) Una pallina viene lanciata verticalmente verso il basso da un'altezza h rispetto al suolo, con velocità iniziale di intensità v_0. Rimbalzando a terra perde metà della sua energia cinetica. Trascurando la viscosità dell'aria e la spinta di Archimede, calcola il valore di velocità iniziale v_0 per cui, dopo il primo rimbalzo, raggiunge nuovamente la quota iniziale.

$$\left[v_0 = \sqrt{2gh}\right]$$

44) Una guida ADBC è collocata in un piano verticale, con l'estremo A al suolo. Il tratto AD è rettilineo e lungo h, mentre il tratto DBC è una semicirconferenza di raggio R, con B punto di massima altezza rispetto al suolo. Una pallina di massa m è inizialmente in quiete, attaccata a una molla verticale compressa, avente costante di rigidezza pari a k e posta in A. La variazione di lunghezza ΔL della molla, non nota, è trascurabile rispetto ad h. Trascurando gli attriti, trova la minima compressione della molla affinchè la pallina, una volta rimosso il vincolo meccanico che garantisce l'equilibrio, raggiunga il punto C.

$$\left[\Delta L = \sqrt{\frac{2mg}{k}\left(h+\frac{3}{2}R\right)}\right]$$

Dinamica dei sistemi

1) Una sferetta di raggio r = 2 mm e massa m = 0.3 g, trasla con velocità v = 10 m/s fra due pareti parallele, distanti tra loro d = 50 cm; v è normale alle pareti. Nell'ipotesi di urti elastici, si calcoli la forza media esercitata dalla sfera su ciascuna parete.

$$\left[F_m = \frac{mv^2}{d-2r} = 6.05\cdot 10^{-2}\,N\right]$$

2) Un pendolo è costituito da una massa M = 400 g, assimilabile ad un punto materiale, attaccata all'estremità di un'asticciola lunga 80 cm, omogenea, avente una massa m = 100 g. L'asticciola

viene fatta oscillare attorno ad un asse ad essa normale e passante per l'altra estremità. Trovare il periodo delle piccole oscillazioni.

[$T = 2\pi\sqrt{\frac{(M+m/3)L}{(M+m/2)g}}$]

3) Si trovi quanto dev'essere lunga un'asta che, sospesa per un'estremità, costituisca un pendolo fisico che batta il secondo, effettuando piccole oscillazioni.

[1.49 m]

4) Una sfera di massa M = 2 kg e raggio R = 5 cm è attaccata ad un filo metallico di massa trascurabile e costante di torsione k = 0.035 $\mathrm{Nmrad^{-1}}$, passante per il centro della sfera, in modo da costituire un pendolo di torsione. Si trovi il periodo delle oscillazioni.

[1.5 s]

5) Una ruota, un disco e una sfera, aventi identica massa e raggio, sono lasciati liberi all'estremità di un piano inclinato di altezza h. Trovare la velocità con cui giungono alla base del piano, nell'ipotesi che rotolino senza strisciare.

[$v_{ruota} = \sqrt{gh}$; $v_{disco} = \sqrt{4gh/3}$; $v_{sfera} = \sqrt{10gh/7}$]

6) Una pallottola di massa 30.0 g viene sparata a una velocità $v_0=1.00\frac{km}{s}$ contro un blocco di legno di massa 1.00 kg e avente uno spessore d=15.0 cm. Nell'attraversare il blocco la pallottola è soggetta a una forza di arresto $\mathbf{F_A}$ il cui modulo è costante. Qual è il valore minimo di F_A affinchè la pallottola si fermi dentro il blocco? In questo caso, qual è la velocità finale del blocco con dentro la pallottola?

$$\left[v_{0f} = 29.1\frac{m}{s}; f_{aMIN} = 9.71\cdot 10^4 N\right]$$

7) Un corpo di massa M è collegato a una molla di costante elastica k e può scorrere senza attrito su un piano orizzontale liscio. Un proiettile di massa m e velocità v_0 urta il bersaglio e dopo l'urto si muove in verso opposto con velocità in modulo pari a $\frac{v_0}{2}$. Calcola la velocità del bersaglio subito dopo l'urto, sapendo che esso è inizialmente in quiete. Trova inoltre la massima compressione ΔL della molla dopo l'urto. Infine dì se l'urto sia elastico o anelastico, giustificando la risposta.

$\left[v_{T0f} = \frac{3mv_0}{2M}; \Delta L_{MAX} = \frac{3mv_0}{2M}\cdot\sqrt{\frac{M}{k}}\right]$, elastico se $m = M/3$

8)Su una mensola orizzontale liscia sono appoggiati due corpi, A e B, di massa rispettivamente 100 g e 300 g. Il sistema A comprime una molla di massa trascurabile e costante elastica $k = 400\frac{N}{m}$. Il corpo B si trova, invece, sul bordo del piano, a un'altezza di 2.00 m dal suolo. All'istante $t_0 = 0.0s$ il sistema A viene lasciato libero e va a urtare centralmente B facendolo cadere. Sapendo che il sistema B cade a una distanza L = 50 cm dalla posizione di equilibrio iniziale e supponendo l'urto elastico, trova:

a) l’intensità della variazione di lunghezza della molla al tempo iniziale $t_0 = 0.0s$;
b) a quale distanza D rispetto al bordo del tavolo cadrà il corpo A a causa della ricompressione della molla dopo l’urto con B.

$$\left[|\Delta L_0| = \sqrt{\frac{m_A}{k}} \cdot L \cdot \sqrt{\frac{-2g}{y_{0B}}} = 2.48 \cdot 10^{-2} m; D = L = 0.500m \right]$$

9) Un blocchetto di massa M è appeso a una fune inestensibile, lunga L e di massa trascurabile, vincolata a un perno O. Il sistema è in quiete con il filo in posizione verticale. Un proiettile di massa m, in moto con velocità di modulo v_0 e con direzione formante un angolo α con l’orizzontale, urta in modo completamente anelastico il blocchetto. Determina:

a) la velocità del sistema subito dopo l’urto;
b) l’impulso fornito dalla tensione della fune all’atto dell’urto.

$$\left[v_{0f} = \frac{m}{m+M} v_0 \cos\alpha; \vec{J}_T = -mv_0 sen\alpha \cdot \vec{u}_y \right]$$

10) Un proiettile di massa m = 0.050 kg viene sparato con velocità $v_0 = 100\frac{m}{s}$ orizzontalmente e tangenzialmente a un disco massiccio di legno, avente massa M = 10.00 kg e raggio R = 0.500 m, libero di ruotare senza attrito attorno al suo asse verticale. Nell’urto il proiettile resta conficcato nel disco. Sapendo che inizialmente il disco è in quiete, trova la velocità angolare di rotazione del disco dopo l’urto.

$$\left[\omega = 1.98 \frac{rad}{s} \right]$$

11) Dimostrare che in urto elastico tra due particelle identiche, una delle quali inizialmente ferma, l’angolo formato dalle traiettorie delle due particelle dopo l’urto è sempre retto.

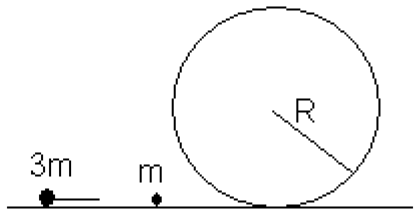
12) Il pendolo balistico è usato per determinare la velocità di un proiettile. Il proiettile, di massa m, viene sparato contro un blocco di massa M appeso a un filo e in quiete, in modo da formare un pendolo. A seguito dell’urto il proiettile si conficca nel blocco e il tutto si innalza a un’altezza h. Dimostrare che la velocità iniziale del proiettile è data da: $\frac{M}{\mu} \cdot \sqrt{2gh}$, dove μ è la massa ridotta del sistema proiettile-blocco.

13) Un’asta AB di lunghezza l = 1.20 m e massa M = 0.500 kg è incernierata nel suo estremo A a un perno fisso e può oscillare senza attrito in un piano verticale. Nell’istante di tempo $t_0 = 0.0s$, l’asta, che è in quiete in posizione orizzontale, viene lasciata libera di ruotare. Raggiunta la configurazione verticale, essa urta un piccolo oggetto, in quiete e avente massa m = 250 g, che parte con velocità orizzontale v_0, mentre l’asta si ferma. Calcola:

a) la velocità angolare dell’asta un istante prima dell’urto;
b) la velocità v_0;
c) l’energia cinetica dissipata nell’urto;

$$\left[\omega = 4.95 \frac{rad}{s}; v_0 = 3.96 \frac{m}{s}; \Delta E_k = -0.980 J \right]$$

14) Una particella di massa 3m, in moto su una guida orizzontale con velocità costante V, urta elasticamente una particella di massa m, inizialmente ferma. La guida prosegue formando un circuito circolare, verticale, di raggio R = 2 m, come mostrato in figura. Si determini il minimo valore di V affinchè le due particelle compiano un giro completo. Si trascurino gli attriti ($g \cong 10ms^{-2}$).



$$\left[v_{MIN} = \sqrt{20gR} = 20\frac{m}{s} \right]$$

Gravitazione

1) Un punto materiale è sottoposto ad una forza data da: $\vec{F}(\vec{r}) = \left(-\frac{A}{r^2} + \frac{B}{r^3} \right)\frac{\vec{r}}{r}$; A e B sono costanti positive, ed r è la distanza del punto dall'origine O. a) Si dica quali grandezze sono costanti del moto in tale campo di forza. b) Si trovi il luogo geometrico dei punti di equilibrio. c) Si calcoli il lavoro necessario a spostare il punto da una posizione di equilibrio sino all'infinito.

$$\left[E_M, \vec{L}; r = \frac{B}{A} = \cos t; W = U\left(r_{eq}\right) = -\frac{A^2}{2B} \right]$$

2) Una cometa si muove su un'orbita parabolica; quando si trova a distanza $h = 10^6$ Km dal centro della Terra la sua velocità v è inclinata di un angolo β = 15° rispetto alla congiungente cometa - Terra. Si determini la distanza d di massimo avvicinamento alla Terra della cometa.

[$d = hsin^2\beta$]

3) Un meteorite si trova ad un certo istante ad una distanza H dalla superficie terrestre, con velocità $\mathbf{v}_0$ normale al suo vettore posizione uscente dal centro della Terra. Si valuti il minimo valore di $\mathbf{v}_0$ affinchè il meteorite non cada sulla Terra.

$$\left[v_{0MIN} = \sqrt{\frac{2GM_T R_T}{(H + 2R_T)\cdot(H + R_T)}} \right]$$

4) Un satellite di massa m percorre un'orbita circolare di raggio R attorno alla Terra. Si calcoli l'energia che deve essere fornita al satellite per spostarlo da tale orbita ad un'altra, sempre circolare, giacente nello stesso piano ma di raggio doppio.

$$\left[W_{F_{EXT}} = \frac{1}{4} G \frac{M_T \cdot m}{R} \right]$$

5) Un asteroide di forma sferica ha raggio R = 100 Km. Un corpo lasciato cadere da un'altezza h = 10 cm colpirebbe la superficie dell'asteroide dopo 1 s. Si calcoli la massa M dell'asteroide e la sua densità media, ρ.

[M = 6.7 10^{19} kg; 1.6 10^{4} kg/m^3]

6) Un satellite viene chiamato geostazionario se il suo periodo orbitale uguaglia il periodo di rotazione della Terra, cioè 24 h. La Terra è un corpo celeste di massa $5.98 \cdot 10^{24} kg$ e raggio 6378 km, mentre la costante di gravitazione universale vale $6.67 \cdot 10^{-24} \frac{Nm^2}{kg^2}$.

a) Determina il raggio delle orbite geostazionarie e a quale altezza rispetto alla superficie terrestre si trova il satellite.
b) Calcola la velocità orbitale del satellite.
c) Trova l'energia necessaria a portare in orbita geostazionaria un satellite di massa 800 kg lanciandolo dall'equatore, trascurando la viscosità dell'aria.
d) Determina quanta energia in più servirebbe se il lancio avvenisse dal polo.

$$\left[r = 4.23 \cdot 10^7 m; h = 3.59 \cdot 10^7 m; v = 3.08 \cdot 10^3 \frac{m}{s}; W_{F_{EXT}} = 4.62 \cdot 10^{10} J; \Delta E = 8.61 \cdot 10^7 J \right]$$

7) Determina il lavoro necessario per portare in orbita un satellite di massa m, supponendo l'orbita ellittica con apogeo $3R_T$ e perigeo $2R_T$, con R_T raggio terrestre. Considera trascurabile l'energia cinetica del satellite dovuta al moto di rotazione della Terra attorno al proprio asse quando si trova al suolo e ogni forma di attrito.

$$\left[W_{F_{EXT}} = \frac{4}{5} G \frac{M_T \cdot m}{R_T} \right]$$

Forze apparenti

1) Si determini la forza esercitata sul pavimento di un ascensore da un ragazzo di massa 40 Kg nelle seguenti condizioni: i) l'ascensore sale con accelerazione costante di 0.7 ms^{-2}; ii) l'ascensore scende con accelerazione costante di 0.7 ms^{-2}; iii) l'ascensore scende con velocità costante; iv) l'ascensore cade in caduta libera.

[i) 420.4 N; ii) 364.4 N; iii) 392.4 N; iv) 0 N]

2) Si calcoli quanto dovrebbe durare il giorno medio terrestre affinchè un corpo apparisse privo di peso all'equatore.

[5064 s]

3) Un corpo di massa m = 1 Kg è collegato tramite una molla ideale di costante elastica k = 40 N/m ad un vagone che si muove con accelerazione costante a = 1.5 ms^{-2}. La molla è disposta in direzione parallela ai binari ed il corpo può muoversi nella stessa direzione. Si trovi come cambia la

posizione del corpo rispetto alla situazione in cui l'accelerazione del treno è nulla. Si trascuri ogni attrito.

[la molla si allunga di 3.75 cm]

4) Una cassa poggia sul pavimento (coefficiente d'attrito μ = 0.2) di un vagone ferroviario ed è in quiete rispetto a quest'ultimo; il vagone si muove di moto uniforme con velocità w = 70 km/h. Ad un certo istante si applica al vagone una forza frenante costante, in grado di arrestarlo in un intervallo di tempo Δt. Per quali valori di Δt la cassa comincia a muoversi rispetto al vagone?

[9.9 s]

5) Un carrello si muove con accelerazione **A** su un piano orizzontale: su di esso è fissato un piano inclinato scabro, caratterizzato da un coefficiente di attrito statico μ_s = 0.70 e dinamico μ_d =0.60. Il piano inclinato forma un angolo $\theta = 30°$ con l'orizzontale. Sul piano scabro, a una quota h = 20 cm rispetto al carrello, è appoggiato un oggetto di massa m = 1.00 kg, inizialmente fermo rispetto al medesimo piano. Determina il massimo valore $\mathbf{A_{LIM}}$ di accelerazione del carrello per il quale il corpo rimane fermo rispetto al piano scabro e il tempo impiegato per giungere alla base del carrello se, quest'ultimo, si muove con accelerazione **A** = 2$\mathbf{A_{LIM}}$.

[0.86 m/s^2; 0.66 s]

6) Si consideri una scodella emisferica di raggio 20 cm in cui una pallina, dotata di velocità $1.0\frac{m}{s}$, descrive un moto circolare uniforme in un piano orizzontale. Calcola la quota h alla quale si trova la pallina rispetto al fondo della scodella.

[4.5 cm]

7) Un treno Freccia Rossa ad alta velocità percorre una curva circolare di raggio 5.00 km alla velocità di 300 $\frac{km}{h}$. Determina quali forze apparenti agiscono su un viaggiatore di 70 kg che cammina lungo il corridoio, sia verso la testa che verso la coda del convoglio, con una velocità di intensità 2.0 $\frac{m}{s}$ rispetto al treno.

$$\left[a) F_{CENT} = 97.1N; F_{COR} = 4.66N; b) F_{CENT} = 97.1N; F_{COR} = -4.66N\right]$$

Esercizi di termodinamica

Scambi termici

1) Un recipiente di capacità termica trascurabile e termicamente isolato contiene 500 cm^3 di acqua a 20 °C. Trovare la minima quantità di ghiaccio fondente da introdurre nel recipiente affinchè la temperatura di equilibrio sia di 0°C (calore latente di fusione del ghiaccio: 3.3 10^5 J/kg)

[127 g]

2) L'azoto liquido bolle a pressione atmosferica e temperatura $T_b = -196$°C; il calore latente è pari a $2 \cdot 10^5$ J/kg. Un corpo di massa *m* = 50 g, calore specifico *c* = 400 J/kgK e temperatura iniziale *T* =

24°C viene immerso in un grande recipiente contenente azoto liquido bollente. Calcolare quanto azoto evapora . Calcolare anche la variazione d'entropia dell'universo.

[22 g; 30.3 J/K]

3) Un blocco di ghiaccio di massa M alla temperatura T_g = -20 °C si trova all'interno di un contenitore adiabatico. Molto rapidamente vengono immessi nel contenitore un corpo solido di massa $m_s = 400$ g, calore specifico $c_s = 380$ J/kgK, temperatura $T_s = 60$°C ed una massa $m_a = 800$ g di acqua alla temperatura $T_a = 10$°C (calore specifico dell'acqua $c_a = 4187$ J/kgK). La temperatura finale di equilibrio è –3°C. Calcolare il valore di M (calore latente di fusione del ghiaccio $\lambda_g = 3.3 \cdot 10^5$ J/kg, calore specifico del ghiaccio 2090 J/kg).

[8.8 kg)

4) Dati due corpi che hanno le seguenti capacità termiche: $C_1 = k_1 T$ e $C_2 = k_2 T$ si calcoli la temperatura di equilibrio raggiunta dai due corpi una messi a contatto e la variazione totale di entropia dell'intero sistema costituito dai due corpi supposti isolati dal resto dell'ambiente sapendo che inizialmente le loro temperature erano T_1 e T_2.

[$T_f = \sqrt{\frac{C_1 T_1^2 + C_2 T_2^2}{C_1 + C_2}}$; $\Delta S = C_1 ln \frac{T_f}{T_1} + C_2 ln \frac{T_f}{T_2}$]

Lavoro, primo principio

1) Una mole di azoto occupa inizialmente il volume V = 10 l a temperatura T = 400 K. Il gas compie un'espansione adiabatica irreversibile a seguito della quale il volume raddoppia. Il lavoro compiuto dal gas durante la trasformazione vale W = 1250 J. Determinare la temperatura e la pressione del gas quando si è stabilito di nuovo l'equilibrio termodinamico (a) e la variazione di entropia dell'universo (b).

[T = 339.8 K; 1.41*10^5 Pa; 2.37 J/K]

2) Un gas perfetto esegue una trasformazione definita dalla seguente equazione: pV^{α} = costante, dove α è un parametro. Durante la trasformazione il gas si espande assorbendo calore e diminuendo la sua temperatura. Dire entro quali valori deve essere compreso α .

[$\gamma > \alpha > 1$]

3) Si consideri un recipiente cilindrico a pareti rigide adiabatiche, chiuso superiormente da un pistone scorrevole senza attrito anch'esso adiabatico e di massa trascurabile. Il recipiente è diviso in due parti A e B, separate da una parete costituita da uno strato isolante estraibile e da uno conduttore fisso. Nella parte A sono contenute $n_A = 2$ moli di gas perfetto biatomico a temperatura $T_A = 300$ K, in equilibrio con la pressione esterna $p_A = 1.01 \cdot 10^5$ Pa. In B sono contenute $n_B = 3$ moli di gas perfetto monoatomico a temperatura $T_B = 600$ K. Dalla parete di separazione viene

rimosso lo strato isolante. Determinare la temperatura finale dei due gas ed il volume del gas in A, ad equilibrio raggiunto. Calcolare la variazione di entropia dei due gas e dell'universo.

[417.4 K; 0.069 m^3; ΔS_A = 19.27 J/K; ΔS_B = - 6.68 J/K; ΔS_{Univ} = 12.59 J/K]

4) 1.00 mol di gas perfetto monoatomico, inizialmente a pressione p_1 e a temperatura T_1 = 100 K, si espande dapprima isotermicamente fino a raddoppiare il proprio volume e poi adiabaticamente fino al volume $V_3 = 8V_2$. Considerando le trasformazioni quasi statiche o internamente reversibili, determina:

a) la variazione di energia interna complessiva del gas;

b) il lavoro scambiato dal gas con l'ambiente;

c) la quantità di calore scambiata dal gas con l'ambiente.

[a) -934.9 J; b) 1510.8 J; c) 575.9 J]

5) Uno pneumatico di automobile viene gonfiato con aria a temperatura ambiente (T_0 = 20°C) fino a raggiungere la pressione di 2.2 atm. Durante il successivo viaggio ad alta velocità, la temperatura dello pneumatico sale fino a 50°C. Approssimando il processo a una trasformazione isovolumica e l'aria a un gas perfetto biatomico, calcola:

a) la pressione finale del gas;
b) l'aumento di energia interna per mole.

[2.425 atm; 623.25 J]

6) Si abbia un contenitore con n = 2.00 mol di un gas biatomico avente volume V_0 e temperatura termodinamica T_0. L'aeriforme compie una trasformazione internamente reversibile caratterizzata dall'equazione p = kV con k costante, in seguito alla quale il volume del sistema raddoppia. Relativamente a tale trasformazione, trova:

a) il lavoro scambiato dal gas;
b) il calore scambiato dal gas;
c) il calore specifico molare c_x relativo a tale trasformazione.

[a) $\frac{3}{2}kV_0^2$; b) $9kV_0^2$; c) 3R]

7) Un gas perfetto biatomico è contenuto in un recipiente cilindrico verticale, chiuso da un pistone scorrevole senza attrito, caricato con dei pesi. Le pareti del recipiente e il pistone sono adiatermani. Inizialmente il gas si trova in uno stato di equilibrio termodinamico e occupa un volume pari a 10.0 l. A un certo istante di tempo vengono tolti alcuni pesi dal pistone, in modo da dimezzare bruscamente la pressione esercitata sul gas. Dopo un certo tempo il gas si stabilizza in un nuovo stato di equilibrio termodinamico. Trova il volume occupato dal gas nello stato finale.

[17.1 l]

8) Un recipiente a pareti rigide e adiatermane è costituito da due ampolle collegate con un tubicino munito di una valvola. Inizialmente la valvola è chiusa e nell'ampolla di sinistra sono contenute 3.00 mol di elio alla temperatura di 300 K, mentre in quella di destra vi sono 2.00 mol di azoto gassoso alla temperatura di 270 K. La valvola viene aperta e i gas si miscelano defluendo tra le due ampolle del recipiente fino a raggiungere una condizione di equilibrio. Trova la temperatura finale di equilibrio supponendo che i due gas si comportino come gas perfetti.

[284.2 K]

Cicli

1) Una mole di gas perfetto biatomico esegue il seguente ciclo reversibile: $A \to B$ isocora, $C \to A$ isobara e $B \to C$ trasformazione con diminuzione lineare di pressione. Risulta $p_B = 3p_A$ e $V_C = 3V_A$. Calcolare il rendimento del ciclo.

[2/9]

2) Calcolare il rendimento del ciclo ABCD, con: AB: e CD isobare alle pressioni p = 1 atm e p' = 3 atm; BC e DA: adiabatiche. Gas perfetto biatomico.

[0.27]

3) Un gas perfetto descrive un ciclo costituito dalle trasformazioni AB: adiabatica, BC: isoterma e CA: isocora. Calcolare il rendimento sapendo che $T_A = 2T_B$.

[0.307]

4) Il rendimento di una macchina di Carnot è del 30%. La macchina assorbe 200 J di calore per ogni ciclo da una sorgente alla temperatura T = 500 K. Determinare il calore ceduto per ciclo e la temperatura della sorgente ‘fredda’.

[140 J; 350 K]

5) E’ possibile costruire una macchina termica che prelevi le quantità di calore Q_1 = 100 J e Q_2 = 200 J da sorgenti rispettivamente a temperature T_1 =300 K e T_2 =400 K e ceda la quantità di calore Q_3 =100 J a una sorgente a temperatura T_3 = 200 K?

[no]

6) Una macchina termica a gas perfetto operante tra due sorgenti a temperatura T_1 = 200 K e T_2 = 500 K esegue un ciclo composto da un’isoterma internamente reversibile AB a temperatura T_2, un’adiabatica irreversibile BC, un’isoterma quasi statica CD a temperatura T_1 e, infine, un’adiabatica internamente reversibile DA. Sapendo che $\frac{V_A}{V_B} = 2$ e $\frac{V_C}{V_D} = 2.3$:

a) calcola il rapporto tra i lavori scambiati durante le adiabatiche BC e DA;
b) trova il rendimento del ciclo;
c) determina il rendimento di una macchina di Carnot che scambi calore con le stesse sorgenti.

[a) - 1; b) 0.52; c) 0.6]

7) Una certa quantità di ossigeno compie il ciclo ABCA, costituito dalle seguenti trasformazioni quasi statiche: AB isocora, BC isoterma, CA isobara. Considerando l’ossigeno come un gas perfetto biatomico, sapendo che p_A = 1.00 atm, p_B = 2.00 atm, V_A = 2.00 l, V_C = 4.0 l e ricordando che $1 atm = 1.01 \cdot 10^5\, Pa$ e 1l = 10^{-3} m^3, calcola:

a) il calore scambiato durante le singole trasformazioni;

b) il lavoro compiuto dal gas in un ciclo.

$[Q_{BC} = 277J; Q_{AB} = 505J; Q_{CA} = -707J; W = 75J]$

8) 0.20 mol di gas perfetto biatomico compiono il ciclo ABCDA, in cui AB è un'isoterma non quasi statica, mentre BC è un'adiabatica, CD un'isobara e DA una isovolumica, tutte internamente reversibili. Nello stato A il gas ha una temperatura di 900 K e occupa un volume di 5.00 l, mentre negli stati B e C il volume vale rispettivamente 10.0 l e 15.0 l. Durante l'isoterma AB il gas assorbe una quantità di calore pari a 860 J. Calcola il lavoro ottenuto dal ciclo e il suo rendimento. Trova poi le medesime grandezze fisiche nell'ipotesi che AB sia una trasformazione quasi statica.

$\left[W = 5.72 \cdot 10^2 J; \eta_{IRR} = 0.161; \eta = 0.201 > \eta_{IRR}\right]$

Entropia

1) Determinare la variazione d'entropia dell'universo a seguito del miscelamento di due masse d'acqua $m_1 = 1$ kg ed $m_2 = 3$ kg, alle temperature rispettivamente $T_1 = 20$ °C e $T_2 = 75$ °C, in un contenitore adiabatico di capacità termica trascurabile [calore specifico dell'acqua: 4.187 J $g^{-1}K^{-1}$].

[45.1 J/K]

2) 2 moli di gas perfetto monoatomico sono inizialmente in equilibrio termodinamico a temperatura $T_0 = 300$ K in un recipiente rigido le cui pareti hanno capacità termica $C_{rec} = 10$ J/K. Il tutto viene portato alla temperatura $T = 350$ K ponendolo a contatto con una sorgente di calore. Si determini la quantità di calore ceduta dalla sorgente, le variazioni d'entropia del gas, del recipiente e della sorgente.

[2557.5 J; ΔS_{gas} : 6.4 J/K; ΔS_{rec} : 1.54 J/K; ΔS_{sorg} : -7.31 J/K]

3) Due macchine termiche usano le stesse sorgenti a 300 e 600 K. La prima macchina, reversibile, assorbe 2 kJ e produce il lavoro *W*; la seconda, irreversibile con rendimento 0.3, produce lo stesso lavoro *W*. Calcolare la variazione di entropia dell'universo in un ciclo delle due macchine.

[2.2 J/K]

4) Una macchina reversibile lavora con 4 sorgenti. Assorbe 5000 J a 500 K, cede 1400 J a 280 K. Con le altre due sorgenti a 400 e 300 K scambia le quantità di calore *Q* e –*Q*. Calcolare il rendimento.

[0.33]

5) Una quantità nota *n* di gas perfetto biatomico, contenuto in un recipiente indeformabile alla temperatura termodinamica T_1, viene posto in contatto termico con una sorgente a temperatura $T_2 = \frac{T_1}{2}$. Il sistema (sorgente+gas), supposto isolato, raggiunge l'equilibrio termodinamico. Determina la variazione di entropia del gas e quella del sistema complessivo (cioè dell'universo).

[ΔS_{gas} : $-nc_V \ln 2$; ΔS_U : $nc_V(1 - \ln 2)$]

6) Un cilindro, chiuso da un pistone mobile pesante, scorrevole senza attrito, contiene 1.00 mol di un gas perfetto monoatomico. Sul pistone viene appoggiato un blocco di massa pari a quella del

pistone e il gas raggiunge un nuovo stato di equilibrio. Considerando la trasformazione dell'aeriforme adiabatica e trascurando la pressione atmosferica, trova la variazione di entropia del gas.

[1.23 J/K]

7) Una macchina scambia calore con 3 sorgenti: a 500 K assorbe 14 kJ, a 400 K scambia Q e a 300 K cede 4.5 kJ. L'energia inutilizzabile in un ciclo è 1.5 kJ. Calcolare il rendimento della macchina.

[0.16]

8) La macchina 1 assorbe Q_2 da T_2 = 500 K, compie W = 6000 J, cede Q_0 a T_0 = 275 K. La seconda macchina è un frigorifero che assorbe W, assorbe da T_0 il calore $Q_0^{'}$ e cede Q_1 a T_1 = 300 K. Le macchine sono sincrone e ad ogni ciclo dell'insieme l'energia inutilizzabile vale 3000 J. Il rapporto $\frac{Q_1}{Q_0^{'}}$ vale in modulo 1.091 . Determinare se una delle due macchine lavora reversibilmente e calcolare il rendimento della macchina termica e il valore di Q_1.

[il frigo lavora reversibilmente; η = 0.3; Q_1 = 71934.1 J]

Elettrostatica

1) Una sferetta di massa m e carica q è appesa ad un filo, nello spazio compreso tra due piani metallici distanti d. Se la differenza di potenziale tra i due piani è $\Delta\phi$, si determini l'angolo d'inclinazione del filo.

[$\left[\vartheta = \arctan\left(\frac{q\Delta\Phi}{dmg}\right) = \arctan\left(\frac{qE}{mg}\right)\right]$

2) Determinare campo e potenziale di un anello di raggio R, su cui è distribuita uniformemente una carica Q, sull'asse (asse y).

$$\left[\vec{E}(y) = \frac{Q \cdot y}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \left(y^2 + R^2\right)^{\frac{3}{2}}}\vec{u}_y; V(y) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \left(y^2 + R^2\right)^{\frac{1}{2}}}\right]$$

3) Un disco sottile di raggio R ha una carica q distribuita uniformemente su tutta la sua superficie. Calcolare il campo elettrico sull'asse (asse y) del disco, e dedurre i casi limite di punti molto vicini al disco e molto lontani da esso

$$\left[\vec{E}(y) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 R^2} \cdot \left(1 - \frac{y}{\sqrt{y^2 + R^2}}\right)\right]; [y \to 0 \Rightarrow \vec{E} \to \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{u}_y; y >> R \Rightarrow \vec{E} \to \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 y^2}]$$

4) Su un disco sottile di raggio R si deposita una carica Q, uniformemente. Si determini il potenziale generato da questa distribuzione di carica: a) nei punti dell'asse perpendicolare al disco e passante per il suo centro; b) sul bordo del disco. Il materiale di cui è costituito il disco può essere conduttore?

[a) $V(y) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\left(\sqrt{y^2 + R^2} - y\right); b)\ V_{bordo} = \frac{\sigma R}{\pi\varepsilon_0}$. Non può essere conduttore]

5) Una carica Q è distribuita con simmetria sferica all'interno ovvero su di una sfera di raggio a. Qual è la distribuzione cui corrisponde il minimo valore dell'energia elettrostatica? Si calcoli inoltre la differenza di energia elettrostatica tra il caso in cui la carica sia distribuita uniformemente in tutto il volume sferico e quello in cui la carica sia distribuita uniformemente sulla sua superficie

[minimo per il caso della distribuzione superficiale. Differenza: $\frac{1}{10}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{a}$]

6) Si consideri un reticolo monodimensionale di cariche uguali in modulo, ma disposte consecutivamente a segno alternato lungo una retta, in modo che ciascuna carica q abbia due cariche opposte a distanza d, due cariche uguali a distanza $2d$, etc. Si deduca l'espressione dell'energia potenziale per carica (J/C) relativa al reticolo

[$-\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q}{d}\ln 2$]

7) Determinare campo elettrico e potenziale di un cilindro infinito di raggio R in cui è distribuita uniformemente della carica con densità ρ. Dedurre il caso del filo infinito uniformemente carico.

[$r > R$: $E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\rho\pi R^2}{r}$; $V = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\rho\pi R^2 \ln r + C$; $r < R$: $E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\rho\pi r$; $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\rho\pi r^2 + C$; filo: sostituire a $\rho\pi R^2$ la densità di carica per unità di lunghezza]

8) Tre cariche puntiformi -q, 2q e q sono poste nel piano (x, y) su tre vertici di un quadrato di lato L (-q in (0,0), 2q in (0,L), q in (L,L)). Calcola:

e) il campo elettrostatico e il potenziale nella posizione del quarto vertice del quadrato;
f) la forza elettrica che agirebbe su una carica puntiforme negativa q_0 posta nel quarto vertice del quadrato e l'energia potenziale elettrica del sistema delle quattro cariche.

$$\left[\vec{E}_{TOT} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{L^2}\cdot\left\{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-1\right)\vec{u}_x - \left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\vec{u}_y\right\}; V_{TOT} = \frac{\sqrt{2}}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{L}; \vec{F} = q_0\cdot\vec{E}_{TOT}; U = q_0\cdot V_{TOT}\right]$$

9) La differenza di potenziale tra due piatti paralleli, posti alla distanza di 1.00 cm, è 100 V. I due elettrodi, lunghi 2.00 cm, sono posti in piani orizzontali e sono separati dal vuoto. Un elettrone entra nella regione compresa tra i piatti: inizialmente propaga con velocità $1.00\cdot 10^7\ \frac{m}{s}$ lungo l'asse orizzontale e si trova alla stessa distanza dai due piatti. Sapendo che l'elettrodo inferiore è quello a più basso potenziale, determina la deviazione trasversale subita dalla particella e la componente trasversale della sua velocità all'uscita dalla regione di spazio compresa tra i due piatti.

[3.5 mm verso l'alto; 3.5 10^6 m/s]

10) L'energia potenziale elettrostatica della carica puntiforme $q = 4.0\cdot 10^{-9} C$ rispetto al riferimento R vale $-3.2\cdot 10^{-8} J$ nel punto A e $+2.4\cdot 10^{-8} J$ nel punto B. Trova il lavoro compiuto dalla forza applicata dal campo elettrico presente in quella regione dello spazio quando una carica puntiforme $Q = -1.5\cdot 10^{-8} C$ si sposta dal punto B al punto A.

$\left[W = -2.1\cdot 10^{-7} J\right]$

11) Una carica elettrica positiva è distribuita con densità superficiale uniforme $+\sigma$ sul piano x=0. Una carica elettrica negativa è distribuita con densità volumica uniforme $-\rho$ nella regione di spazio limitata dai piani $x = x_0 > 0$ e $x = x_0 + d$. Calcola:

a) la relazione tra σ e ρ affinchè il campo elettrico sia nullo nelle regioni $x<0$ e $x>x_0+d$;

b) l’andamento del campo elettrico e del potenziale, nelle condizioni del punto a), per $0 < x < x_0 + d$. Assumi V = 0 V per x = x_0 + d.

$$\left[a)\sigma = \rho \cdot d; b) 0 < x < x_0 \Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{u}_x; x_0 < x < x_0 + d \Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(1 - \frac{x - x_0}{d}\right)\vec{u}_x \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} c) x \le 0 \Rightarrow V(x) = V(0) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(x_0 + \frac{d}{2}\right); 0 < x \le x_0 \Rightarrow V(x) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(x_0 + \frac{d}{2} - x\right); x_0 < x \le x_0 + d \Rightarrow \\ \Rightarrow V(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 d}\left\{x^2 - 2(x_0 + d)x + (x_0 + d)^2\right\}; x \ge x_0 + d \Rightarrow V(x) = 0 \end{array} \right]$$

12) Una carica elettrica è distribuita, con densità superficiale σ_1 e σ_2, su due superfici cilindriche coassiali infinite di raggi R_1 ed R_2 rispettivamente, tali che $R_1 < R_2$. Determina il campo elettrico e il potenziale elettrostatico in tutto lo spazio, assumendo nullo il potenziale sulla superficie esterna di raggio R_2.

$$\left[0 < x < R_1 \Rightarrow \vec{E} = \vec{0}; R_1 < r < R_2 \Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon_0}\frac{1}{r}\vec{u}_r; r > R_2 \Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2}{\varepsilon_0}\frac{1}{r}\vec{u}_r \right]$$

$$\left[0 \le x \le R_1 \Rightarrow V = -\frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon_0}\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right); R_1 < r \le R_2 \Rightarrow V = -\frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon_0}\ln\left(\frac{r}{R_2}\right); r > R_2 \Rightarrow V = -\frac{\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2}{\varepsilon_0}\ln\left(\frac{r}{R_2}\right) \right]$$

13) Una carica elettrica positiva Q è distribuita all’interno di una sfera di raggio R. La densità volumica di carica varia radialmente secondo la legge $\rho = a \cdot r$ con 0 < r < R e $a = \text{costante}$. Trova:

a) la costante a;
b) il campo elettrico generato dalla distribuzione di carica in tutto lo spazio;
c) il potenziale in tutto lo spazio.

[$a = \frac{Q}{\pi R^4}$; r > R: campo e potenziale come quelli di una carica puntiforme Q; r < R: $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^4}r^2$; $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}\left(\frac{4}{3} - \frac{r^3}{3R^3}\right)$]

14) Tra due superfici sferiche concentriche di raggio R_1 = 0.10 m e R_2 = 0.20 m è distribuita una carica elettrica con densità volumica uniforme $\rho = 2.658 \cdot 10^{-7}\,\frac{C}{m^3}$. Determina:

a) l’espressione del campo elettrostatico in funzione della distanza r dal centro del sistema;
b) la velocità con cui un elettrone raggiunge la cavità interna se viene abbandonato sulla superficie esterna da fermo. La massa (a riposo) della particella è $9.109 \cdot 10^{-31}\,kg$.

$$\left[a) 0 < r < R_1 \Rightarrow \vec{E} = \vec{0}; R_1 \le r < R_2 \Rightarrow \vec{E}(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\cdot\frac{r^3 - R_1^3}{r^2}\vec{u}_n; r \ge R_2 \Rightarrow \vec{E}(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\cdot\frac{R_2^3 - R_1^3}{r^2}\vec{u}_n; b) v = 5.93 \cdot 10^6\,\frac{m}{s} \right]$$

15) Quale dei seguenti due campi vettoriali non puo’ essere un campo elettrostatico?

E = k[xy**u$_x$** + 2yz**u$_y$** + 3xz**u$_z$**];

E= k[y^2**u$_x$** + ($2xy+z^2$) **u$_y$** + 2yz**u$_z$**];

con k opportuna costante. Trovare il potenziale, usando l'origine come punto di riferimento.

$\left[\vec{rot}\left(\vec{E}_1\right) \neq \vec{0}; V = -k\left(xy^2 + yz^2\right) \right]$

16) Dato il seguente campo vettoriale bidimensionale: $\boldsymbol{A} = -y\,\mathbf{u_x} + x\mathbf{u_y}$:

a) si stabilisca se è conservativo;
b) si determini l'espressione analitica delle linee di forza;
c) si calcoli la circuitazione lungo la linea Γ di equazione: $x^2 + y^2 = 4$;

d) si verifichi il teorema di Stokes.

$\left[\vec{rot}\left(\vec{A}\right) = 2\vec{u}_z \neq 0; \gamma : x^2 + y^2 = C^2; C_\Gamma\left(\vec{A}\right) = 8\pi \right]$

17) In un determinato volume di spazio il campo elettrico sia dato dalla seguente espressione:

$$\mathbf{E}(x,y,z) = axy\mathbf{u_x} + bx\mathbf{u_y} + ayz\mathbf{u_z}$$

essendo a e b delle costanti note. Si determini la distribuzione di carica elettrica che lo genera. Si tratta di un campo conservativo?

$\left[\rho = 2\varepsilon_0 ay; \vec{rot}\left(\vec{A}\right) \neq \vec{0}\right]$

18) Un mezzo conduttore di conducibilità σ riempie lo spazio compreso tra due sfere concentriche di raggi r_1 ed r_2, rispettivamente. Si determini la resistenza del mezzo

[$R = \frac{1}{4\pi\sigma}\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$]

19) Due superfici cilindriche metalliche molto lunghe, coassiali, di raggi R_1 ed $R_2 > R_1$, sono mantenute ad una differenza di potenziale $\Delta\phi$. L'intercapedine è costituita da un mezzo conduttore, di resistività ρ . Si trovi l'espressione della corrente elettrica per unità di lunghezza dei cilindri che percorre l'intercapedine.

[$I = \frac{2\pi}{\rho}\frac{V}{ln\frac{r_2}{r_1}}$]

20) Un generatore di forza elettromotrice G e resistenza interna r viene collegato ad una resistenza variabile R. Si trovi per quale valore di R la potenza su di essa dissipata è massima

[$R = r$]

21) Tre conduttori sferici, sottili, isolati C_1, C_2, C_3, rispettivamente di raggi R_1 = 5.00 cm, R_2 = 12.0 cm, R_3 = 22.0 cm sono inizialmente scarichi. I capi di un generatore di forza elettromotrice $fem = 10.0\frac{J}{C}$ vengono collegati ai conduttori C_1 e C_3. Determina:

a) la carica trasferita ai due conduttori dal generatore;

Mantenendo il generatore collegato, lo spazio tra C_2 e C_3 viene riempito con un gas pressurizzato di costante dielettrica relativa $\varepsilon_r = 4$. In questa nuova situazione di equilibrio, calcola:

b) l'energia elettrostatica immagazzinata nel sistema

$\left[q_1 = 7.20 \cdot 10^{-11} C = -q_3; U_{fTOT} = 4.41 \cdot 10^{-10} J\right]$

22) Un generatore di tensione $\Delta V = 25.0 mV$ è connesso agli estremi di un conduttore di alluminio a forma di cilindro cavo, di lunghezza L = 75.0 cm e raggio di base interno ed esterno r_i = 0.600 mm e r_e = 0.700 mm rispettivamente. Sapendo che la resistività dell'alluminio è $\rho = 2.70 \cdot 10^{-8} \Omega m$, si determini l'intensità di corrente che scorre nel conduttore e la sua resistenza elettrica.

[R=4.96 10^{-2} Ω; I = 0.5 A]

23) Due conduttori A e B a forma di guscio sferico sono disposti concentricamente e connessi a un generatore di tensione; quest'ultimo applica una differenza di potenziale pari a ΔV_0 tra l'armatura più interna del guscio interno, che è positiva, e quella più esterna del guscio esterno. Siano r_1, r_2 i raggi interno ed esterno del guscio A, r_2, r_3 quelli del guscio B e ρ_A e ρ_B i rispettivi valori di resistività. Trova:

a) il vettore densità di corrente e il campo elettrico all'interno dei due conduttori;
b) la densità di carica elettrica che si accumula all'interfaccia tra i due conduttori.

[$R = \frac{1}{4\pi}\left(\rho_1 \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} + \rho_2 \frac{r_3 - r_2}{r_3 r_2}\right)$; $j = \frac{\Delta V_0}{4\pi R r^2}$; $E_A = \rho_A \frac{\Delta V_0}{4\pi R r^2}$ con $r_1<r<r_2$; per $r_2<r<r_3$: $E_B = \rho_B \frac{\Delta V_0}{4\pi R r^2}$; $\sigma = \epsilon_0(\rho_B - \rho_A)\frac{\Delta V_0}{4\pi R r_2^2}$]

Dielettrici

1) Un condensatore piano di superficie *A* è caricato da un generatore che fornisce una d.d.p. *V*. Il condensatore è poi staccato dal generatore e si misura una forza *F* esercitata fra le armature. Si calcoli la quantità di carica *Q* presente sulle armature del condensatore e la distanza *d* tra esse.

$$\left[Q = \sqrt{2A\varepsilon_0 F}; d = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 A}{2F}} V\right]$$

2) Un mezzo dielettrico infinito viene tagliato secondo due piani tra loro paralleli, in modo da lasciare un interstizio sottile e costante. Il dielettrico è polarizzato uniformemente ed il vettore polarizzazione forma un angolo β rispetto alla normale alle superfici delimitanti l'interstizio. Si determini il campo elettrico in quest'ultimo.

[$P\cos\beta/(2\varepsilon_0)$]

3) Un condensatore piano ha armature di area A distanti d = 4.00 cm. Sull'armatura inferiore è appoggiato un dielettrico di area A, spessore h = 3.00 cm e costante dielettrica relativa ε_r = 5. Sapendo che la densità di carica libera sulle armature è $\sigma_{lib} = 0.400 \frac{\mu C}{m^2}$ e che la costante dielettrica assoluta del vuoto è $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$, determina:

g) il campo elettrostatico nel dielettrico;
h) la differenza di potenziale tra le armature del condensatore;
i) il rapporto tra la capacità del condensatore senza dielettrico e con il dielettrico

$$\left[E_1 = \frac{\sigma_{LIB}}{\varepsilon} = 9.04 \cdot 10^3 \frac{N}{C}; \Delta V = 7.23 \cdot 10^2 V; \frac{C_0}{C} = 1 - \frac{h}{d} \cdot \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} = 0.40\right]$$

4) Un condensatore cilindrico, costituito da due gusci cilindrici conduttori concentrici di raggio interno R_1 = 1.00 cm, raggio esterno R_2 = 3.00 cm e altezza h = 50.0 cm, è collegato a un generatore di forza elettromotrice $fem = 600\frac{J}{C}$. Mantenendo il generatore collegato, si riempie completamente la metà sinistra del condensatore con un semiguscio di costante dielettrica relativa ε_r = 3. Calcola:

a) il lavoro fatto dall'esterno per inserire il dielettrico;
b) la carica sulle metà sinistra e destra del condensatore;

Staccato il generatore si riempie con lo stesso materiale dielettrico anche la metà destra del condensatore; trova:

c) la nuova differenza di potenziale elettrostatico tra le armature del condensatore.

$$\left[W_{F_{ext}} = 4.56 \cdot 10^{-6} J; q_{fD} = 7.59 \cdot 10^{-9} C; q_{fS} = 2.27 \cdot 10^{-8} C; \Delta V = 399 V\right]$$

5) Una sbarretta di materiale dielettrico, avente sezione trasversale *S*, si estende lungo l'asse delle *x*, dall'origine al punto $x = D$. La sbarretta è polarizzata longitudinalmente; la polarizzazione $P = c_1 x^2 + c_2$, essendo c_1 e c_2 due costanti. Si trovino la densità di volume della carica di polarizzazione e la carica di polarizzazione superficiale su ognuna delle estremità. Si mostri esplicitamente che la carica totale di polarizzazione è nulla.

$$\left[\sigma_{P1} = \sigma_P(x=0) = -c_2; \sigma_{P2} = \sigma_P(x=L) = c_1 \cdot L^2 + c_2; \rho_P = -2 \cdot c_1 \cdot x\right]$$

6) Un condensatore a facce piane, quadrate e parallele, di lato *L*, poste a distanza *d*, inizialmente vuoto, è connesso ad un generatore. Lo spazio fra le armature viene quindi progressivamente riempito con un liquido avente costante dielettrica relativa ε. Si determini la capacità del condensatore in funzione dello spessore *h* dello strato liquido, con riferimento alle due situazioni: a) armature parallele e b) armature normali al pelo libero del liquido. Se *V* è la ddp del generatore, si trovino le densità di carica libera e di polarizzazione nei due casi.

[a) $C = \frac{\varepsilon_0 L^2}{d - h + \frac{h}{\varepsilon_r}}$; b) $C = \frac{\varepsilon_0 L}{d}(L - h + h\varepsilon_r)$. Densità di carica: a) $\sigma_l = \frac{\varepsilon_0 V}{d - h + \frac{h}{\varepsilon_r}}$, $\sigma_p = \sigma_l \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}$; b) nel vuoto $\sigma_l = \frac{\varepsilon_0 V}{d}$; nel dielettrico $\sigma_p = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\frac{V}{d}$, $\sigma_l = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{V}{d}$]

7) Una sfera conduttrice di raggio *R* galleggia sommersa per metà in un mezzo dielettrico liquido, avente costante dielettrica relativa ε_1. Sopra il liquido si ha un gas, la cui costante dielettrica relativa è pari a ε_2 . La carica totale libera depositata sulla sfera sia *Q*. Si trovi un campo elettrico radiale, inversamente proporzionale al quadrato della distanza che soddisfi alle condizioni al contorno. Determinare inoltre le densità di carica libera e legata su tutti i punti della superficie della sfera.

[$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}\frac{Q}{r^2}$; $\sigma_{l,gas} = \frac{\varepsilon_2}{2\pi(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}\frac{Q}{R^2}$; $\sigma_{l,liq} = \frac{\varepsilon_1}{2\pi(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}\frac{Q}{R^2}$; $\sigma_{pol,gas} = \frac{\varepsilon_2-1}{2\pi(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}\frac{Q}{R^2}$; $\sigma_{pol,liq} = \frac{\varepsilon_1-1}{2\pi(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}\frac{Q}{R^2}$]

8) Nel centro di una calotta sferica di materiale dielettrico, omogeneo e isotropo, con costante dielettrica relativa ε_r e di raggi R_1 e $R_2 > R_1$, è localizzata una carica puntiforme positiva q. Determina:

a) il vettore spostamento elettrico **D** e il campo elettrico **E** in funzione della distanza r dal centro della calotta;
b) la densità di carica di polarizzazione sulle due superfici sferiche di raggi R_1 e R_2. Dimostrare che la densità di carica di polarizzazione di volume è nulla

$$\left[\begin{array}{l} r > 0 \Rightarrow \vec{D}(r) = \frac{1}{4\pi}\cdot\frac{q}{r^2}\cdot\vec{u}(r); 0 < r < R_1 \Rightarrow \vec{E}(r)\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\vec{u}_r; R_1 < r < R_2 \Rightarrow \vec{E}(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}\cdot\vec{u}_r; \\ r > R_2 \Rightarrow \vec{E}(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\vec{u}_r; \sigma_{P1} = -\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\cdot\frac{q}{4\pi R_1^2}; \sigma_{P2} = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\cdot\frac{q}{4\pi R_2^2} \end{array}\right]$$

9) Considera una lastra di materiale dielettrico, omogeneo e isotropo, di costante dielettrica relativa $\varepsilon_r = 2$. All'esterno è presente un campo elettrico uniforme di intensità $100\frac{V}{m}$, le cui linee di campo formano un angolo di 40° con la normale alla lastra. Ricordando che la costante dielettrica assoluta del vuoto è $\varepsilon_0 = 8.85\cdot 10^{-12}\frac{C^2}{N\cdot m^2}$, trova:

j) il campo elettrostatico nel dielettrico;
k) la densità superficiale delle cariche di polarizzazione sulla superficie della lastra.

$$\left[E_d = E_0\cdot\frac{sen(\alpha)}{sen(\beta)} = 74.9\frac{V}{m}; \sigma_P = (\varepsilon_r - 1)\cdot\varepsilon_0\cdot E_d\cdot\cos(\beta) = 3.39\cdot 10^{-10}\frac{C}{m^2}\right]$$

10) Una lastra piana di materiale dielettrico non omogeneo, di spessore d, viene inserita in un campo elettrico uniforme $\mathbf{E_0}$, normale alla lastra stessa. Si verifica che il dielettrico si polarizza con polarizzazione **P** parallela a $\mathbf{E_0}$ e che si forma nel dielettrico una carica di polarizzazione distribuita con densità volumica $-\rho_0$. Sapendo che la densità superficiale di carica di polarizzazione è trascurabile sulla faccia 1, posta in corrispondenza del piano x = 0 (la faccia 2 si trova in corrispondenza del piano x = d), calcola:

a) la polarizzazione **P** in funzione di x;
b) il campo elettrico in funzione di x;
c) la densità superficiale di carica di polarizzazione sulla faccia 2 della lastra.

$$\left[\vec{P}(x) = \rho_0\cdot x\cdot\vec{u}_x; \vec{E}(x) = \left(E_0 - \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\cdot x\right)\cdot\vec{u}_x; \sigma_{P2} = \sigma_P(x = d) = \rho_0\cdot d\right]$$

11) Una sfera conduttrice di raggio R è caricata con una carica totale Q e sconnessa dal generatore. Essa è per metà immersa in un dielettrico omogeneo e isotropo di costante dielettrica relativa ε_r e per l'altra metà è immersa nel vuoto. Calcola:

d) il potenziale della sfera;

e) la densità superficiale di carica libera sulla sfera conduttrice;
f) la densità di carica di polarizzazione nel dielettrico.

$$\left[\begin{array}{l} a)V(R)=\dfrac{Q}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot(1+\varepsilon_r)\cdot R};b)\sigma_{lib0}=\dfrac{Q}{2\cdot\pi\cdot(\varepsilon_r+1)\cdot R^2};\sigma_{libd}=\dfrac{\varepsilon_r\cdot Q}{2\cdot\pi\cdot(\varepsilon_r+1)\cdot R^2}; \\ c)\sigma_P=-\dfrac{(\varepsilon_r-1)\cdot Q}{2\cdot\pi\cdot(\varepsilon_r+1)\cdot R^2} \end{array}\right]$$

Magnetostatica nel vuoto

1) Una particella di carica q penetra in una regione sede di un campo magnetico uniforme **B** (entrante nella pagina). Il campo deflette la particella a una distanza d sopra l'originaria linea di volo. *i*) La carica è positiva o negativa? *ii*) Trovare la quantità di moto della particella.

[i) positiva. ii) $mv = qBd/2$]

2) Nel 1897 J.J. Thomson scoprì l'elettrone misurando il rapporto carica/massa di 'raggi catodici' come segue: a) dapprima fece passare il fascio attraverso due campi elettrico e magnetico uniformi, incrociati **E** e **B** mutuamente ortogonali e perpendicolari alla direzione del moto delle particelle, aggiustando il campo elettrico fino a ottenere deflessione nulla. Quanto valeva la velocità delle particelle? b) Poi spense il campo elettrico e misurò il raggio di curvatura R del fascio deflesso dal solo campo magnetico. Trovare il rapporto q/m.

[a) E/B b) $q/m = E/(RB^2)$]

3) Un elettrone (carica e, massa m, energia cinetica E) viene lanciato da un punto A in una direzione che forma un angolo θ rispetto ad un asse passante per A. L'elettrone si muove in un campo magnetico uniforme **B** applicato nella direzione dell'asse e deve passare per un punto C posto sull'asse suddetto, a distanza d dal punto A. Calcolare il minimo fra i valori possibili che deve avere il modulo del campo magnetico B affinchè l'elettrone passi per C

[$B = \frac{2\pi cos\theta}{qd}\sqrt{2mE}$]

4) Due particelle A e B, con carica uguale ed energie cinetiche uguali entrano in un campo magnetico costante ed uniforme. La velocità è normale al campo. La massa di A è 4 volte quella di B. Si trovi il rapporto fra i raggi di curvatura delle due traiettorie.
[$R_B/R_A = 0.5$]

5) Una particella carica, accelerata da ferma mediante una tensione V, entra in un campo magnetico uniforme e normale alla velocità iniziale della particella. Il raggio della traiettoria sia R. Determinare il raggio nel caso in cui la tensione sia V/3.
[$R\sqrt{\frac{1}{3}}$]

6) Elettroni con diverse velocità si muovono in un piano normale ad un campo magnetico uniforme B. Dimostrare che il tempo necessario per percorrere un cerchio completo è lo stesso per tutti gli elettroni.

7) Un elettrone è emesso con velocità trascurabile da un filamento metallico e accelera verso un anodo, costituito da una rete metallica a maglie sufficientemente larghe affinchè la particella la attraversi senza che vi sia alcuna interazione. Tra il filamento, che costituisce il catodo, e l'anodo, posti a 300 µm di distanza, vi è un campo elettrico uniforme, parallelo alla direzione di propagazione dell'elettrone e avente densità di energia $\rho_E = 31.47 \frac{J}{m^3}$. Immediatamente al di là della griglia vi è una regione dello spazio in cui è presente un campo induzione magnetica uniforme, diretto ortogonalmente al vettore velocità e avente intensità 1.500 T. Supponendo che l'elettrone, la cui massa è $9.109 \cdot 10^{-31} kg$, arrivi su un rivelatore dopo avere percorso, al di là della griglia, un quarto di circonferenza, trova:

a) la velocità con cui la particella arriva sull'anodo;
b) il tempo complessivo di volo;
c) il raggio della traiettoria circolare;
d) la differenza di potenziale che dovrebbe essere applicata affinchè il raggio della traiettoria fosse un terzo di quello calcolato al punto c).

[v = 1.7 10^7 m/s; t = 4.19 10^{-11} s; R = 6.4 10^{-5} m; V = 90 V]

8) Particelle cariche negativamente vengono lanciate in una regione dello spazio in cui sono presenti un campo elettrico e uno induzione magnetica incrociati. La velocità delle particelle incidenti è normale al piano dei due campi, i quali sono ortogonali l'un l'altro. Il campo induzione magnetica ha intensità 0.100 T. Il campo elettrico è generato da un paio di lastre uguali, parallele, separate dal vuoto e poste alla distanza di 0.0200 m. Determina la velocità delle particelle, supponendo che esse non vengano deflesse quando la differenza di potenziale tra le piastre è 300 V.

[1.5 10^5 m/s]

9) In uno spettrometro di massa di Dempster, una differenza di potenziale di 1000 V fa descrivere agli ioni di ^{24}Mg ionizzati una sola volta un percorso di raggio R. Trova il raggio descritto dagli ioni ^{25}Mg, ionizzati una sola volta, se essi sono accelerati mediante la medesima differenza di potenziale. Trova poi quale differenza di potenziale sarebbe necessario applicare affinchè gli ioni ^{25}Mg descrivessero una traiettoria di raggio R. Ricorda che il ^{24}Mg ha massa 23.985042u, il ^{25}Mg ha massa 24.985837u, $1u = 1.660566 \cdot 10^{-27} kg$ e che la velocità iniziale degli ioni è trascurabile.

[R' = 1.02 R; 959 V]

10) Un filo rettilineo infinito porta una corrente di 1.5 A. Un elettrone viaggia con velocità 5 10^4 m/s parallelamente al filo a distanza 0.1 m da esso e nello stesso verso della corrente. Trovare la forza esercitata sull'elettrone.
[2.4 10^{-20} N]

11) Un disco di raggio pari R ruota attorno al proprio asse con velocità angolare ω. Sopra il disco si distribuisce con densità uniforme una carica q. Determinare il campo magnetico esistente sull'asse del disco, a distanza z dal centro.

$$\left[\vec{B}(z) = \int_0^R \frac{\mu_0 q \omega r^3}{2\pi R^2 \left(z^2 + r^2\right)^{\frac{3}{2}}} dr \cdot \vec{u}_z = \frac{\mu_0 q \omega}{2\pi R^2} \left\{ \sqrt{z^2 + R^2} - 2z + \frac{z^2}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right\} \cdot \vec{u}_z \right]$$

Forze su conduttori

1) Trovare la forza sulla porzione circolare di un conduttore lineare e piegato a semicirconferenza se I è la corrente e B il campo magnetico diretto verso l'alto. Siano C e D i due punti estremi della semicirconferenza. Dimostrare che la forza è la stessa per un tratto rettilineo di conduttore che unisce C e D.

$\left[\vec{F} = -2 \cdot R \cdot I \cdot B \cdot \vec{u}_y\right]$

2) Un conduttore a sezione quadrata di lato a = 1 cm, i cui portatori liberi (elettroni, carica $1.6 \cdot 10^{-19}$ C) sono presenti in concentrazione $N = 6 \cdot 10^{22}$ cm^{-3} , è percorso da corrente stazionaria I = 1 A. Si applica quindi un campo magnetico B = 0.1 T uniforme, costante e normale all'asse del conduttore. Che tensione si rileva tra i punti 1 e 2?

$$\left[\Delta V = \frac{I \cdot B}{n|e| \cdot a} = 1 \cdot 10^{-3} V\right]$$

3) Un elettrone in una camera a vuoto è accelerato dallo stato di quiete mediante un opportuno campo elettrico. Uscito da questo dispositivo, entra in un selettore di velocità; il campo elettrico è generato da due dischi aventi ciascuno una carica in modulo pari a 1.667 nC e un diametro di 89.42 cm. Il campo induzione magnetica è, invece, dovuto a un solenoide lungo 800 mm, costituito da 10000 spire e nel quale scorre una corrente di 5.00 mA. Sapendo che gli elettroni attraversano il selettore di velocità senza venire deviati, trova la differenza di potenziale applicata nella camera a vuoto. Ricorda che la costante dielettrica assoluta del vuoto è $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$ e che la permeabilità magnetica assoluta del vuoto vale $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$.

[41.5 V]

4) Si trovi il campo magnetico di una corrente superficiale infinita uniforme **K** =K**x**, che scorre sul piano xy.

$$\left[B_1 = \frac{\mu_0 Ni}{2} = \frac{\mu_0 K}{2}; B_2 = -\frac{\mu_0 K}{2}\right]$$

5) Si consideri una densità di corrente uniforme **J** = J**x** compresa nella regione di spazio limitata tra i piani $z = -a$ e $z = +a$. Si trovi il campo magnetico generato.

[$\boldsymbol{B} = -\frac{\mu_0}{2} Ja\boldsymbol{u}_y \;\; per\ z > a$; $\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{2} Ja\boldsymbol{u}_y \;\; per\ z < -a$; $\boldsymbol{B} = -\frac{\mu_0}{2} Jz\boldsymbol{u}_y \;\; per\ a > z > 0$; $\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{2} Ja\boldsymbol{u}_y \;\; per\ 0 > z > -a$]

6) Il campo magnetico in una certa regione sia del tipo: **B** = kz**x** , essendo k una costante. Si trovi la forza su una spira quadrata di lato a, che giace nel piano yz, è centrata nell'origine e porta una corrente I che scorre in senso antiorario quando si guarda nella direzione x negativa.

$\left[\vec{F}_{TOT} = Ika^2\vec{u}_z\right]$

7) Si supponga di avere due fili infiniti carichi ciascuno con densità lineare λ, distanti d l'uno dall'altro. Essi traslano nella direzione della loro lunghezza con velocità costante v . Quanto dovrebbe valere v affinchè l'attrazione magnetica bilanciasse la repulsione elettrica?

[v = c]

8) Una spira quadrata avente lato l = 6 cm è percorsa da una corrente stazionaria i = 0.2 A. Il centro della spira dista 12 cm da un filo rettilineo indefinito percorso da corrente I (5 A). Si calcoli il lavoro necessario ad allontanare la spira dal filo, portandola all'infinito.

$$\left[W = \frac{\mu_0 i I l}{2\pi} \ln\left(\frac{d + \frac{l}{2}}{d - \frac{l}{2}} \right) = 1.02 \cdot 10^{-7}\, J \right]$$

9) Una sbarra metallica di massa m scivola senza attrito su due binari paralleli conduttori distanti l l'uno dall'altro. Una resistenza connette i binari e un campo magnetico uniforme $\boldsymbol{B}$, normale al foglio, permea l'intera regione. Se la barra si muove a velocità v quanto vale la corrente nella resistenza? Quanto vale la forza magnetica sulla sbarra? Qual è la legge del moto della sbarra se parte con velocità v_0? Quanto vale l'energia dissipata nella resistenza?

$$\left[i = \frac{B \cdot L \cdot V}{R}; \vec{F}_m = -\frac{B^2 \cdot L^2}{R} \cdot V \cdot \vec{u}_x; x(t) = x_0 - \frac{m \cdot R}{B^2 \cdot L^2} \cdot V_0 \cdot \left(e^{-\frac{B^2 \cdot L^2}{m \cdot R} \cdot t} - 1 \right); \Delta E = -\frac{1}{2} \cdot m V_0^2 \cdot \left(e^{-\frac{2B^2 \cdot L^2}{m \cdot R} \cdot t} - 1 \right) < 0 \right]$$

10) Si considerino tre fili paralleli infiniti, paralleli all'asse z di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale e allineati lungo l'asse x del medesimo. La distanza lungo l'asse x tra di essi è d = 30 cm. Essi sono percorsi da una corrente di intensità 8.0 A, diretta al contrario rispetto all'asse z nel filo centrale 2 ed equiversa allo stesso asse z nei fili esterni 1 e 3. Ricordando che la permeabilità magnetica assoluta del vuoto è $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$, determina:

c) il modulo del campo induzione magnetica nel punto P, posto al di sopra del filo 2 lungo l'asse y, a distanza d da esso;
d) il modulo della forza per unità di lunghezza esercitata dal filo 1 sul filo 2 e dal filo 3 sul filo 2;
e) la variazione di corrente sul filo 3 affinchè la forza per unità di lunghezza sul filo 2 abbia intensità $2.0 \cdot 10^6 \frac{N}{m}$ senza variare la corrente negli altri fili.

$$\left[\vec{B}(P) = \vec{0}; \vec{f}_{21} = 4.27 \cdot 10^{-5} \frac{N}{m} \cdot \vec{u}_x; \vec{f}_{23} = -\vec{f}_{21}; \Delta i_3 = \frac{2\pi \cdot d \cdot |\, \vec{f}_{TOT2} \,|}{\mu_0 \cdot i} = 0.38 A \right]$$

11) Si consideri una spira quadrata di area A = 8.00 cm^2, posta su un piano orizzontale e percorsa da una corrente i_1 = 3.00 A. Ricordando che la permeabilità magnetica assoluta del vuoto è $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$, trova:

g) il modulo del campo induzione magnetica al centro O della spira;

Si pone un filo rettilineo molto lungo sul medesimo piano orizzontale, a una distanza d = 10 cm dal centro della spira. Si osserva che, se il filo è parallelo a uno dei lati della spira, il campo induzione magnetica al centro della spira si annulla. Determina:

h) la corrente che passa nel filo;
i) la forza che agisce sulla spira.

$[B_1(0) = 1.20 \cdot 10^{-4} T; i_2 = 60A; \vec{F} = -6.25 \cdot 10^6 \vec{u}_x]$ 2.93 10^{-6} N

12) Un cilindro conduttore cavo C, infinito, con asse verticale e avente raggi interno ed esterno rispettivamente R_1 = 1.0 cm ed R_2 = 2.0 cm, è percorso dalla corrente i = 7.0 A nel verso opposto a quello dell'asse y di un sistema di riferimento, che è diretto verso l'alto. Due fili infiniti, anch'essi verticali, sono posti ai lati del cilindro: il filo 1 si trova a sinistra di C, a distanza d_1 = 1.5 m dall'asse di C ed è percorso dalla corrente i_1 = 25 A, concorde all'asse y; il filo 2 si trova a destra di C, a distanza d_2 = 2.5 m dall'asse di C, ed è percorso dalla corrente i_2 concorde all'asse y. L'intensità del campo induzione magnetica sull'asse di C vale 0.50 μT. Determina:

c) l'intensità della corrente sul filo 2;
d) la forza per unità di lunghezza che il filo 1 e il conduttore cavo C esercitano sul filo 2;
e) l'intensità del campo magnetico nella posizione r a metà del conduttore cavo quando $i_1 = i_2 = 0$ A.

$$\left[i_2 = 48A; \vec{f}_{2TOT} = -3.31 \cdot 10^{-5} \frac{N}{m} \cdot \vec{u}_x; B(r) = \frac{\mu_0 \cdot i}{2\pi \cdot r} \cdot \frac{r^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} = 3.9 \cdot 10^{-5} T \right]$$

13) Nel piano ortogonale a un conduttore cilindrico infinito C, avente per asse l'asse z, percorso da una corrente costante i = 100 A, è posta una spira piana, percorsa dalla corrente i_0 = 2.00 A, con la forma di un settore di corona circolare di raggi R_1 = 2.00 cm e R_2 = 4.00 cm e che sottende un angolo Θ = 60°. Il raggio del conduttore è inferiore a R_1. Calcola:

d) il campo induzione magnetica nel centro del conduttore C;
e) il modulo della forza agente su ciascuno dei quattro lati della spira esercitata dal conduttore cilindrico.

$$\left[\vec{B} = -5.24 \cdot 10^{-6} T \cdot \vec{u}_z; F_2 = F_4 = 2.77 \cdot 10^{-5} N \right]$$

Magnetostatica nei mezzi materiali

1) Un solenoide toroidale è costituito da N = 500 spire, ha un raggio medio R = 10.0 cm ed è percorso da una corrente i = 5.00 A. Calcola quanto vale il campo induzione magnetica nei seguenti tre casi:

l) solenoide in aria, la cui permeabilità magnetica assoluta è sostanzialmente uguale a quella del vuoto $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$;

m) solenoide avvolto su un materiale ferromagnetico toroidale, che riempie completamente il toroide, di permeabilità magnetica relativa μ_r = 800;
n) solenoide del punto b) a cui venga fatto un traferro di larghezza d = 6.00 mm.

$\left[a)\vec{B} = 5.00 \cdot 10^{-3} T \cdot \vec{u}_\vartheta; b)\vec{B} = 4.00T \cdot \vec{u}_\vartheta; c)\vec{B} = 0.46T \cdot \vec{u}_\vartheta\right]$

2) Considera un toro di raggio medio R e raggio interno a formato da materiale magnetizzato con magnetizzazione **M** uniforme sulla sua sezione e diretta tangenzialmente. Trova l'andamento in tutto lo spazio:

j) del campo induzione magnetica **B**;
k) del campo magnetico **H.**
l) ricava, inoltre, tali campi in presenza di un sottile taglio trasversale di spessore d.

[$\vec{B} = \vec{0}$ per $0 \le r < R$ o $r \ge R + 2a$; $\vec{B}(r) = \frac{\mu_0 MR}{r}\vec{u}_\vartheta$ per $R - a \le r < R + a$]; $\vec{H}(r) = \frac{\vec{B}(r)}{\mu_0} - \vec{M}$;

[$\vec{B}(r) = \mu_0 M\left(1 - \frac{d}{2\pi R}\right)\vec{u}_\vartheta$ per $R - a \le r < R + a$];[$\vec{H}_{aria}(r) = M\left(1 - \frac{d}{2\pi R}\right)\vec{u}_\vartheta$ per $R - a \le r < R + a$]

[$\vec{H}_{mat}(r) = -\frac{Md}{2\pi R}\vec{u}_\vartheta$ per $R - a \le r < R + a$]

3) Un filo cilindrico conduttore infinito di raggio R_1, percorso da corrente I uniformemente distribuita sulla sua sezione, è circondato da una guaina cilindrica di materiale magnetico di permeabilità μ_r e raggio esterno R_2. Determina:

f) il campo magnetico **H** in tutti i punti dello spazio;
g) la densità di corrente di magnetizzazione che scorre sulle superfici della guaina.

$a) r < R_1 \Rightarrow \vec{H}(r) = \frac{i}{2\pi \cdot R_1^2} \cdot r \cdot \vec{u}_\vartheta; r \ge R_1 \Rightarrow \vec{H}(r) = \frac{i}{2\pi \cdot r} \cdot \vec{u}_\vartheta; b) \vec{j}_{Smol2} = -\frac{\mu_r - 1}{2\pi \cdot R_2} \cdot i \cdot \vec{u}_z; \vec{j}_{Smol1} = \frac{\mu_r - 1}{2\pi \cdot R_1} \cdot i \cdot \vec{u}_z$

4) Una spira circolare di raggio R = 4 cm è percorsa da corrente i = 1000 A. Sull'asse della spira, a distanza x=R dal suo centro, si trova una particella paramagnetica sferica di raggio r = 4 mm. Si constata che per portare la particella a distanza infinita occorre spendere un lavoro L = 9.86 nJ. Calcolare la suscettività magnetica della particella. Supporre i campi uniformi entro la sfera e si trascuri la perturbazione del campo magnetico che la particella crea nello spazio ad essa esterno, nonché l'effetto smagnetizzante all'interno.

$\left[\chi_M = 3.00 \cdot 10^{-3}\right]$

5) Una bacchetta di materiale paramagnetico, cilindrica di raggio R = 2.5 mm, è sospesa al braccio di una bilancia; l'estremo libero sta tra i poli di un elettromagnete che produce un campo magnetico uniforme orizzontale, l'altro estremo si trova fuori dell'influenza del campo. Se tra i poli dell'elettromagnete si stabilisce un campo induzione magnetica B = 1 T, la massa dell'asta apparentemente aumenta di m = 1.5 g. Si calcoli la suscettività magnetica del materiale.

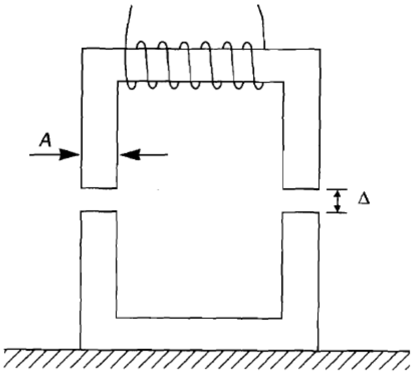
$\left[\chi_M = 1.88 \cdot 10^{-3}\right]$

6) Un cilindretto di alluminio lungo 6 cm, avente massa pari a 2 g, si trova in un campo non uniforme. L'induzione magnetica corrispondente alle basi del cilindretto vale 1 T e 0.1 T,

rispettivamente. Si determini la forza agente sul cilindretto. (densità dell’alluminio: 2.7 g/cm^3 , suscettività magnetica: $2.1 \cdot 10^{-5}$)

[$1.02 \cdot 10^{-4}$ N]

7) I1 sistema magnetico illustrato in figura è costituito da due nuclei ferromagnetici uguali (permeabilità relativa μ_r = 500, densità ρ = 7.5 g/cm^3), di lunghezza media L = 20 cm. Uno dei due nuclei si trova a terra, mentre l'altro è collocato sopra il primo in una posizione fissa, ad una distanza iniziale Δ = 5 mm, e porta un avvolgimento di N = 250 spire. Si calcoli la minima corrente che deve scorrere nell'avvolgimento per sollevare il nucleo da terra, e la corrente necessaria a mantenerlo in contatto con il secondo nucleo.



$$\left[I_A > 4.67A; I_B > 0.35A\right]$$