Analisi e Geometria 1
Politecnico di Milano – Ingegneria

Test di autovalutazione

1. Risolvere, nel campo complesso, l'equazione
$$(z-1+2\mathrm{i})^4 = (2-\mathrm{i})^4 .$$

2. Determinare l'ordine di infinitesimo e la parte principale della funzione
$$f(x) = 2\mathbf{e}^x + \sin x - 2\sqrt{1+3x} .$$

3. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 + 2\ln(1+x) - 2\sin x}{(\mathbf{e}^{2x} - \cos x - 2x)\,\ln(1+\arctan x)} .$$

4. Determinare gli eventuali valori dei parametri reali a e b in corrispondenza dei quali la funzione
$$f(x) = \begin{cases} ax+b & \text{se } x \geq 0 \\ \dfrac{x}{\sin x} & \text{se } x < 0 . \end{cases}$$
è
   (a) continua in $x_0 = 0$
   (b) derivabile in $x_0 = 0$.

5. Studiare la funzione
$$f(x) = \sqrt{x - \ln x} .$$

Risposte

1. Soluzioni: $z = -1 - \mathrm{i}\,,\ \ z = -4\mathrm{i}\,,\ \ z = 2\,,\ \ z = 3 - 3\mathrm{i}\,.$
2. Si ha $f(x) = \frac{13}{4}\, x^2 + o(x^2)\,.$ Quindi la funzione è un infinitesimo del secondo ordine e la parte principale è $\frac{13}{4}\, x^2\,.$
3. Il limite è $2/5\,.$
4. (a) La funzione è continua per ogni a per per $b = 1\,.$

   (b) La funzione è derivabile per $a = 0$ e $b = 1\,.$
5. Grafico della funzione: