

Cognome e Nome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_ Firma \_\_\_\_\_

**Domande di teoria (valutazione secondo quanto indicato sul portale BEEP)**

1. Dando per dimostrato che per un gas perfetto vale  $du = c_v dT$ , dimostrare che vale anche  $dh = c_p dT$ .
2. Scrivere le espressioni di  $dh$  e  $ds$  per un liquido ideale in funzione di  $dP$  e  $dT$ .
3. Mostrare (utilizzando le opportune espressioni differenziali) che a cavallo di una transizione di fase isotermodarica la variazione del potenziale di Gibbs è nulla.
4. La legge di Mayer generalizzata.
5. Disegnare (qualitativamente ma in maniera fisicamente accurata, anche nella regione del liquido) la curva limite liquido-vapore e alcune isobare tra le quali quella critica nel diagramma T-s.
6. Scrivere la relazione tra umidità assoluta ed umidità relativa per un'aria umida, indicando il significato dei termini che vi compaiono.
7. Rappresentare (qualitativamente ma in maniera fisicamente accurata) alcune curve del potere emissivo di corpo nero in funzione di temperatura e lunghezza d'onda ed il luogo dei punti identificato dalla legge di Wien.

**Esercizio 1 (fino a 12 punti)**

Una turbina opera espandendo in modo internamente irreversibile una portata pari a  $M^\circ = 50 \text{ kg/s}$  di un gas poliatomico avente massa molare  $MM = 35 \text{ kg/kmol}$ , approssimabile a gas perfetto, dalle condizioni iniziali  $P_i = 15 \text{ bar}$ ,  $T_i = 1350 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $w_i = 50 \text{ m/s}$  a quelle finali  $P_u = 1 \text{ bar}$ ,  $T_u = 650 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $w_u = 10 \text{ m/s}$ . Durante il processo il gas cede all'ambiente circostante (che è a temperatura  $T_a = 10 \text{ }^\circ\text{C}$ , approssimabile a costante) una potenza termica pari ad  $1/10$  della potenza totale (meccanica + termica) che la turbina fornisce.

Determinare:

- la potenza meccanica e la potenza termica scambiate dal gas;
- quanto conta in percentuale il contributo cinetico sulla potenza totale scambiata;
- l'irreversibilità del processo;
- il rendimento isoentropico della turbina;
- l'indice e il calore specifico della trasformazione politropica che porterebbe il gas dalle stesse condizioni iniziali alle stesse condizioni finali.

**Esercizio 2 (fino a 8 punti)**

Un processo di lavorazione di piccole sfere metalliche ( $D = 5 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 20 \text{ W/mK}$ ,  $c = 450 \text{ J/kgK}$ ,  $\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$ ) prevede un trattamento termico durante il quale le sfere vengono portate ad una temperatura  $T_0 = 500 \text{ }^\circ\text{C}$  in forno, e poi immerse in un olio avente temperatura (approssimabile a costante data la grande massa di olio)  $T_e = 100 \text{ }^\circ\text{C}$  e coefficiente di scambio convettivo con le sfere pari a  $h_e = 100 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Il calore ceduto all'olio viene poi recuperato attraverso un ciclo termodinamico diretto, del quale le sfere possono essere considerate come la sorgente calda (a T variabile), mentre quella fredda è l'aria atmosferica, che è ad una temperatura costante  $T_a = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Sapendo che le sfere vengono mantenute nell'olio per un tempo  $\Delta\tau = 60 \text{ s}$  prima di essere estratte, determinare il massimo lavoro teoricamente ottenibile da ogni gruppo di  $N = 1000$  unità di sfere da processare.

**Esercizio 3 (fino a 10 punti)**

Una sfera piena, omogenea e isotropa, di raggio  $R_s = 50 \text{ mm}$ , è sede di una generazione interna di potenza uniforme pari a  $U^{\circ} = 2 \cdot 10^6 \text{ W/m}^3$  e ha temperatura superficiale pari a  $T_s = 800 \text{ }^\circ\text{C}$  ed emissività superficiale  $\epsilon_s = 0.8$ . Tale sfera è posta al centro di un guscio sferico di raggio  $R_g = 200 \text{ mm}$  e spessore trascurabile. Tra la sfera e il guscio è fatto il vuoto, mentre esternamente il guscio sferico è lambito da aria secca a pressione atmosferica e temperatura  $T_\infty = 25 \text{ }^\circ\text{C}$  (viscosità dinamica  $\mu_a = 1.85 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms}$ , conduttività termica  $\lambda_a = 0.0265 \text{ W/mK}$ ). La radiazione esterna può essere trascurata.

Sapendo che il coefficiente convettivo tra aria e guscio sferico  $h_e$  può essere stimato tramite la correlazione:

$$Nu_D = 2 + 0.6 Re_D^{1/2} Pr^{1/3} \quad (\text{con proprietà termofisiche da valutare a } T_\infty)$$

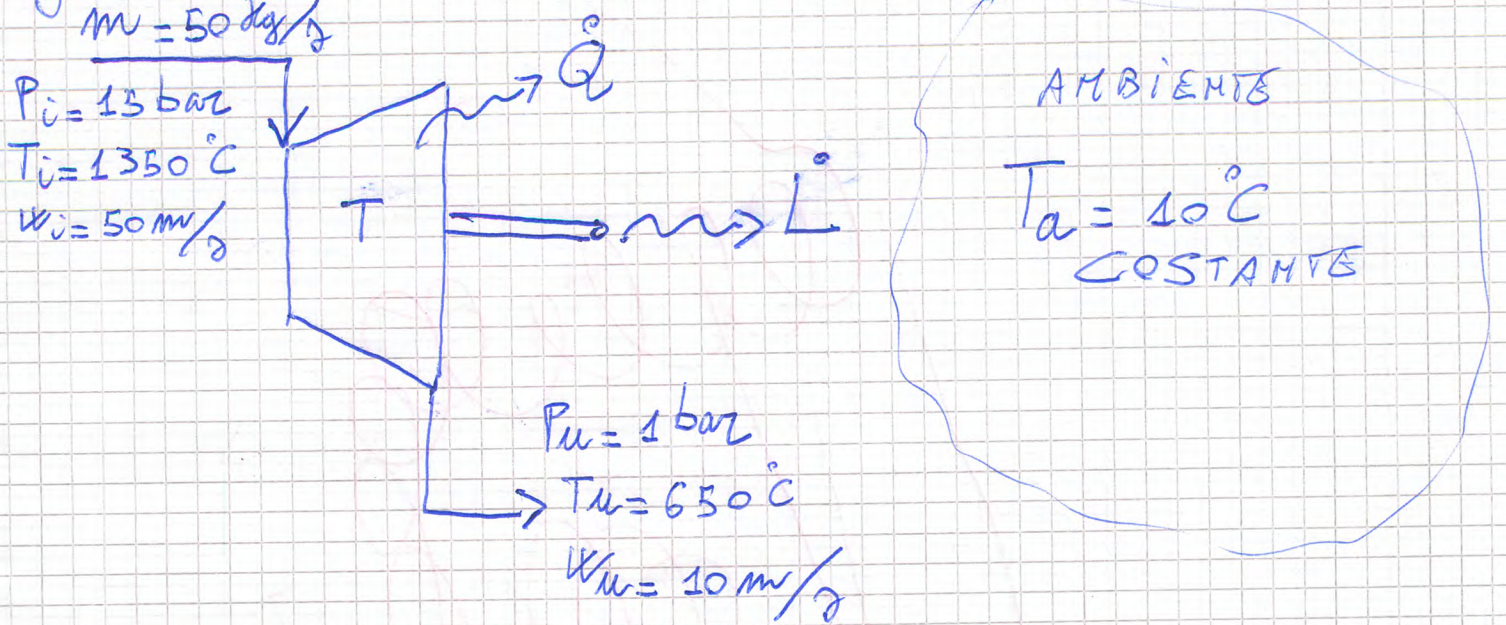
determinare, una volta che il sistema ha raggiunto condizioni stazionarie:

- la potenza dissipata dalla sfera;
- la temperatura del guscio sferico;
- la velocità media che l'aria esterna deve avere perchè il sistema possa appunto essere in condizioni stazionarie.



# ESERCIZIO 1

gas ideale poliatomico con  $M_m = 35 \text{ kg/kmol}$  (FLUIDO DI LAVORO)



BILANCIO ENERGETICO SISTEMI APERTI

$$h_i + \frac{1}{2} w_i^2 + g z_i + q + l = h_u + \frac{1}{2} w_u^2 + g z_u$$

CONDIZIONE ULTERIORE

$$q = \frac{1}{10} (l + q) \Rightarrow q = \frac{1}{10} l + \frac{1}{10} q$$

$$\frac{9}{10} q = \frac{1}{10} l \Rightarrow q = \frac{1}{9} l \quad \text{da sostituire nel bilancio}$$

Trascurare  $\Delta E_p$  considerando  $z_i \approx z_u$

$$h_i + \frac{1}{2} w_i^2 + \frac{1}{9} l + l = h_u + \frac{1}{2} w_u^2, \text{ ricavo quindi}$$

$$l = \frac{9}{10} \left[ h_u - h_i + \frac{1}{2} w_u^2 - \frac{1}{2} w_i^2 \right] = \frac{9}{10} \left[ C_p^* (T_u - T_i) + \frac{1}{2} (w_u^2 - w_i^2) \right]$$

$$C_p^* = 4 R^* = 4 \frac{R}{M_m} \Rightarrow C_p^* = 4 \frac{8314,5}{35} = 950,2286 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

$$C_v^* = 3 R^* = 3 \frac{R}{M_m} \Rightarrow C_v^* = 3 \frac{8314,5}{35} = 712,6714 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

$$l = \frac{9}{10} \left[ 950,2286 \cdot (650 - 1350) + \frac{1}{2} (10^2 - 50^2) \right] = -600804,018 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$



$$\dot{L} = \dot{m} l \quad \dot{L} = 50 \cdot (-600 \cdot 804,018) = -30,0402009 \cdot 10^6 \text{ W}$$

$$q = \frac{1}{g} l = 66 \cdot 756,002 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$\approx -30 \text{ MW}$$

$$\dot{Q} = \frac{1}{g} \dot{L} \quad \dot{Q} = -3,3378001 \cdot 10^6 \text{ W} \rightarrow \approx -3,338 \text{ MW}$$

$$\Delta \dot{E}_{\text{CIN}} = \frac{1}{2} \dot{m} (v_{\text{fin}}^2 - v_{\text{in}}^2) \rightarrow \Delta \dot{E}_K = \frac{1}{2} \cdot 50 (10^2 - 50^2) = -60 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$\frac{\Delta \dot{E}_{\text{CIN}}}{\dot{Q} + \dot{L}} \cdot 100 \rightarrow \frac{-60 \cdot 10^3}{-3,3378001 \cdot 10^6 - 30,0402009 \cdot 10^6} \cdot 100 = 0,17976\%$$

• IRREVERSIBILITÀ DEL PROCESSO (NON ADIABATICO)

~~$\Delta S_{\text{TOT}} = \Delta S_{\text{gas}} + \Delta S_{\text{AMB}}$~~   $\Delta S_{\text{TOT}} = \Delta S_{\text{gas}} + \Delta S_{\text{AMB}}$

$$\Delta S_{\text{gas}} = c_p^* \ln\left(\frac{T_u}{T_i}\right) - R^* \ln\left(\frac{P_u}{P_i}\right) \quad T_u = 650 + 273,15 = 923,15 \text{ K}$$

$$T_i = 1350 + 273,15 = 1623,15 \text{ K}$$

$$\Delta S_{\text{gas}} = 950,2286 \ln\left(\frac{923,15}{1623,15}\right) - \frac{8314,5}{35} \ln\left(\frac{1}{15}\right) = 107,0720248 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

$$\Delta S_{\text{AMB}} = + \frac{66 \cdot 756,002}{283,15} = + 235,7619707 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

$$\Delta S_{\text{TOT}} = 107,07 + 235,76 = 342,83 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

$$\dot{\Delta S}_{\text{TOT}} = \dot{m} \Delta S_{\text{TOT}} = 17 \cdot 141,7 \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

~ o ~ o ~ o ~ o ~ o ~ o ~

POLITROPICA DI INDICE  $n$  CHE PASSA DAGLI STESSI STATI INIZIALE E FINALE DELLA TRASFORMAZIONE CONOSCENDO  $T_i, P_i$  e  $T_u, P_u$  POSSO SCRIVERE PER



$$m = \left( \frac{\ln(T_w/T_i)}{\ln(P_i/P_w)} + 1 \right)^{-1}$$

$$m = \left( \frac{\ln(923,15/1623,15)}{\ln\left(\frac{15 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^5}\right)} + 1 \right)^{-1} = 1,26325$$

$$m = \frac{C_x^* - C_p^*}{C_x^* - C_v^*} \rightarrow C_x^* - C_p^* = m C_x^* - m C_v^* \quad C_x^*(1-m) = C_p^* - m C_v^*$$

$$C_x^* = \frac{C_p^* - m C_v^*}{1-m} \rightarrow C_x^* = \frac{950,2286 - 1,23325 \cdot 712,6714}{1 - 1,23325} = -189,7209 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$\eta_{\text{is}} = \frac{\Delta h}{\Delta h_{\text{is}}} = \frac{C_p(T_w - T_i)}{C_p(T_{w_{\text{id}}} - T_i)}$$

$$T_{w_{\text{id}}} = T_i \cdot \left( \frac{P_i}{P_w} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

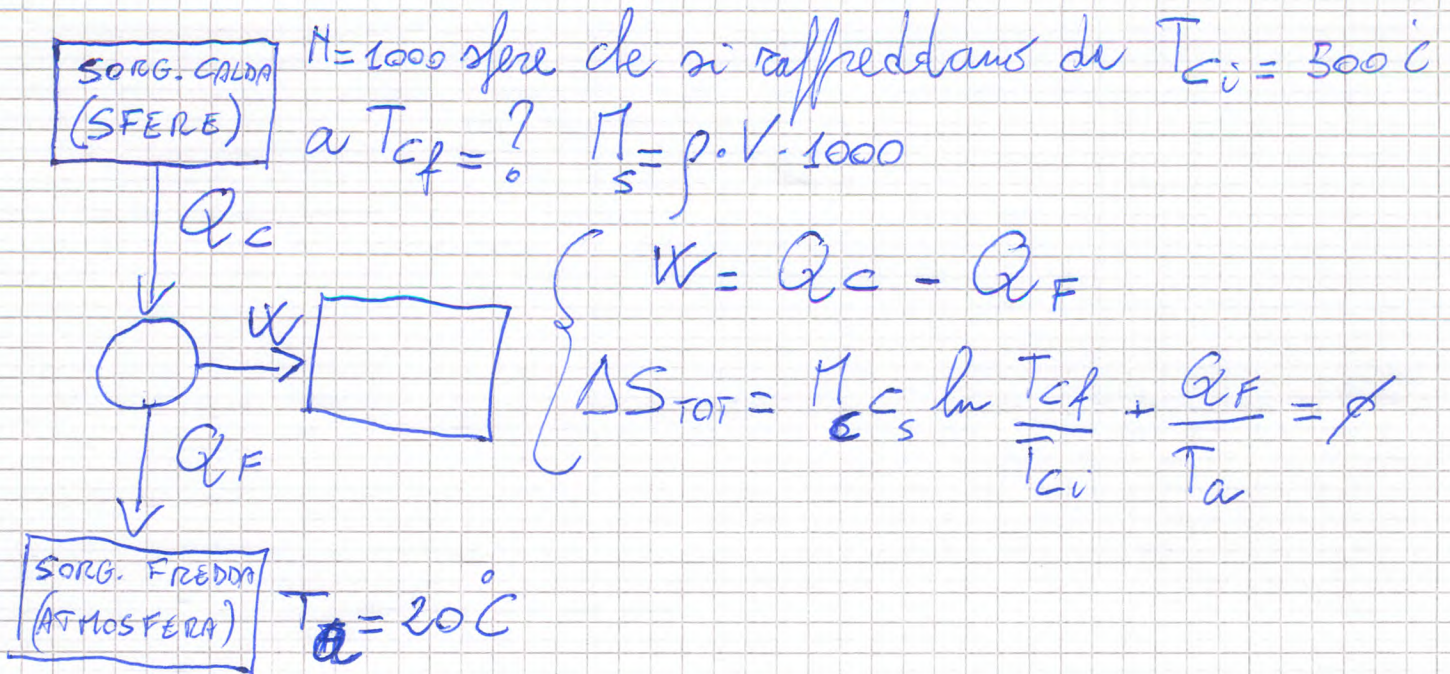
$$\gamma = C_p^0 / C_v = \frac{4}{3} = 1,333$$

$$T_{w_{\text{id}}} = 824,7757 \text{ K}$$

$$\eta_{\text{is}} = 0,8768$$



## ESERCIZIO 2



Sfere immerse nell'olio a  $T_e = 100^\circ\text{C}$  partendo da  $T_0 = 500^\circ\text{C}$ . Se posso usare i parametri concentrati scrivo che per un'immersione di  $\Delta \tau = 60$  s le sfere raggiungono una temperatura finale pari a:

$$T_{cf} = T_e + (T_{ci} - T_e) \cdot e^{-\frac{\tau}{\tau_c}} \rightarrow \text{COSTANTE DI TEMPO DEL FENOMENO NON STAZIONARIO}$$

$$\tau_c = R \cdot C \quad \text{dove } R = \frac{1}{hS} \quad \text{e } C = \rho c V$$

$$\tau_c = \frac{\rho c V}{hS} = \frac{8000 \cdot 450 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{100 \cdot 4 \pi R^2} = 30 \text{ s}$$

$$T_{cf} = 373,15 + (773,15 - 373,15) e^{-2} = 427,28 \text{ K} \approx 154,13^\circ\text{C}$$

Il metodo dei parametri concentrati è applicabile solo se  $Bi < 0,1$ , calcolo  $Bi = \frac{hL_c}{k}$



$$L_c = \frac{V}{S} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{4 \pi R^2} = \frac{1}{3} R = \frac{1}{3} \frac{5 \cdot 10^{-3}}{2} = 8,333 \cdot 10^{-4}$$

$$Bi = \frac{100 \cdot 8,33 \cdot 10^{-4}}{20} = 4,167 \cdot 10^{-3} \text{ ok } < 0,1 !!$$

~~$$M_c = 1000 \cdot 8000 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 =$$~~

$$M_c = N \cdot \rho \cdot V_s = 1000 \cdot 8000 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 =$$

$$M_c = 1000 \cdot 8000 \cdot \frac{4}{3} \pi (2,5 \cdot 10^{-3})^3 = 0,5236 \text{ kg}$$

$$Q_c = M_c \cdot c_s^* (T_{ci} - T_{fp})$$

$$= 0,5236 \cdot 450 (500 - 154,13) = 81493,89 \text{ J}$$

$$Q_f = \left( - M_c c_s^* \ln \frac{T_{cf}}{T_{ci}} \right) \cdot T_a$$

$$= \left( - 0,5236 \cdot 450 \ln \frac{427,28}{1773,15} \right) \cdot 293,15 = 40962,01 \text{ J}$$

$$W_{\text{MAX}} = Q_c - Q_f = 40531,88 \text{ J}$$



### ESERCIZIO 3

SFERA PIENA OMOGENEA ISOTROPA

$$R_S = 50 \text{ mm} \quad \dot{q}''' = \dot{u}''' = 2 \cdot 10^6 \text{ W/m}^3$$

$$T_S = 800^\circ\text{C} = 1073,15 \text{ K} \quad \epsilon_S = 0,8$$

GUSCIO SFERICO

$$R_G = 200 \text{ mm}$$

$$? \dot{Q}_S ; T_G ; W_\infty$$

ARIA SECCA

$$T_\infty = 25^\circ\text{C} \quad \mu_a = 1,85 \cdot 10^{-5} \quad \lambda_a = 0,026 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

$$N_{Nu_D} = 2 + 0,6 Re_D^{1/2} Pr_D^{1/3}$$

In regime stazionario tutta la potenza termica generata nella sfera viene dissipata all'esterno. Se così non fosse la sua temperatura continuerebbe a crescere.

La potenza termica generata nella sfera viene dissipata per radiazione verso il guscio e per convezione del guscio all'aria, il bilancio risulta essere:

$$\dot{Q}_S = \dot{Q}_{RD} = \dot{Q}_{CV} \quad \text{dove}$$

$$\dot{Q}_S = \dot{q}''' \cdot V_S = \dot{q}''' \cdot \frac{4}{3} \pi R_S^3 \quad (1)$$

$$\dot{Q}_{RD} = \sigma \epsilon_S A_S (T_S^4 - T_G^4) \quad (2) \quad \text{con } A_S = 4 \pi R_S^2$$

$$\dot{Q}_{CV} = h A_G (T_G - T_\infty) \quad (3)$$



$$Re_D = \frac{\rho_a w_{\infty} \cdot D_G}{\mu_a} \rightarrow w_{\infty} = \frac{\mu_a Re_D}{\rho_a D_G}$$

ARIA GAS IDEALE A  $T_{\infty} = 25^{\circ}C \rightarrow \frac{P_a}{\rho_a} = R^* T_{\infty}$

$$\rho_a = \frac{P_a}{R^* T_{\infty}} = \frac{101325}{\frac{8314,5}{28,96} \cdot 298,15} = 1,18371 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$w_{\infty} = \frac{1,85 \cdot 10^{-5} \cdot 9896,61}{1,18371 \cdot 400 \cdot 10^{-3}} = 0,3867 \text{ m/s}$$