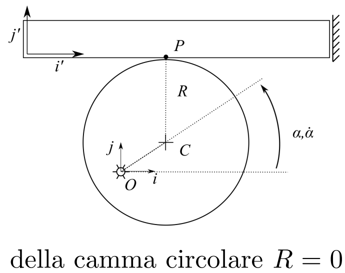
MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

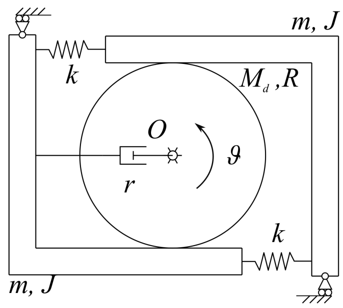
Allievi meccanici AA.2016-2017 prova del 17-07-2017

Problema 1.1



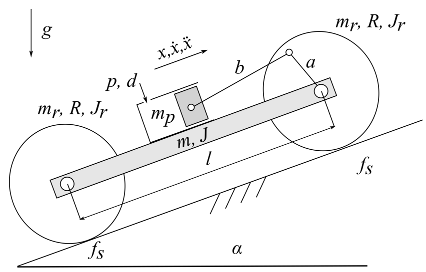
Calcolare la velocità di strisciamento tra camma e piattello nell'atto di moto assegnato e rappresentato in figura utilizzando il teorema dei moti relativi e le terne assolute e relative assegnate. Il punto di contatto P tra camma e piattello è un appoggio (i due corpi sono sempre a contatto tra loro).
In particolare considerando l'eccentricità $e = 0.3$ m, il raggio della camma circolare $R = 0.5$ m e l'atto di moto dove $\alpha = 45$ deg e $\dot{\alpha} = 1$ rad s^{-1}.

Problema 1.2



Il sistema posto nel piano orizzontale è composto da un disco, di massa $M_d = 100$ kg e raggio $R = 0.2$ m, incernierato a terra in O e da due slitte che traslano senza strisciare sul suddetto disco. Le slitte, di massa $m = 10$ kg e momento d'inerzia $J = 0.1$ kg m^2, sono collegate tra loro da due molle di rigidezza $k = 100$ N m^{-1} mentre uno smorzatore di caratteristiche $r = 10$ N m^{-1} s collega una delle due slitte alla cerniera a terra.
Scrivere l'equazione di moto riferita alla rotazione del disco e calcolare la pulazione naturale ω_0 e il coefficiente di smorzamento h.

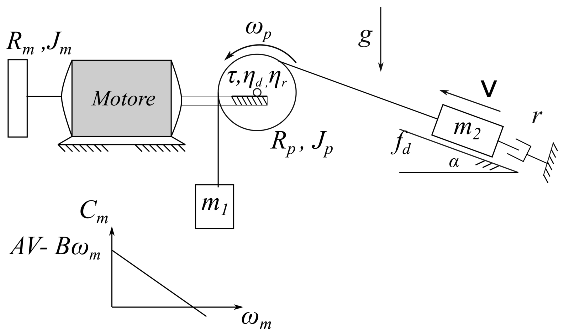
Problema 2



Il veicolo posto in figura giace nel piano verticale e si muove in salita su di un piano inclinato di un angolo α con legge di moto nota $x, \dot{x}, \ddot{x}$. Il veicolo è costituito da un telaio di massa m e momento d'inerzia J con baricentro in mezzeria all'interasse l tra le ruote, da due coppie di ruote all'anteriore e al posteriore di pari caratteristiche (m_r, R, J_r, f_s), da un manovellismo incernierato all'asse anteriore e realizzato con manovella, a, e biella, b, entrambi di massa trascurabile e da un pistone di massa m_p e di sezione circolare con diametro d su cui agisce la pressione del gas p. Considerando tutte le grandezze geometriche non riportate note e assegnati i valori di posizione, velocità ed accelerazione del telaio, all'istante considerato, si richiede di:

1. ricavare la velocità e l'accelerazione assoluta del pistone;
2. ricavare la pressione p tale da garantire la legge di moto;
3. eseguire una verifica di aderenza.

Problema 3



Il sistema di sollevamento rappresentato in figura è azionato da un motore elettrico che eroga una coppia motrice Cm con $A = 15\ \mathrm{N\,m\,V^{-1}}$ e $B = 100\ \mathrm{N\,m\,s\,rad^{-1}}$. Sul motore è calettato un volano di momento d'inerzia $J_m = 0.01\ \mathrm{kg\,m^2}$ e una trasmissione di caratteristiche $\tau = 0.7$, $\eta_d = 0.9$ e $\eta_r = 0.8$ su cui è connessa una puleggia di raggio $R_p = 1.5$ m e momento d'inerzia $J_p = J_m$ collegata ad una massa m_1 e ad una massa $m_2 = 10$ kg mediante una fune inestensibile. Tale massa è connessa a terra mediante uno smorzatore $r = 0.1\ \mathrm{N\,s\,m^{-1}}$ e si trova a strisciare su un piano inclinato di $\alpha = 30$ deg dove è presente attrito dinamico $f_d = 0.4$.

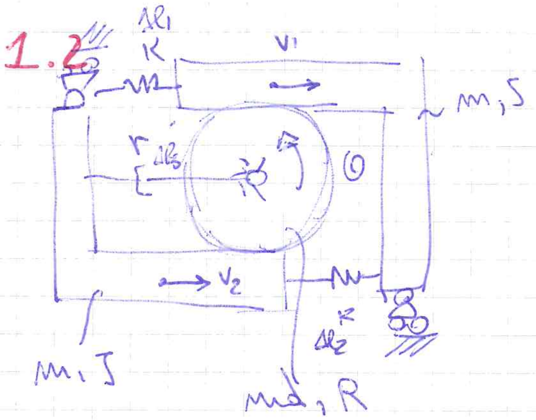
1. Considerando il sistema dove la massa m_2 sale con velocità costante $v = 2\ \mathrm{m\,s^{-1}}$, calcolare m_1 tale per cui, in tali condizioni, il moto sia retrogrado;

2. nella condizione al punto 1 (al valore limite di m_1 trovato sommare 0.5 kg), nota la curva di coppia $C_m = AV - B\omega_m$ calcolare la tensione (V) necessaria per alimentare il motore;

3. dalla condizione al punto 1 viene spento il motore ($C_m = 0$). Calcolare l'accelerazione della massa m_2.

TEMA ESAME 17 Luglio 2017

1.2



$$E_c = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{1}{2} S \omega^2$$

$$D = \frac{1}{2} r \dot{\Delta l_3}^2$$

$$V = \frac{1}{2} K \Delta l_1^2 + \frac{1}{2} K \Delta l_2^2$$

$$Q = \emptyset$$

$$J_d = \frac{mR^2}{2}$$

$$\begin{cases} v_1 = -\dot{\theta} R \\ v_2 = \dot{\theta} R \\ \Delta l_1 = -\theta R - \theta R = -2\theta R \\ \Delta l_2 = -2\theta R \\ \dot{\Delta l_3} = -\dot{\theta} R \end{cases}$$

$$E_c = \frac{1}{2}\left(mR^2 + mR^2 + \frac{mR^2}{2}\right)\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} m^* \dot{\theta}^2$$

$$D = \frac{1}{2} r R^2 \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} r^* \dot{\theta}^2$$

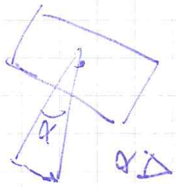
$$V = \frac{1}{2}\left(2K\, 4R^2\right)\theta^2 = \frac{1}{2} K^* \theta^2$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial E_c}{\partial q} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} + \frac{\partial V}{\partial q} = \emptyset$$

$$m^* \ddot{\theta} + r^* \dot{\theta} + K^* \theta = 0 \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{K^*}{m^*}} \qquad h = \frac{r^*}{2 m^* \omega_0}$$

3

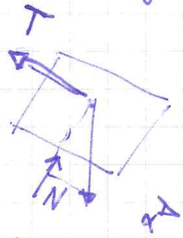
$$W_m + W_u + W_p = \frac{dE_c}{dt}$$



1

$$W_m = C_m \omega_m$$

$$W_u = -f_d |N| v - r v^2 - m_2 g \sin\alpha V + m_1 g V$$



$\Rightarrow$

$$N = m_2 g \cos\alpha$$

$$W_u = (m_1 g - m_2 g(\cos\alpha f_d + \sin\alpha) - rV) V$$

retrogrado $= W_u \cancel{>} 0$

$$m_1 = \frac{1}{g}\left(m_2 g(\cos\alpha f_d + \sin\alpha) + rV\right)$$

$$m_1 = 8{,}49 \text{ Kg}$$

2 $m_1^* = 9$ Kg

$$C_m \omega_m + W_u - (1-\eta_R) W_u = \emptyset$$

$$C_m \omega_m + \eta_R (m_1 g - m_2 g(\cos\alpha f_d + \sin\alpha) - rV) V = 0$$

legami cinematici:

$$\omega_p = \frac{V}{R_p} \qquad \omega_m = \frac{V}{R_p \tau}$$

$$C_m \frac{\cancel{V}}{R_p \tau} + \eta_R (m_1 g - m_2 g(\cos\alpha f_d + \sin\alpha) - rV) \cancel{V} = 0$$

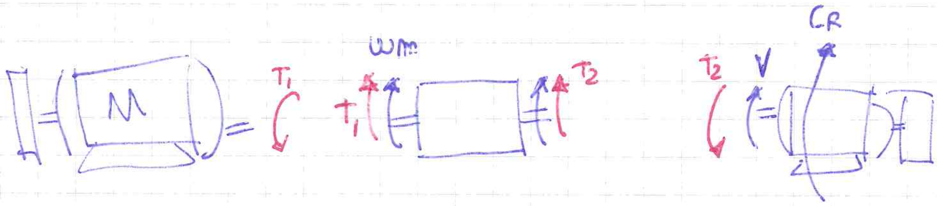
$$C_m = \eta_R (m_2 g(\cos\alpha f_d + \sin\alpha) + rV - m_1 g) \cdot R_p \tau = -4{,}25 \text{ Nm}$$

$$\omega_m = 1{,}9 \text{ rad/s}$$

$$C_m = A V_{ref} + B \omega_m \Rightarrow V = \frac{(C_m + B\omega_m)}{A} = 12{,}4 \text{ V}$$

③ $$W_m + W_u + W_p = \frac{dE_c}{dt}$$

II



Hp : Retrogrado!

$$\underbrace{\left[m_1 g - m_2 g(\cos\alpha f_d + \sin\alpha) - rV\right]}_{C_R} V - \underbrace{T_2 V}_{W_2} = m_2 aV + m_1 aV + J_p \omega_p \dot{\omega}_p$$

$$W_2 = \underbrace{\Big(\overbrace{m_1 + m_2 + \frac{J_p}{R_p^2}}^{J^*}\Big) Va}_{<0} + \underbrace{C_R V}_{+\ >0}$$

Hp : $a > 0$

$$W_1 = \underbrace{C_m}_{=0} \omega_m - \underbrace{T_1 \omega_m}_{W_1} = \underbrace{J_m \omega_m \dot{\omega}_m}$$

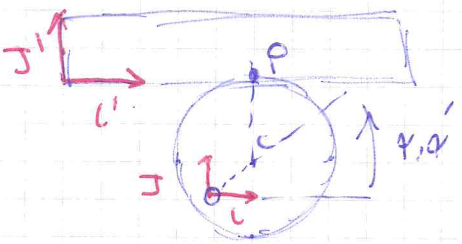
$$W_1 = \underbrace{- J_m \omega_m \dot{\omega}_m}_{<0}$$ = Retrogrado

$$0 + C_R V - (1-\eta_R)(C_R V - J^* Va) = J^* Va + J_m \omega_m \dot{\omega}_m$$

$$\eta_R (C_R V - J^* Va) = J_m \frac{Va}{R_p^2 \tau^2}$$

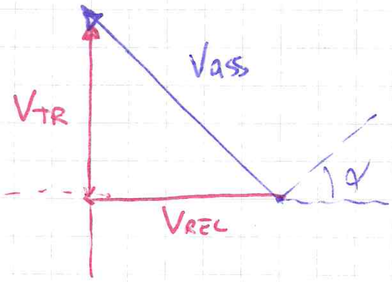
$$a\left(\frac{J_m}{R_p^2 \tau^2} + \eta_R J^*\right) = \eta_R C_R$$

1.1



$$V_C = V_{TR} + V_{CREL}$$

∠	⊥(C-O)	// y	// x
‖‖	$\dot{\alpha} R$	?	?



$$\vec{V}_{CREL} = -\dot{\alpha}\, e \operatorname{sen}\alpha\, \vec{i}$$

$$\vec{V}_{TR} = \dot{\alpha}\, e \cos\alpha\, \vec{j}$$

$$\overline{V}_{STRISCIAM} = \vec{V}_{P\,camma} - \vec{V}_{P\,piattello}$$

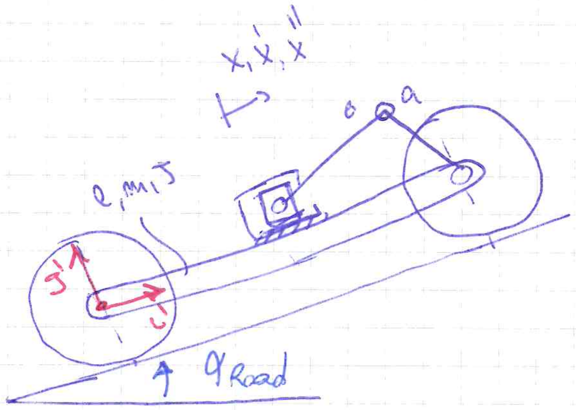
$$\vec{V}_{P\,piattello} = \dot{\alpha}\, e \cos\alpha\, \vec{j}$$

$$\vec{V}_{P\,camma} = \vec{V}_C + \dot{\alpha}\, \vec{k} \wedge \underbrace{(\overrightarrow{P_c - C})}_{R\vec{j}} = \dot{\alpha}\, e \cos\alpha\, \vec{j} - \dot{\alpha}\, e \operatorname{sen}\alpha\, \vec{i} - \dot{\alpha} R\, \vec{i}$$

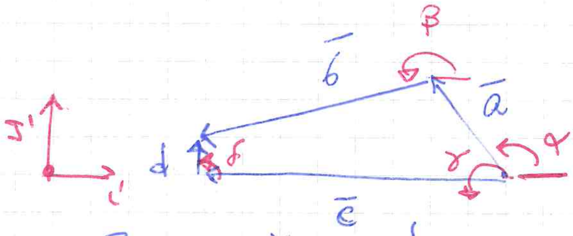
$$\vec{V}_{STRISCIAM} = -\dot{\alpha}\, e \operatorname{sen}\alpha\, \vec{i} - \dot{\alpha} R\, \vec{i}$$

2

III



sistema relativo (i', j')



$\bar{a} + \bar{b} = c + \bar{d}$

$a, b, d = \text{cost}$

$\alpha, \gamma = 180, \delta = 90 = \text{cost}$

$$a e^{i\alpha} + b e^{i\beta} = c e^{i\gamma} + d e^{i\delta}$$

$$\begin{cases} a \cos\alpha + b \cos\beta = -c \\ a \operatorname{sen}\alpha + b \operatorname{sen}\beta = d \end{cases} \Rightarrow \text{incognite: } \beta, c$$

derivo

$$i\dot{\alpha} a e^{i\alpha} + i\dot{\beta} b e^{i\beta} = \dot{c} e^{i\gamma}$$

$$\begin{cases} a\dot{\alpha}\cos\alpha + \dot{\beta} b \cos\beta = \dot{c}\,\underbrace{\cancel{\operatorname{sen}\gamma}}_{=0} \\ -a\dot{\alpha}\operatorname{sen}\alpha - \dot{\beta} b \operatorname{sen}\beta = \dot{c}\,\underbrace{\cancel{\cos\gamma}}_{=-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a\dot{\alpha}\cos\alpha + b\dot{\beta}\cos\beta = 0 \\ -a\dot{\alpha}\operatorname{sen}\alpha - b\dot{\beta}\operatorname{sen}\beta = -\dot{c} \end{cases} \Rightarrow \text{da cui } \dot{c}, \dot{\beta} \Rightarrow f(\alpha, \dot{\alpha})$$

derivo

$$-\dot{\alpha}^2 a e^{i\alpha} + i\ddot{\alpha} a e^{i\alpha} + i\ddot{\beta} b e^{i\beta} - \dot{\beta}^2 b e^{i\beta} = \ddot{c} e^{i\gamma}$$

$$\begin{cases} -\dot{\alpha}^2 a \operatorname{sen}\alpha + \ddot{\alpha} a \cos\alpha + \ddot{\beta} b \cos\beta - \dot{\beta}^2 b \operatorname{sen}\beta = 0 \\ -\dot{\alpha}^2 a \cos\alpha - \ddot{\alpha} a \operatorname{sen}\alpha - \ddot{\beta} b \operatorname{sen}\beta - \dot{\beta}^2 b \cos\beta = -\ddot{c} \end{cases}$$

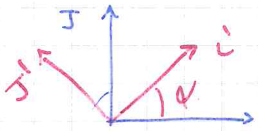
da cui $\ddot{c}, \ddot{\beta} \Rightarrow f(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha})$

$\vec{V}_{pREL} = -\dot{c}\,\vec{i}'$

Sistema relativo traslante

$\vec{a}_{pREL} = -\ddot{c}\,\vec{i}'$

$\vec{V}_p = \vec{V}_{TR} + \vec{V}_{pREL}$



$\vec{i}' = (\cos\alpha\,\vec{i} + \text{sen}\,\alpha\,\vec{j})$

$\vec{j}' = (-\text{sen}\,\alpha\,\vec{i} + \cos\alpha\,\vec{j})$

$\vec{V}_p = \dot{x}\,\vec{i}' - \dot{c}\,\vec{i}' \Rightarrow (\dot{x} - \dot{c})(\cos\alpha\,\vec{i} + \text{sen}\,\alpha\,\vec{j}) = V_{px}\vec{i} + V_{py}\vec{j}$

$\vec{a}_p = \ddot{x}\,\vec{i}' - \ddot{c}\,\vec{i}' \Rightarrow (\ddot{x} - \ddot{c})(\cos\alpha\,\vec{i} + \text{sen}\,\alpha\,\vec{j})$

dove moto: $\left(\dot{\alpha} = -\frac{\dot{x}}{R}, \quad \ddot{\alpha} = -\frac{\ddot{x}}{R}\right)$

$V_p = V_p(\alpha, \dot{x})$

$a_p = a_p(\alpha, \dot{x}, \ddot{x})$

(2) $\Pi = \frac{dE_c}{dt}$

$\Pi = (m_r \cdot 4 + m)\,\vec{g}\cdot\dot{\vec{x}} + m_p\,\vec{g}\cdot\vec{V}_p + \vec{i}'\left(p\cdot\frac{d^2}{4}\pi\right)\cdot\vec{V}_{prel}$

$\Pi = -(4m_r + m)\,g\,\dot{x}\,\text{sen}\,\alpha - m_p\,g\,V_{py} - p\frac{d^2}{4}\pi\,\dot{c}$

$\frac{d}{dt}E_c = \left(4m_r + m + \frac{4\cdot J_r}{R^2}\right)\dot{x}\,\ddot{x} + m_p\,a_p\,V_p$

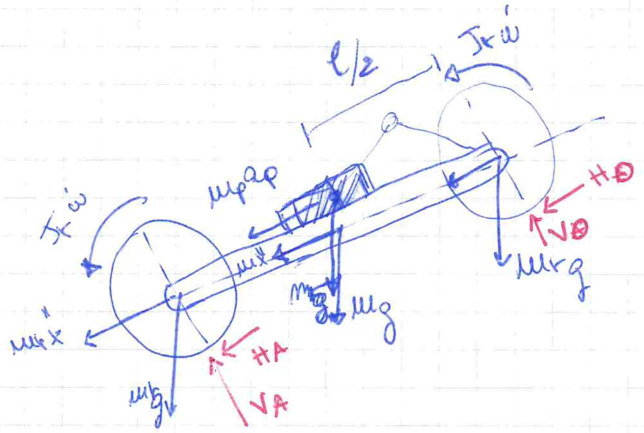
$\left(4m_r + m + \frac{4J_r}{R^2}\right)\dot{x}\,\ddot{x} + m_p\,a_p\,V_p = -(4m_r + m)\,g\,\dot{x}\,\text{sen}\,\alpha - m_p\,g\,V_{py} - p\,\pi\frac{d^2}{4}\dot{c}$

dove $a_p, V_p, \dot{c}, V_{py} \Rightarrow f(\alpha, \dot{x}, \ddot{x})$ ↳ ricavo p

(3) Verifica aderenza

⇒ la esegui sulle ruote anteriore: connessa al motore che genera una coppia interna!

IV



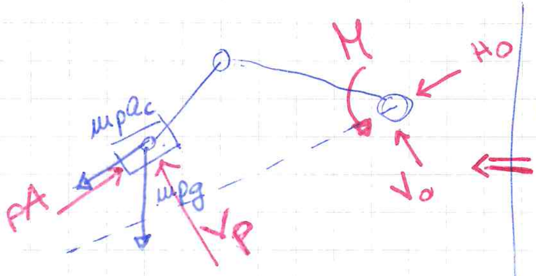
$\measuredangle \alpha$

$\Sigma M_A = 0$

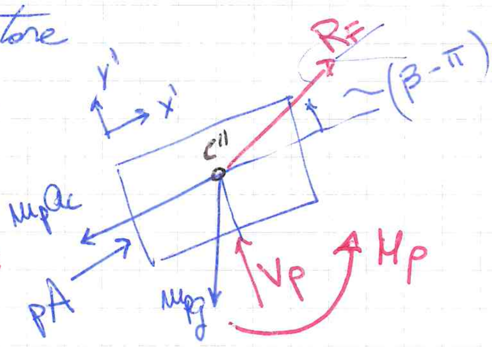
$$0 = 2 V_0 \ell + (4m_r + m)\ddot{x}R + 4J_r\frac{\ddot x}{R} + (4m_r + m \mp m_p)\sin\alpha\, g R + m_p a_p (R+d)$$

metodo A

apro il pistone fino all'albero motore



$\Leftarrow$



$\Sigma F_{y'} = 0$ $\quad V_p + R_F \sin(\beta-\pi) - m_p g\cos\alpha = 0$

$\Sigma F_{x'} = 0$ $\quad -m_p g \sin\alpha + p\frac{d^2}{4}\pi - m_p a_c + R_F\cos(\beta-\pi) = 0$

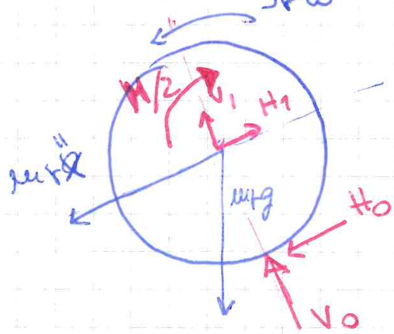
Ricavo V_p, R_F

$\Sigma M_O = 0$

$$\left(p\frac{d^2}{4}\pi - m_p a_c - m_p g\sin\alpha\right) d + (V_p - m_p g\cos\alpha)\frac{\ell}{2} = M$$

$\Sigma M_{C''} = 0$ $\quad M_p = 0$

Ruota anteriore



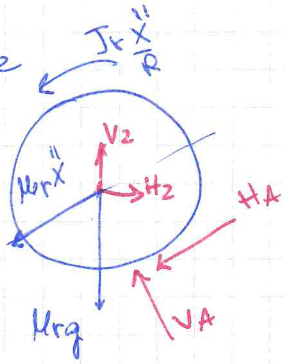
$\Sigma M_1 = 0$ $\quad H_0 R + M/2 - J_r\frac{\ddot x}{R} = 0$

note H_0, V_0

$|H_0| < f_s|V_0|$

metodo (B)

asse posteriore



$$\sum M_2 = 0 \qquad J_r \frac{\ddot{x}}{R} - H_A R = 0$$

sul veicolo intero

$$\sum F_{x'} = 0 \quad -2H_A - (4m_r + m)\ddot{x} - m_p a_c - (4m_r + m + m_p) g \sin\varphi = H_0$$

di nuovo $|H_0| < f_s |V_0|$