MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

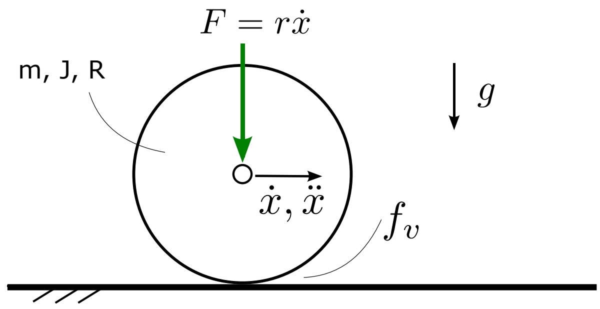
Allievi meccanici AA.2015-2016 prova del 07-07-2016

Problema 1.1

Dati i seguenti vettori velocità $\vec{V}$ ed accelerazione $\vec{a}$, calcolare i moduli delle componenti di accelerazione tangenziale e normale.

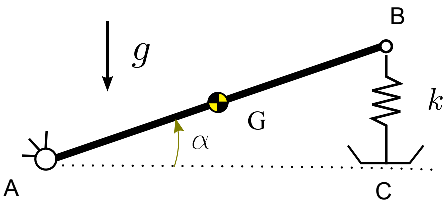
$$\begin{cases} \vec{V} = -2\vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + 0.5\vec{j} \end{cases}$$

Problema 1.2



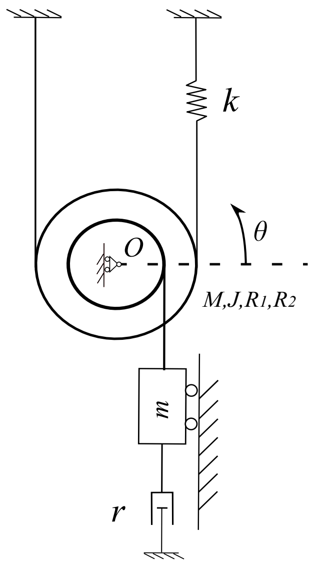
Un disco omogeneo rotola senza strisciare lungo un piano orizzontale, con velocità del centro del disco $\dot{x}$. Il disco è soggetto alla forza peso, ad una forza F (proporzionale a $\dot{x}$) ed alla resistenza al rotolamento (coefficiente di attrito volvente f_v). Noti massa m = 10 kg, R = 1 m, $f_v = 0.01$, $r = 3$ N/(m/s), scrivere l'equazione di moto e calcolare l'istante di tempo $\bar{t}$ in cui $\dot{x} = 0$ m/s, considerando che $\dot{x}(t = 0s) = 5$ m/s.

Problema 1.3



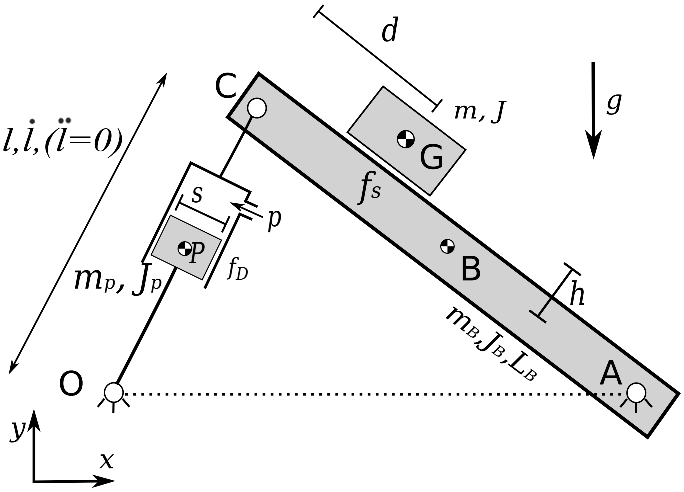
Il sistema rappresentato in figura, posto su un piano verticale, è in equilibrio statico. Esso è costituito da un'asta di massa m incerierata a terra in a e collegata ad una molla veritcale in B. La molla è collgata a terra in C mediante un pattino. Usando il PLV o le equazioni Lagrange, calcolare la lunghezza della molla indeformata ℓ_0 (molla scarica) affinché α sia uguale a 30 deg nella posizione di equilibrio. Usare i seguenti dati AB = 1 m, AG = AB/2, k = 100 N/m, $m = 5$ kg.

Problema 1.4



Il sistema vibrante, posto su un piano orizzontale, rappresentato in figura, è costituito da una coppia di dischi concentrici e solidali tra loro, vincolati a terra mediante un carrello in O (raggio minore $R_1 = 0.5m$, raggio maggiore $R_2 = 1m$, massa complessiva $M = 5kg$ e momento di inerzia baricentrico $J = 5\,kgm^2$). Sul disco di raggio maggiore R_2 si avvolge una fune inestensibile di massa trascurabile che all'estremità di sinistra è vincolata a terra, mentre all'estremità di destra è collegata ad un elemento elastico di costante $k = 150N/m$, a sua volta collegato a terra. Sul disco di raggio minore R_1 si avvolge una seconda fune inestensibile e di massa trascurabile, che è collegata ad una massa $m = 5kg$ vincolata a traslare su traiettoria rettilinea. La massa è quindi vincolata a terra per mezzo di uno smorzatore viscoso di costante $r = 15Ns/m$. Definire la legge di moto libero del sistema $\theta(t)$ partendo da condizioni iniziali $\theta(t = 0) = \pi/3$ e $\dot{\theta}(t = 0) = 0$, e disegnarla qualitativamente

Problema 2

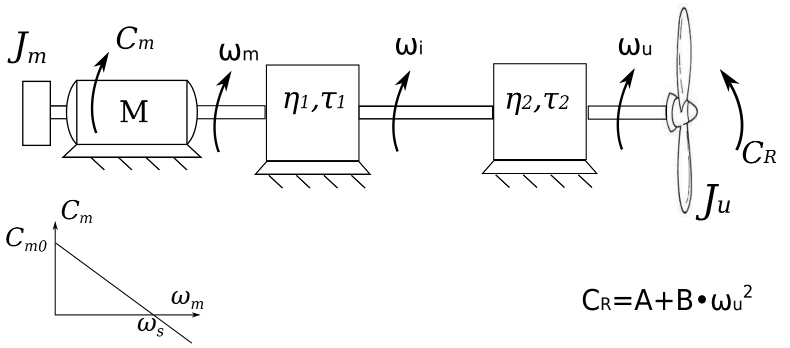


Il sistema meccanico illustrato in figura giace in un piano verticale. Il corpo rigido di massa m_B, momento d'inerzia baricentrico J_B, e lunghezza L_B è incernierato a terra nel punto A. L'estremo opposto C è incernierato all'estremità di un attuatore idraulico, che all'istante rappresentato in figura ha velocità di sfilo pari ad $\dot{l}$. Si consideri trascurabile la massa del cilindro, mentre la massa del pistone sia pari ad m_P, ed il suo momento di inerzia baricentrico J_P. Il diametro del pistone, di dimensione non trascurabile, è pari ad s. Sia f_D il coefficiente di attrito radente tra cilindro e pistone. Sul corpo di massa m_B è appoggiata una massa m, di baricentro G e momento di inerzia baricentrico J. Sia f_S il coefficiente di attrito statico tra le due superfici a contatto.

Ritenendo note tutte le grandezze geometriche e le grandezze di posizione del sistema nell'atto di moto considerato, si chiede di:

1. determinare i vettori velocità ed accelerazione del baricentro G nel caso in cui sia soddisfatta la condizione di aderenza tra i corpi di massa m ed m_B;
2. determinare la pressione p interna al cilindro che garantisce il moto assegnato, *nell'ipotesi in cui* $f_d = 0$ e sia soddisfatta la condizione di aderenza tra i corpi di massa m ed m_B;
3. verificare l'aderenza della massa m;
4. determinare come varia la pressione p calcolata al punto 2, *nell'ipotesi in cui vi sia attrito radente* $f_d \neq 0$ (N.B. considerare il vincolo tra pistone e cilindro come un singolo pattino).

Problema 3



J_u	$5Kg \cdot m^2$
J_m	$10Kg \cdot m^2$
C_0	$20Nm$
ω_s	$40rad/s$
A	$2Nm$
B	$0.2Nm \cdot s^2$
τ_1	0.6
τ_2	0.5
η_{D1}	0.8
η_{R1}	0.7
η_{D2}	0.85
η_{R2}	0.75

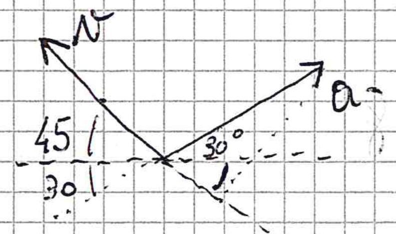
Il sistema MTU in figura è costituito da un motore di caratteristica lineare $C_m(\omega_m) = C_0(1 - \omega_m/\omega_s)$ ed un utilizzatore che genera una coppia resistente funzione quadratica della velocità angolare $C_R = A + B\omega_u^2$ (la coppia resistente C_R ha sempre verso opposto alla velocità di rotazione). Motore e utilizzatore sono collegati da un doppio stadio di trasmissione con rapporti di trasmissione τ_1 e τ_2, rendimenti diretto η_{D1} e η_{D2} e retrogrado η_{R1}, η_{R2}. Considerando i dati numerici in tabella, e discutendo per ciascun punto la condizione di moto diretto o retrogrado, si calcolino:

1. la velocità di regime;
2. l'accelerazione $\dot{\omega_m}$, nell'ipotesi di annullare istantaneamente la coppia motrice Cm a partire dalla velocità di regime precedentemente calcolata (con l'inerzia Jm che rimane collegata);
3. con riferimento alla condizione di moto del punto 2, il momento torcente (azione interna) C^* dell'albero tra le due trasmissioni, che ruota con velocità angolare ω_i.

es. 1

$$\begin{cases} \vec{v} = -2\vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + 0.5\vec{j} \end{cases}$$

$\boxed{a_t}$



$$|\vec{v}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$a_t = \vec{a} \cdot \frac{\vec{v}}{|v|} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + 0.5\vec{j}\right) \cdot \left(\frac{-\cancel{2}}{\cancel{2}\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}\sqrt{2}}\vec{j}\right) =$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}} = -0.2588 \quad \cancel{= 0.1589}$$

OPPURE

$$a_t = |\vec{a}| \cdot \cos 75$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}} = 1 \Rightarrow a_t = 0{,}2588$$

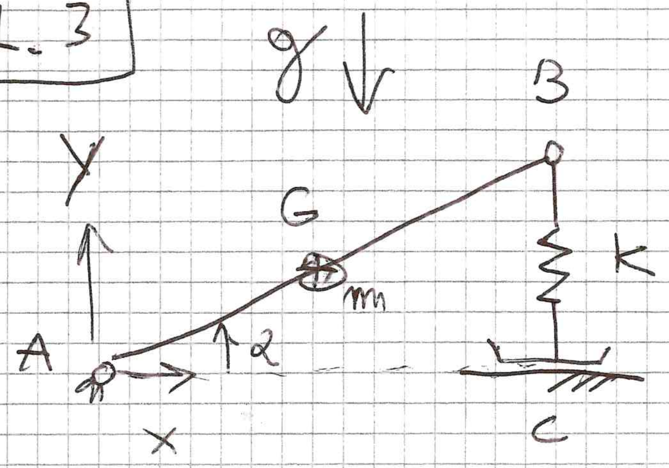
$\boxed{a_n}$ $\quad a_n = |\vec{a}| \sin 75° = 0{,}9659$

1.3

$m = 5\ Kg \quad AB = 1\ m$

$AG = \frac{AB}{2}, \quad K = 100\ \frac{N}{m}$

$\bar{\alpha} = 30°$



$$l_0 = \frac{49.05 + 100}{200} = 0.745\ m$$

$$y_G = AG \sin\alpha = \frac{AB}{2} \sin\alpha$$

$$\frac{\partial y_G}{\partial \alpha} = AG \cos\alpha = \frac{AB}{2} \cos\alpha$$

$$l = BC = AB \sin\alpha$$

$$\Delta l = l - l_0 \qquad \frac{\partial \Delta l}{\partial \alpha} = \frac{\partial l}{\partial \alpha} = AB \cos\alpha$$

EQ STATICO

$$\left.\frac{\partial V}{\partial \alpha}\right|_{\alpha = 30° = \bar{\alpha}} = 0 \qquad V = m g y_G + \frac{1}{2} K \Delta l^2$$

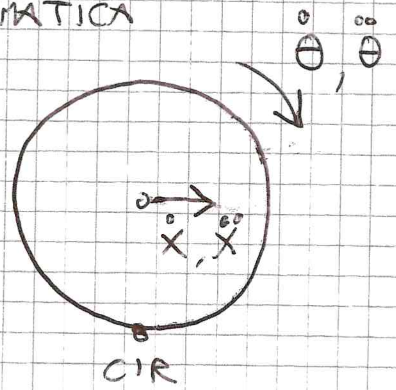
$$m g \left.\frac{\partial y_G}{\partial \alpha}\right|_{\bar{\alpha}} + K \Delta l \left.\frac{\partial \Delta l}{\partial \alpha}\right|_{\bar{\alpha}} = 0$$

$$m g \frac{AB}{2} \cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}} + K \left(AB \frac{1}{2} - l_0 \right) \cancel{AB \frac{\sqrt{3}}{2}} = 0$$

$$\frac{m g}{2} + K \frac{AB}{2} - K l_0 = 0 \rightarrow l_0 = \frac{m g + K AB}{2K}$$

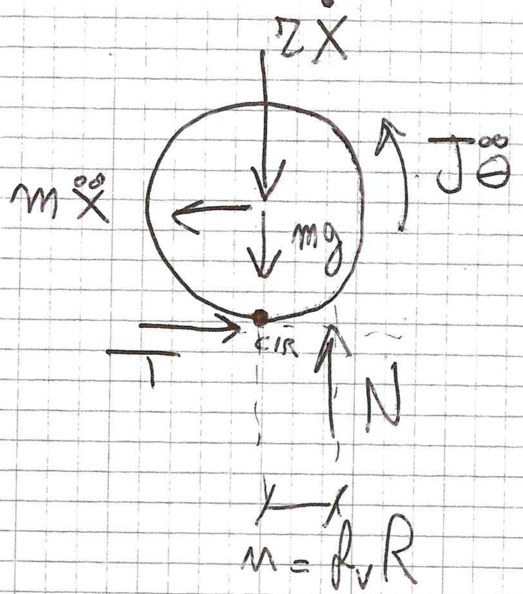
1.2

CINEMATICA



$$\dot{x} = R\dot{\theta}$$
$$\ddot{x} = R\ddot{\theta}$$

DINAMICA



$$N = mg + r\dot{x}$$

$$J\ddot{\theta} + m\ddot{x}R + N f_v R = 0$$

$$\frac{J}{R}\ddot{\theta} + m\ddot{x} + (mg + r\dot{x}) f_v = 0$$

$$\left(\frac{J}{R^2} + m\right)\ddot{x} + r f_v \dot{x} = -mg f_v$$

$$J = \frac{mR^2}{2}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{3}{2}m\right)\ddot{x} + (r f_v)\dot{x} = -mg f_v \\ \dot{x}(t=0) = \dot{x}_0 \end{cases}$$

EQ DIFF. DEL I ORDINE IN $\dot{x}$

SOLUZIONE PARTICOLARE

$$\mathring{x} = C \quad , \quad \mathring{\mathring{x}} = 0$$

$$C = -\frac{mg f_v}{R_v} = -\frac{mg}{R} = -32.7$$

SOLUZIONE OMOGENEA

$$\mathring{x} = B e^{\lambda t} \quad , \quad \mathring{\mathring{x}} = B \lambda e^{\lambda t}$$

$$\left(\frac{3}{2} m \lambda + 2 d_v\right) B e^{\lambda t} = 0$$

$$\lambda = \frac{-2 d_v}{\frac{3}{2} m} = -\frac{0.03}{15} = -0.002$$

INTEGRALE GENERALE

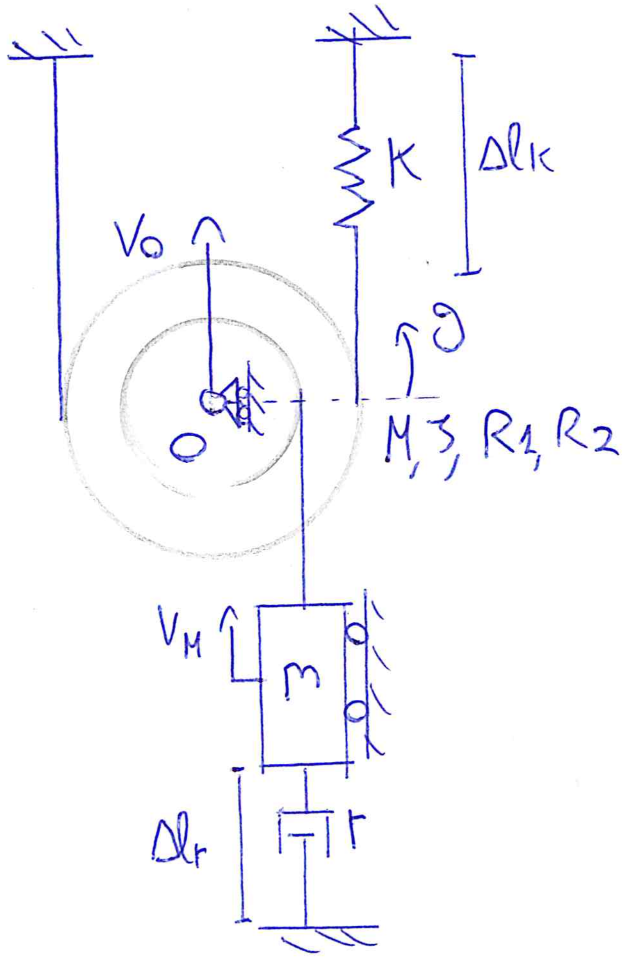
$$\begin{cases} \mathring{x}(t) = C + B e^{\lambda t} \\ \mathring{x}(0) = \mathring{x}_0 \end{cases} \Rightarrow B = \left(\mathring{x}_0 - C\right) = 37.7$$

$\bar{t}$ IN CUI $\mathring{x} = 0$

$$0 = C + B e^{\lambda \bar{t}}$$

$$-\frac{C}{B} = e^{\lambda \bar{t}}$$

$$\bar{t} = \frac{1}{\lambda} \log\left(-\frac{C}{B}\right) = 71.1 \ s$$



TROVARE LEGGE DI MOTO LIBERO

$$\begin{cases} \theta(0) = \frac{\pi}{3} \\ \dot{\theta}(0) = 0 \end{cases}$$

LEGAMI CIN

$$V_O = \dot{\theta} R_2$$

$$\dot{\Delta l}_r = \dot{\theta}(R_2 + R_1)$$

$$\Delta l_K = -\theta(2R_2)$$

$$V_M = \dot{\theta}(R_1 + R_2)$$

FORME ENERGIA

$$E_c = \frac{1}{2} M V_O^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m V_M^2 = \frac{1}{2} \underbrace{\left(M R_2^2 + J + m(R_1+R_2)^2\right)}_{J^* = 21{,}5 \ \mathrm{kgm^2}} \dot{\theta}^2$$

$$V = \frac{1}{2} K \Delta l_K^2 = \frac{1}{2} \underbrace{\left(K 4 R_2^2\right)}_{K^* = 600 \ \mathrm{Nm}} \theta^2$$

$$D = \frac{1}{2} r \dot{\Delta l}_r^2 = \frac{1}{2} \underbrace{\left(r(R_2+R_1)^2\right)}_{r^* = 33{,}75 \ \frac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{s}}} \dot{\theta}$$

②

EQ LAGRANGE

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\left(\frac{1}{2}J^*\dot{\theta}^2\right)}{\partial\dot{\theta}}\right)-\frac{\partial\left(\frac{1}{2}J^*\dot{\theta}^2\right)}{\partial\theta}+\frac{\partial\left(\frac{1}{2}r^*\dot{\theta}^2\right)}{\partial\dot{\theta}}+\frac{\partial\left(\frac{1}{2}k^*\theta^2\right)}{\partial\theta}=0$$

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k^*}{J^*}}=5,3\ \text{rad/s}$$

$$J^*\ddot{\theta}+r^*\dot{\theta}+k^*\theta=0 \rightarrow \quad h=\frac{r^*}{2J^*\omega_0}=0,25\ (\text{OSCILLANTE})$$

$$\theta(t)=\theta_{OM}(t)=e^{\overbrace{-\frac{r^*}{2J^*}}^{\alpha}t}\left(A\cos(\omega_d t)+B\,\text{sen}(\omega_d t)\right)$$

$$\alpha=-h\omega_0=0,8\left(\frac{1}{s}\right)$$

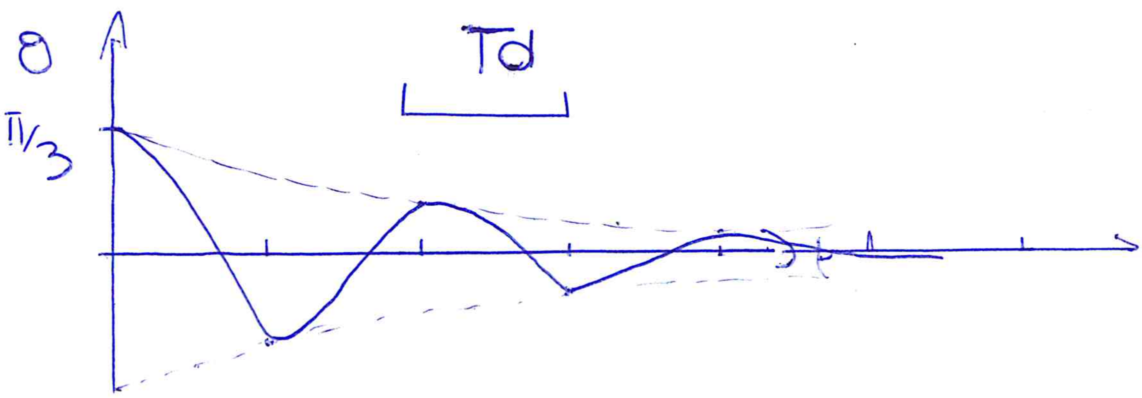
$$\omega_d=\omega_0\sqrt{1-h^2}=5,2\ \text{rad/s} \qquad \left(f_d=\frac{\omega_0}{2\pi}=0,83\ \text{Hz}\right.$$

$$T_d=1,2\ \text{sec}$$

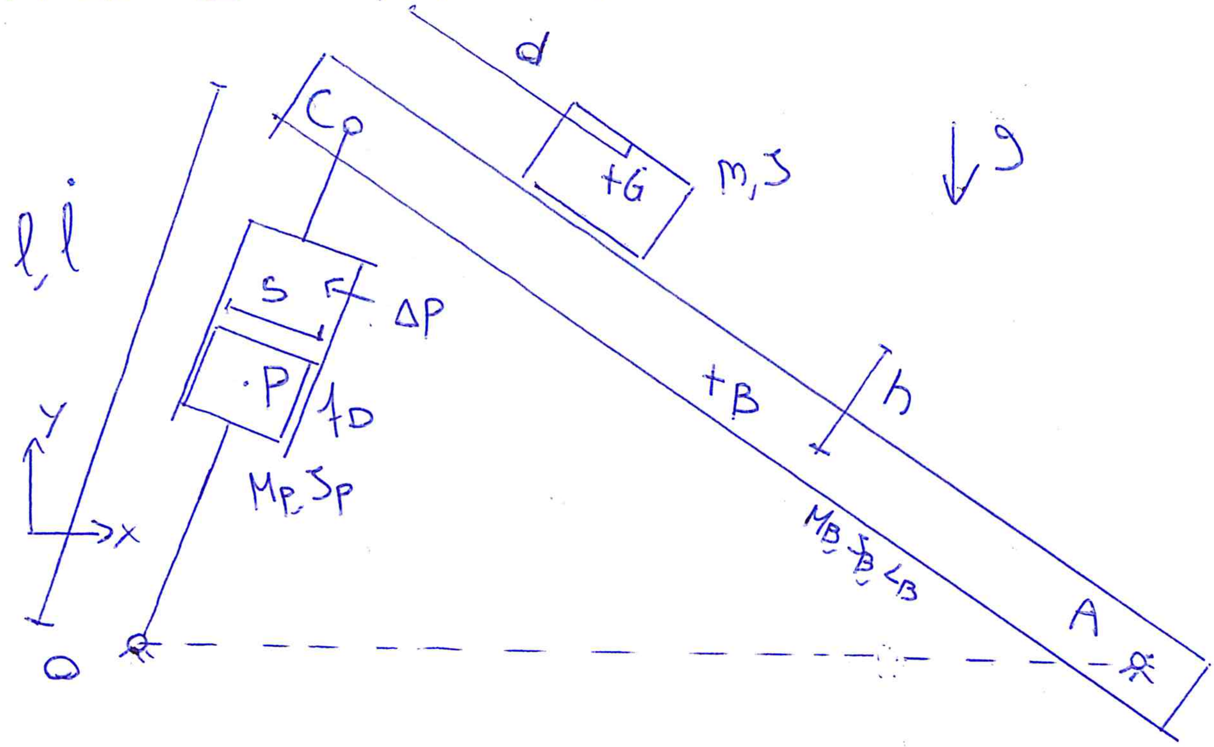
IMPONGO C.I.

$$\begin{cases}\theta(0)=A=\frac{\pi}{3}\ (m)\\ \dot{\theta}(0)=-\alpha A+B\omega_d=0 \qquad B=\frac{\alpha\frac{\pi}{3}}{\omega_d}=0,16\ (m)\end{cases}$$

GRAFICO



PROB 2 TEMA 07-07-2016



DATI MASSE / INERZIE / LUNG

X L'ATTO DI MOTO

TROVARE

A) $\bar{V}_G$, $\bar{a}_G$ (CON ADERENZA)

B) ΔP GARANTISCE MOTO ($r_D = 0$)

C) VERIFICA ADERENZA

D) ΔP GARANTISCE MOTO ($r_D \neq 0$)

---

4 C.R. = 12 GDL

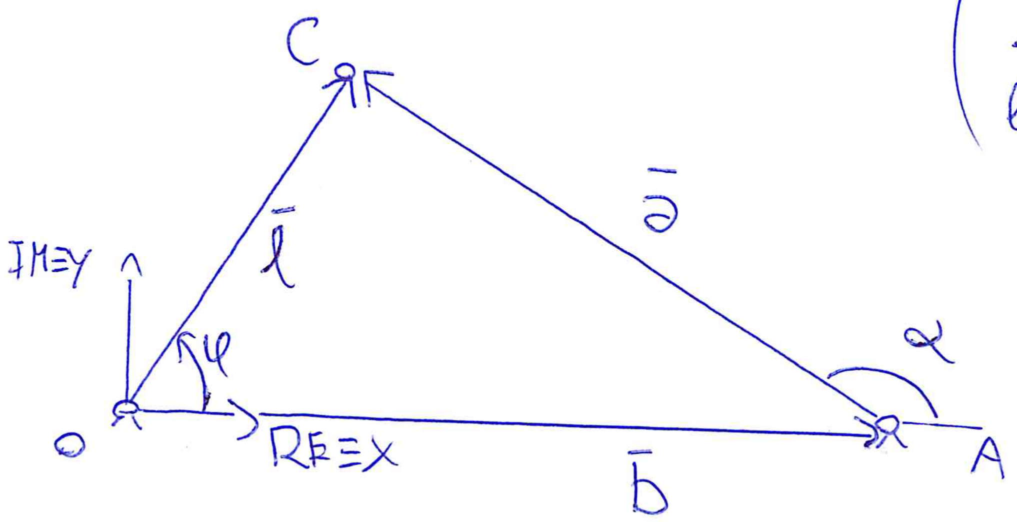
- CER O// C//A = 6 GDV
- MANICOTTO → PIST + CIL = 2 GDV
- INCASTRO m = 3 GDV

11 GDV

1 GDL NETTO $l, \dot{l}$

A RISOLVO CIN. CON EQ. CHIUSURA

$$\left(\begin{array}{l} \bar{l} = \bar{a} + \bar{b} \\ l e^{i\varphi} = a e^{i\alpha} + b \end{array} \right)$$



	M	D
$\bar{l}$	l	φ
$\bar{a}$	a	α
$\bar{b}$	b	β

$$\left. \begin{array}{ll} 3 \text{ VAR} & l, \varphi, \alpha \\ 1 \text{ NOTA} & l \end{array} \right] \; 2 \text{ INC} \rightarrow \text{OM}$$

POS

$$\left. \begin{array}{ll} RE & \left\{ l\cos\varphi = b + a\cos\alpha \right. \\ IM & \left\{ l\,\text{sen}\,\varphi = a\,\text{sen}\,\alpha \right. \end{array} \right] \; \varphi, \alpha = f(l)$$

VEL

$$\dot{l} e^{i\varphi} + i l \dot{\varphi} e^{i\varphi} = i a \dot{\alpha} e^{i\alpha}$$

$$\left. \begin{array}{ll} RE & \left\{ \dot{l}\cos\varphi - l\dot{\varphi}\,\text{sen}\,\varphi = -a\dot{\alpha}\,\text{sen}\,\alpha \right. \\ IM & \left\{ \dot{l}\,\text{sen}\,\varphi + l\dot{\varphi}\cos\varphi = a\dot{\alpha}\cos\alpha \right. \end{array} \right] \; \begin{array}{l} \dot{\varphi} \\ \dot{\alpha} \end{array} = f(l, \dot{l})$$

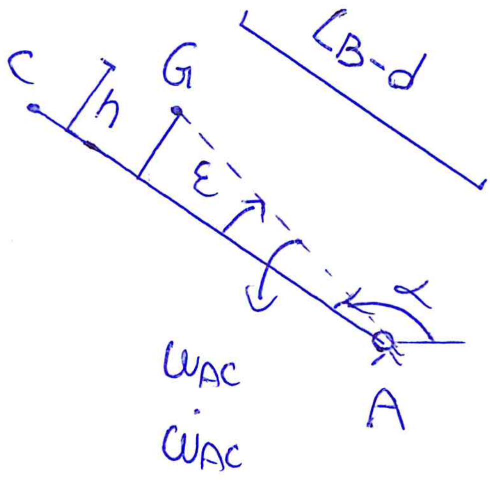
ACC

$$\underbrace{\cancel{\ddot{\ell} e^{i\varphi}}}_{\ddot{\ell}=\not\alpha} + 2i\dot{\ell}\dot{\varphi}e^{i\varphi} + i\ell\ddot{\varphi}e^{i\varphi} - \ell\dot{\varphi}^2 e^{i\varphi} = ia\ddot{\alpha}e^{i\alpha} - a\dot{\alpha}^2 e^{i\alpha}$$

RE $-2\dot{\ell}\dot{\varphi}\,\text{sen}\varphi - \ell\ddot{\varphi}\,\text{sen}\varphi - \ell\dot{\varphi}^2\cos\varphi = -a\ddot{\alpha}\,\text{sen}\alpha - a\dot{\alpha}^2\cos\alpha$

IM $2\dot{\ell}\dot{\varphi}\cos\varphi + \ell\ddot{\varphi}\cos\varphi - \ell\dot{\varphi}^2\,\text{sen}\varphi = +a\ddot{\alpha}\cos\alpha - a\dot{\alpha}^2\,\text{sen}\alpha$

$$\begin{matrix}\ddot{\varphi}\\ \ddot{\alpha}\end{matrix} = f(\ell, \dot{\ell})$$



$\bar{\omega}_{AC} = \dot{\alpha}\bar{k} \qquad \dot{\bar{\omega}}_{AC} = \ddot{\alpha}\bar{k}$

$(G-A) = |GA|\left(\cos(\alpha-\varepsilon)\bar{\imath} + \text{sen}(\alpha-\varepsilon)\bar{\jmath}\right)$

$|GA| = \sqrt{(L_B-d)^2 + h^2}$

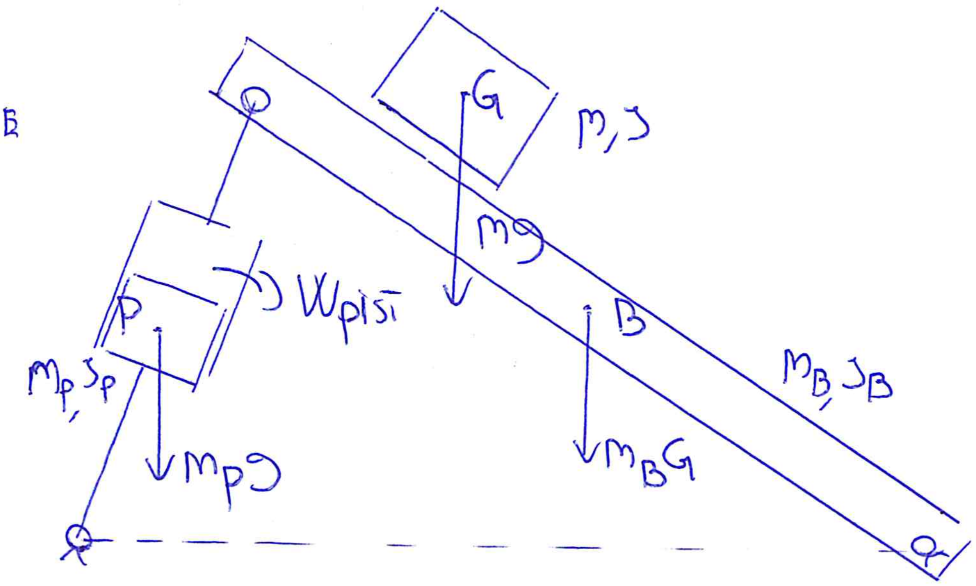
$\varepsilon = \text{atan}\left(\dfrac{h}{L_B-d}\right)$

$\bar{V}_G = \bar{\omega}_{AC} \wedge (G-A) = \dot{\alpha}|GA|\left(-\text{sen}(\alpha-\varepsilon)\bar{\imath} + \cos(\alpha-\varepsilon)\bar{\jmath}\right)$

$\bar{a}_G = \dot{\bar{\omega}}_{AC} \wedge (G-A) - \omega_{AC}^2(G-A) = \ddot{\alpha}|GA|\left(-\text{sen}(\alpha-\varepsilon)\bar{\imath} + \cos(\alpha-\varepsilon)\bar{\jmath}\right)$
$\qquad -\dot{\alpha}^2|GA|\left(\cos(\alpha-\varepsilon)\bar{\imath} + \text{sen}(\alpha-\varepsilon)\bar{\jmath}\right)$

B

FORZE EXT

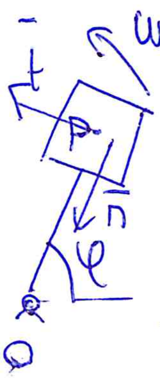


$$W_A = m_p \bar{g} \bar{V}_p + m_B \bar{g} \bar{V}_B + m \bar{g} \bar{V}_G + W_{pist}$$

$W_R = 0$ NO ATTRITI

$$\frac{dE_c}{dt} = J_p \dot{\bar{\omega}}_p \bar{\omega}_p + M_p \bar{a}_p \bar{V}_p + J \dot{\bar{\omega}}_{AC} \bar{\omega}_{AC} + m \bar{a}_G \bar{V}_G + J_B \dot{\bar{\omega}}_{AC} \bar{\omega}_{AC} + M_B \bar{a}_B \bar{V}_B$$

$\bar{V}_p =$



$$= \underbrace{\dot{\varphi} \bar{k}} \wedge (P-O) = \dot{\varphi} |PO| (-\sin\varphi \, \bar{i} + \cos\varphi \, \bar{j}) = \dot{\varphi} |PO| \bar{t}$$

$$\boxed{\bar{\omega}_p = \dot{\varphi} \bar{k} \quad \dot{\bar{\omega}}_p = \ddot{\varphi} \bar{k}}$$

$$\bar{a}_p = \ddot{\varphi} |PO| \bar{t} + \dot{\varphi}^2 |PO| \bar{n}$$

$$\bar{V}_B = \dot{\alpha}|AB|(-\operatorname{sen}\alpha\,\bar{\imath} + \cos\alpha\,\bar{\jmath}) = \dot{\alpha}|AB|\,\bar{t}$$

$$\bar{a}_B = \ddot{\alpha}|AB|\,\bar{t} + \dot{\alpha}^2|AB|\,\bar{n}$$

$$W_{pist} = \Delta p\left(\frac{\pi S^2}{4}\right)\dot{l}$$

Eq. Bil pot

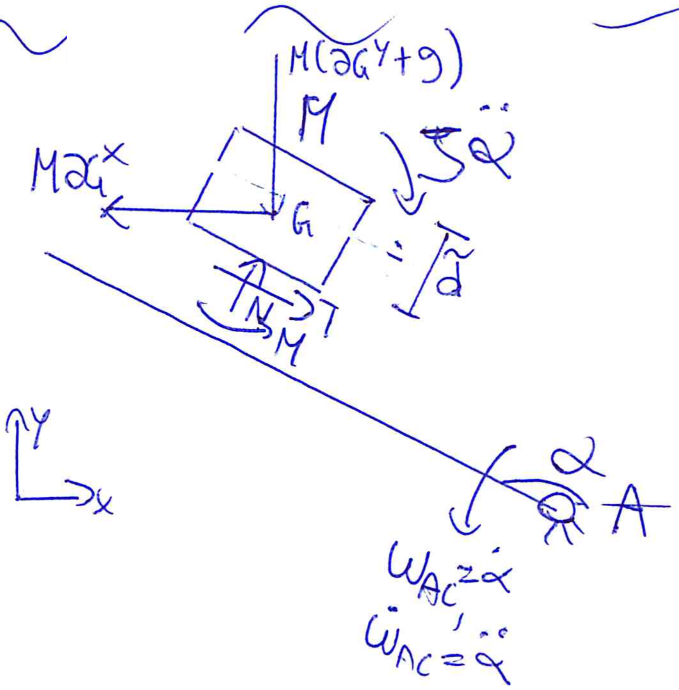
$$-m_p g V_p^y - m_B g V_B^y - M g V_G^y + \Delta p\left(\frac{\pi S^2}{4}\right)\dot{l} = J_p\ddot{\varphi}\dot{\varphi} + M_p\ddot{\varphi}\dot{\varphi}|OP|^2$$

$$+J\ddot{\alpha}\dot{\alpha} + m\ddot{\alpha}\dot{\alpha}|GA|^2 + J_B\ddot{\alpha}\dot{\alpha} + M_B\ddot{\alpha}\dot{\alpha}|AB|^2$$

$$\underbrace{}_{\Downarrow}$$

1 Eq → 1 INC Δp

3



$F_x = 0 \,|\, T\cos(180-\alpha) + N\cos(\alpha - 90) - Ma_G^x = 0$

$F_y = 0 \,|\, -T\operatorname{sen}(180-\alpha) + N\operatorname{sen}(\alpha-90) - M(a_G^y + g) = 0$

$M_G = 0 \,|\, -J\ddot{\alpha} + M + T\dfrac{\tilde{d}}{2} = 0$

$$\underbrace{}_{\Downarrow}$$

3Eq 3 INC N, T, M

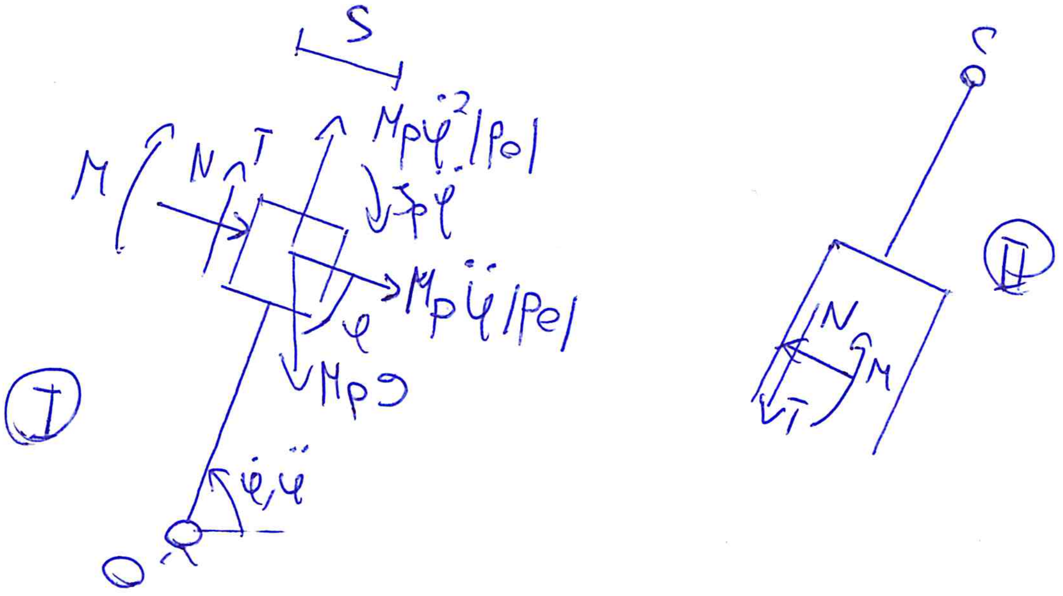
D

CON ATTRITO

$$W_R \neq \emptyset = -f_D |N| |\dot{\ell}|$$

↓

TROVO N



$$M_O^{I} = \emptyset) \quad -N|PO| - T\frac{S}{2} - M - M_p \ddot{\varphi} |PO|^2 - M_p g |PO| \cos\varphi - J_p \ddot{\varphi} = \emptyset$$

$$M_C^{II} = \emptyset) \quad -N|PC| + M + T\frac{S}{2} = \emptyset$$

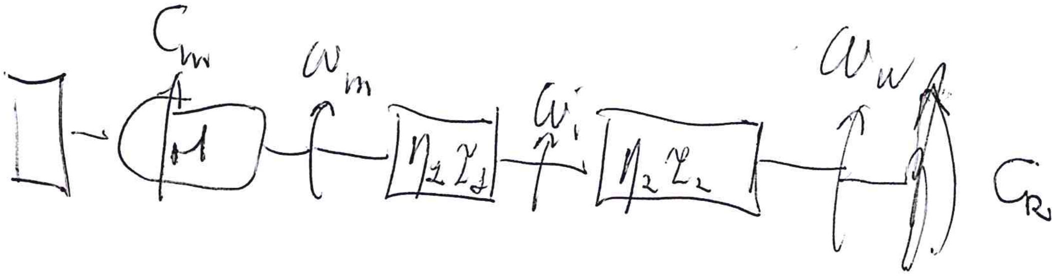
$$T = f_D |N| \operatorname{SEGN}(\dot{\ell})$$

↓

3 EQ 3 INC N, M, T

↓

NOTO $-f_D |N| |\dot{\ell}|$ → BIL POT → TROVO ΔP



MOTO DIRETTO

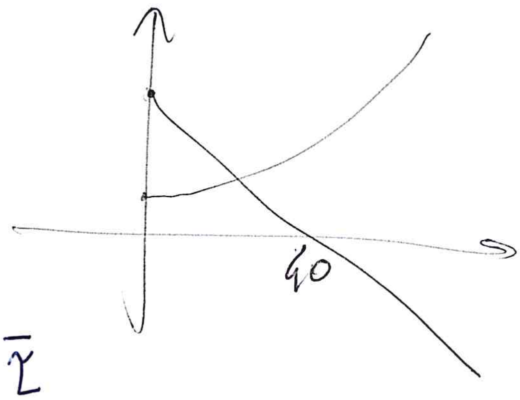
$$W_m = C_m \omega_m \qquad \omega_u = \bar{\tau}\omega_m$$

$$W_p = -\left(1 - \bar{\eta}_D\right) C_m \omega_m$$

$$W_u = -C_R \omega_u = -\left(A + B\omega_u^2\right)\omega_u$$

$$\cancel{C_m \omega_m} - \left(\cancel{1} - \bar{\eta}_D\right) C_m \cancel{\omega_m} - \left(A + B\bar{\tau}^2\omega_m^2\right)\bar{\tau}\cancel{\omega_m} = 0$$

$$\begin{cases} \bar{\eta}_D C_m(\omega_m) = \left(A + B\bar{\tau}^2\omega_m^2\right)\bar{\tau} \\ C_m = C_0 - \dfrac{C_0}{\omega_s}\omega_m \end{cases}$$



$$\bar{\eta}_D\left(C_0 - \frac{C_0}{\omega_s}\omega_m\right) = \left(A + B\bar{\tau}^2\omega_m^2\right)\bar{\tau}$$

$$\bar{\eta}_D C_0 - \bar{\eta}_D \frac{C_0}{\omega_s}\omega_m = \left(A + B\bar{\tau}^2\omega_m^2\right)\bar{\tau}$$

$$-\bar{\eta}_D C_0 + A\bar{\tau} + \bar{\eta}_D \frac{C_0}{\omega_s}\omega_m + B\bar{\tau}^3\omega_m^2 = 0$$

$$\cancel{\eta_D C_0 - A = \omega_m\left(\eta_D \frac{C_0}{\omega_s} + B\bar{\tau}^2\omega_m\right)}$$

$$\omega_m = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{\text{rad}}{s}\ 26{,}81$$

$$\omega_u = \cancel{5{,}29}\ \frac{\text{rad}}{s} \quad 8{,}0445$$

5.2

$W_m = C_m = 0$ MOTO DIRETTO

$$W_u = -C_R \omega_u = -\left(A + B\omega_u^2\right)\omega_u$$

$$W_p = -\left(1 - \bar{\eta}_D\right)\left(-J_m \omega_m \dot{\omega}_m\right)$$

$$E_c = \frac{1}{2} J_m \omega_m^2 + \frac{1}{2} J_u \omega_u^2$$

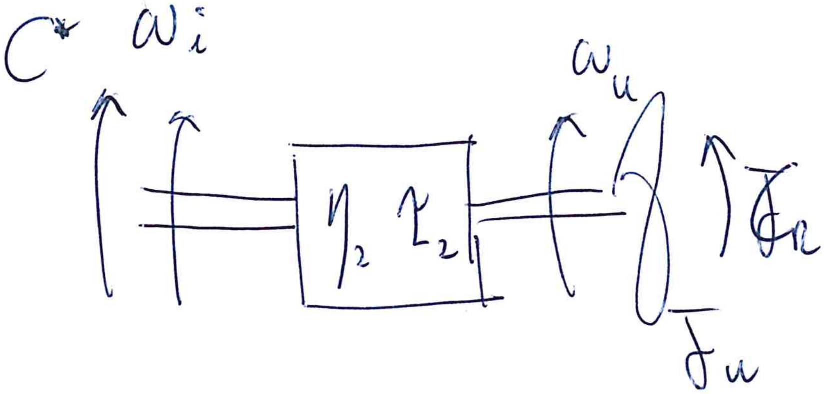
$$-\left(\cancel{1} - \bar{\eta}_D\right)\left(-J_m \omega_m \dot{\omega}_m\right) - \left(A + B\omega_u^2\right)\omega_u = \cancel{J_m \omega_m} \dot{\omega}_m + J_u \omega_u \dot{\omega}_u$$

$$-\left(A + B\omega_u^2\right)\cancel{\omega_u} = \bar{\eta}_D J_m \frac{\cancel{\omega_u} \cdot \dot{\omega}_u}{\tau^2} + J_u \cancel{\omega_u} \dot{\omega}_u$$

$$\dot{\omega}_u \left(\frac{\bar{\eta}_D J_m}{\tau^2} + J_u\right) = -\left(A + B\omega_{u,REG}^2\right)$$

$$\dot{\omega}_u = -0.186 \frac{rad}{s^2}$$

3.3



$$\cancel{C^* \omega_i} - (\cancel{1} - \eta_2) C^* \omega_i - C_R \omega_u = \frac{dE_{c,2}}{dt} = J_u \omega_u \dot{\omega}_u$$

$$\eta_2 C^* \frac{\cancel{\omega_u}}{\tau_2} - \left(A + B\omega^2_{u,REG}\right)\cancel{\omega_u} = J_u \cancel{\omega_u} \dot{\omega}_u$$

$$C^* = \frac{\tau_2}{\eta_2}\left[\left(A + B\omega^2_{u,REG}\right) + J_u \dot{\omega}_u\right]$$

$C^* =$ N·m 8,2444