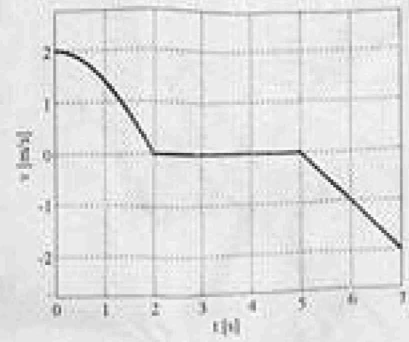
MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE
Allievi meccanici A.A. 2013-2014 prova del 06-02-2015

Problema 1.1

Assegnato l'andamento di velocità v(t) in figura, si chiede di rappresentare in forma grafica l'andamento dell'accelerazione nel tempo, indicando gli opportuni valori numerici.
Nel primo tratto, da 0 a 2 s, l'espressione della velocità è data da:

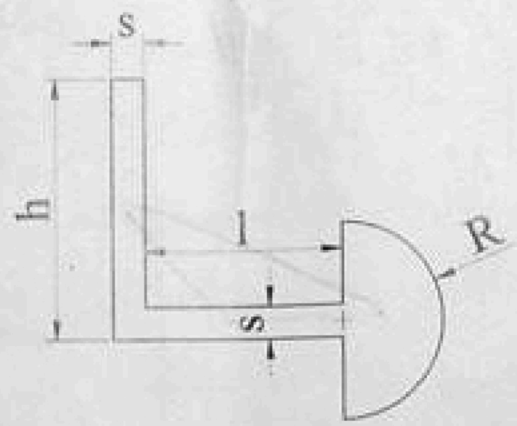
$$v(t) = 2cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)$$



Problema 1.2

Calcolare le coordinate x_G ed y_G del baricentro del corpo rigido omogeneo di spessore costante rappresentato in figura.
Siano note le lunghezze:

h = 0.8 m
l = 0.6 m
s = 0.1 m
R = 0.3 m
ρ = 1 kg/m^3

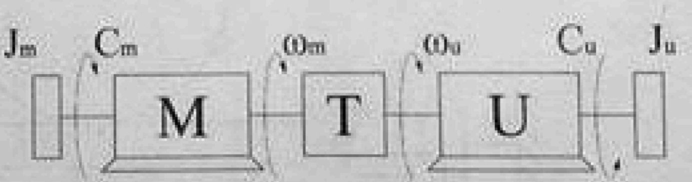


Problema 1.3

Il sistema MTU rappresentato in figura è costituito da un motore di caratteristica quadratica

$$C_m = C_0\left(1 - \frac{\omega_m^{\,2}}{\omega_0^{\,2}}\right)$$

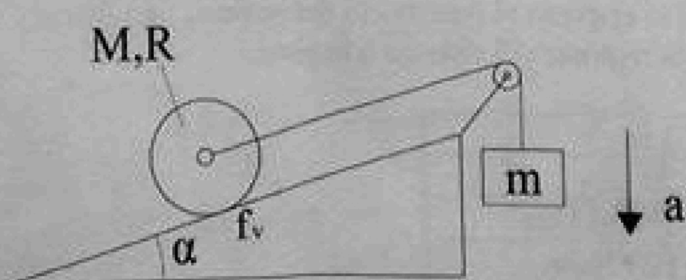
e da un utilizzatore sul quale è applicata una coppia resistente Cu = $K\omega_m^2$. Calcolare la potenza erogata dal motore a regime.



C_0 = 2000 Nm ω_0 = 250 rad/s
K = 20 Nm/(rad/s)^2
η = 0.97 τ = 1/8

Problema 1.4

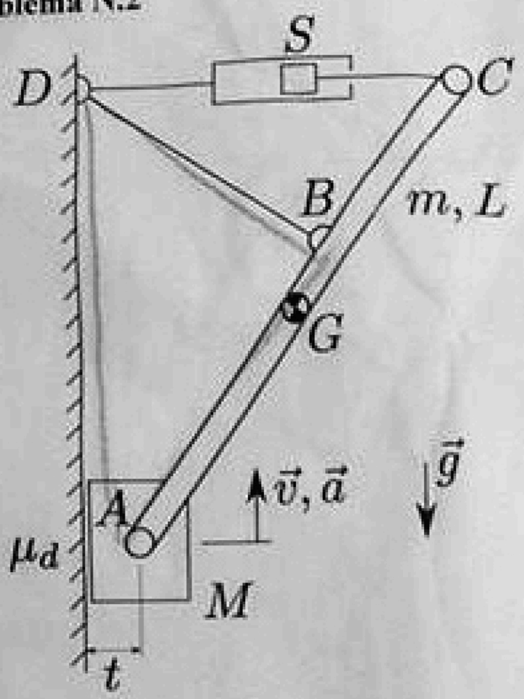
Il sistema riportato in figura è posizionato nel piano verticale. Un disco omogeneo, di caratteristiche M e R, rotola senza strisciare con resistenza al rotolamento su una guida inclinata di un angolo α. Una fune inestensibile collega il centro del disco con un corpo sospeso di massa m. La fune si avvolge senza strisciare su una puleggia di rimando di massa trascurabile. Calcolare il valore della massa M del disco, affinché il corpo m scenda con un'accelerazione a assegnata.



m = 30 kg a = 0.1 m/s^2
R = 0.5 m f_v = 0.01 α = 30°

MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE
Allievi meccanici A.A. 2013-2014 prova del 06-02-2015

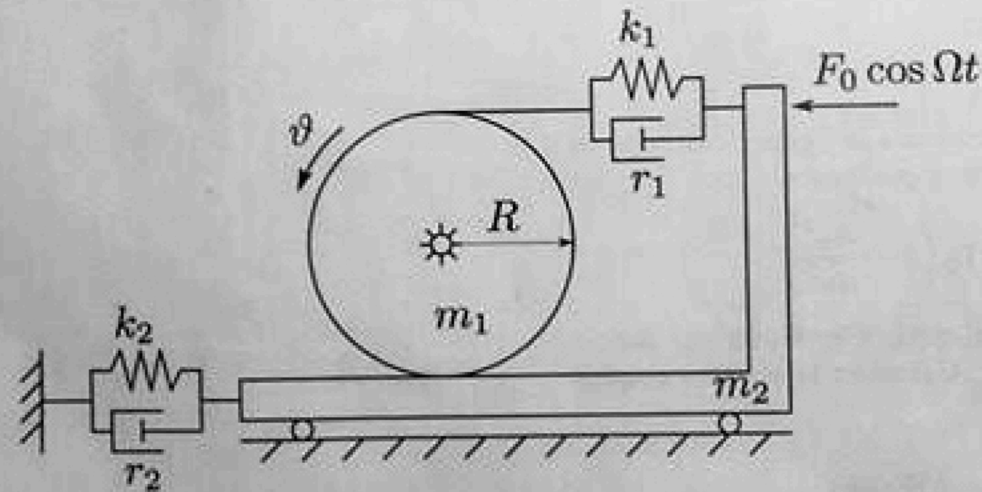
Problema N.2



Il sistema meccanico in Figura, posto nel piano verticale, è costituito da un'asta AC con baricentro in G di massa m e lunghezza L vincolata in A, tramite una cerniera, ad un corsoio di massa M e semispessore t. Il corsoio scorre su una guida verticale; tra guida e corsoio il coefficiente d'attrito dinamico vale μ_d. L'asta AC è poi vincolate in B ad un'asta BD priva di massa che è vincolata a terra in D tramite una cerniera.
Il sistema è movimentato da un attuatore idraulico di sezione S vincolato a terra in D tramite una cerniera e all'asta AC tramite una cerniera nel punto C.
Nota la geometria del sistema e note la velocità v e l'accelerazione a del corsoio, come riportate in figura, determinare:

1. la velocità e l'accelerazione di sfilo del pistone;
2. la pressione all'interno del cilindro che garantisce il moto assegnato;
3. le reazioni vincolari scambiate tra l'asta AC e l'asta BD nel punto B.

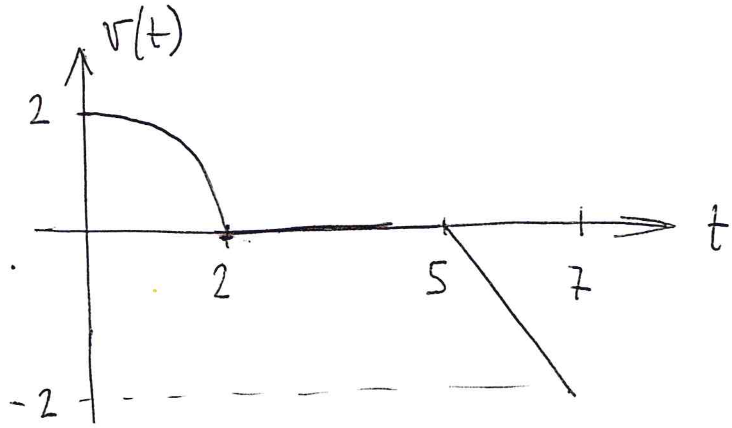
Problema 3



Il sistema in figura, posizionato nel piano orizzontale, è costituito da un disco di massa m_1 e raggio R, incernierato a terra nel suo centro, che rotola senza strisciare su un carrello di massa m_2. Un sistema molla-smorzatore di rigidezza k_1 e smorzamento r_1 collega ulteriormente il disco e il carrello. Quest'ultimo è a sua volta collegato a terra attraverso un secondo sistema molla-smorzatore di caratteristiche k_2 e r_2. Sul carrello è applicata una forzante $F(t) = F_0 \cos(\Omega t)$.
Considerando il grado di libertà ϑ e i dati riportati in tabella:
1) si scriva l'equazione di moto del sistema forzato;
2) si disegni la risposta al transitorio del sistema non forzato, sapendo che $\vartheta(0) = 0$ e $\dot{\vartheta}(0) = 10\ m/s$;
3) si scriva la risposta del sistema a regime.

R	1 m
m_1, m_2	10 kg
k_1, k_2	10000 N/m
r_1, r_2	100 Ns/m

ESERCIZIO 1.1



$0 \leq t < 2$

$v(t) = 2\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)$

? ACCELERAZIONI

$\boxed{0 \leq t < 2}$

$v(t) = 2\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)$

$a(t) = -\frac{\pi}{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$

$t = 0 \quad a(0) = 0 \left[\frac{m}{s^2}\right]$

$t = 2 \quad a(2) = -\frac{\pi}{2}\left[\frac{m}{s^2}\right]$

$\boxed{2 \leq t < 5}$

$v(t) = 0 = \text{cost} \Rightarrow a(t) = 0 \left[\frac{m}{s^2}\right]$

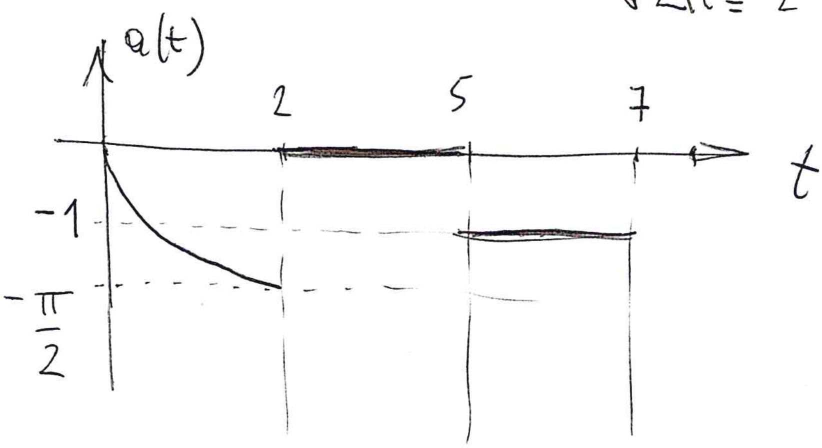
$\boxed{5 \leq t < 7}$

$v(t) = a \cdot \Delta t$

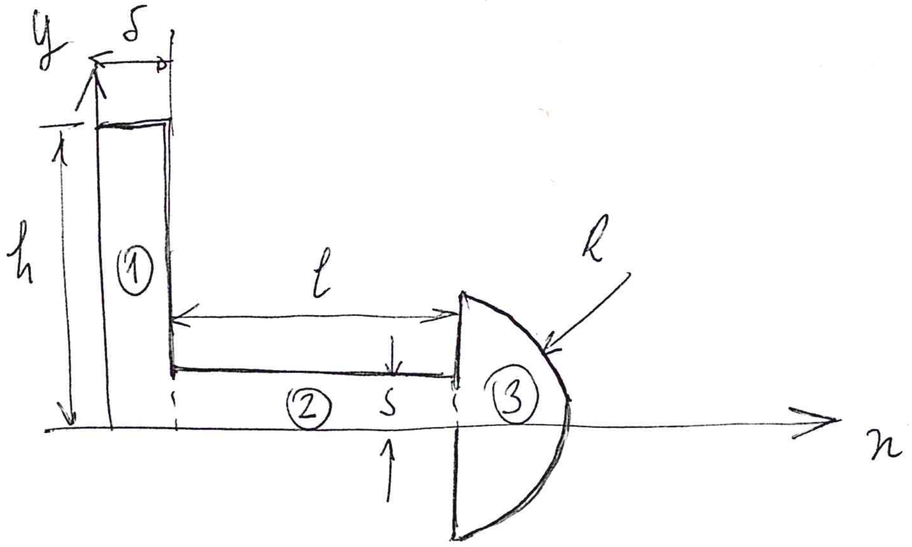
$\Delta t = 0 \quad v = 0$

$\Delta t = 2 \quad v = -2$

$\Rightarrow a = -1 \left[\frac{m}{s^2}\right]$



ESERCIZIO 1.2



$$\begin{cases} x_{G1} = \dfrac{s}{2} = 0{,}05\,[m] \\ y_{G1} = \dfrac{h}{2} = 0{,}4\,[m] \end{cases} \qquad \begin{cases} x_{G2} = s + \dfrac{l}{2} = 0{,}4\,[m] \\ y_{G2} = \dfrac{s}{2} = 0{,}05\,[m] \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{G3} = \overline{x_{G_{sc}}} + l + s = \overline{x_{G_{sc}}} + 0{,}7\,[m] \\ y_{G3} = \dfrac{s}{2} = 0{,}05\,[m] \end{cases}$$

$$\overline{x_{G_{sc}}} = \frac{1}{m_3} \int \rho\, x \, dV = \frac{\rho}{m_3} \int_A x \, dA$$

$$m_3 = \rho \frac{\pi R^2}{2} = 0{,}14 \left[\frac{kg}{m}\right]$$

$$\overline{x_{G_{sc}}} = \frac{\rho}{m_3} \int_A x \, dA = \frac{\rho}{m_3} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^R r\cos\vartheta \; r\, dr\, d\vartheta =$$

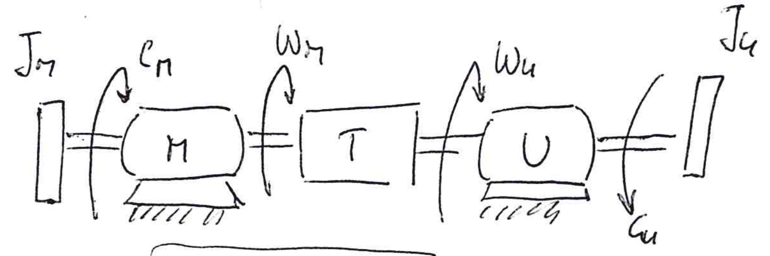
$$= \frac{\rho}{m_3} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{R^3}{3} \cos\vartheta \, d\vartheta = \frac{\rho}{m_3} \frac{R^3}{3} \left[\sin\vartheta \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi/2}$$

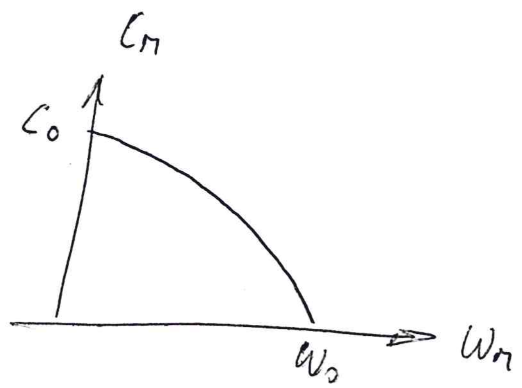
$$= \frac{1 \, [kg/m^3]}{0{,}14 \, [kg/m]} \cdot \frac{(0{,}3)^3 [m^3]}{3} \cdot (1+1) = 0{,}13 \, [m]$$

$$x_{G_{TOT}} = \frac{x_{G1} \cdot m_1 + x_{G2} m_2 + x_{G3} m_3}{m_1 + m_2 + m_3} = 0{,}515 \, [m]$$

$$y_{G_{TOT}} = \frac{y_{G1} m_1 + y_{G2} m_2 + y_{G3} m_3}{m_1 + m_2 + m_3} = 0{,}150 \, [m]$$

$\boxed{\text{ESERCIZIO 1.3}}$





$$\boxed{\omega_u = \tau \omega_M}$$

A REGIME: $\quad W_M + W_u + W_p = \frac{dE_c}{dt} = 0$

TIPO DI MOTO: $\quad \vec{C_u} \cdot \vec{\omega_u} < 0 \quad$ MOTO DIRETTO

Potenza lato utilizzatore negativa

$$W_M = C_M \omega_M$$

$$W_p = -(1-\eta_D) C_M \omega_M = -(1-\eta_D) W_e$$

$$W_u = -C_u \omega_m$$

$$C_m \omega_m - (1-\eta_D)(C_m \omega_m) - C_u \omega_u = 0$$

$$\eta_D C_m = \tau C_u = \tau k \omega_m^2$$

REGIME

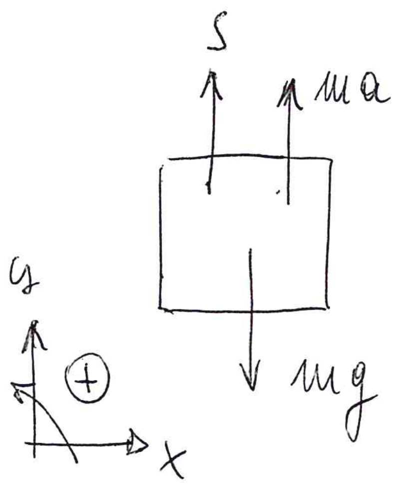
$$\begin{cases} \overline{C_m} = \dfrac{\tau k}{\eta_D} \cdot \overline{\omega_m}^2 \\ \overline{C_m} = C_0 \left(1 - \dfrac{\overline{\omega_m}^2}{\omega_0^2}\right) \end{cases} \Rightarrow \frac{\tau k}{\eta_D} \overline{\omega_m}^2 = C_0 - \frac{C_0}{\omega_0^2} \cdot \overline{\omega_m}^2$$

$$\overline{\omega_m} = \sqrt{\frac{C_0}{\dfrac{\tau k}{\eta_D} + \dfrac{C_0}{\omega_0^2}}} = 27,7 \left[\frac{rad}{s}\right]$$

$$\overline{C_m} = \frac{\tau k}{\eta_D} \overline{\omega_m}^2 = 1975,4 \ [N \cdot m]$$

$$\overline{W_m} = \overline{C_m} \cdot \overline{\omega_m} = 54,7 \ [kW]$$

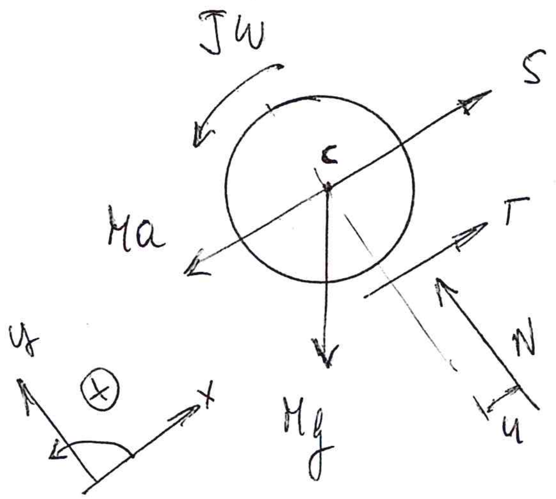
ESERCIZIO 1.4



$$\Sigma F_y = 0$$

$$S + ma - mg = 0$$

$$S = m(g-a) = 291,3 \ [N]$$



$$\boxed{\Sigma F_x = 0}$$

$$S + T - Ma - Mg \sin\alpha = 0$$

$$T = M(g \sin\alpha + a) - S$$

$$\boxed{\Sigma F_y = 0}$$

$$N = Mg \cos\alpha$$

$$\boxed{\Sigma M_c = 0}$$

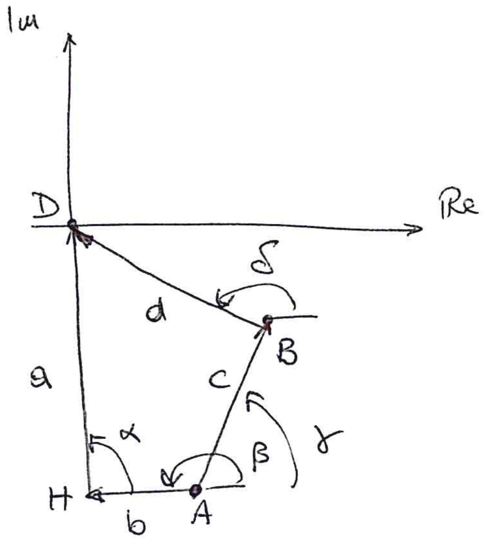
$$N \cdot u + TR + J\dot{\omega} = 0 \qquad J = \frac{MR^2}{2} \qquad \dot{\omega} = \frac{a}{R}$$

$$Mg \cos\alpha \, f_v R + \left[M(g \sin\alpha + a) - S\right] R + \frac{MR^2}{2} \cdot \frac{a}{R} = 0$$

$$M = \frac{S}{f_v g \cos\alpha + g \sin\alpha + a + \frac{a}{2}} = 56{,}67 \ [kg]$$

1. VELOCITÀ - ACC. PISTONE

a. Numeri complessi



$$\bar{a} + \bar{b} = \bar{c} + \bar{d}$$

VAR	COST
a	α
	b
	β
γ	c
δ	d

$\dot{a}\bar{J} = \bar{v} = v_{A}\bar{J}$

$\ddot{a}\bar{J} = \bar{a} = a_{A}\bar{J}$

$$\begin{cases} a\cos\alpha + b\cos\beta = c\cos\gamma + d\cos\delta \\ a\sin\alpha + b\sin\beta = c\sin\gamma + d\sin\delta \end{cases} \rightarrow \text{POSIZIONE} \rightarrow \text{GEOM NOTA}$$

$$\begin{cases} \dot{a}\cos\alpha = -\dot{\gamma}c\sin\gamma - \dot{\delta}d\sin\delta \\ \dot{a}\sin\alpha = +\dot{\gamma}c\cos\gamma + \dot{\delta}d\cos\gamma \end{cases} \rightarrow \text{VELOCITÀ}$$

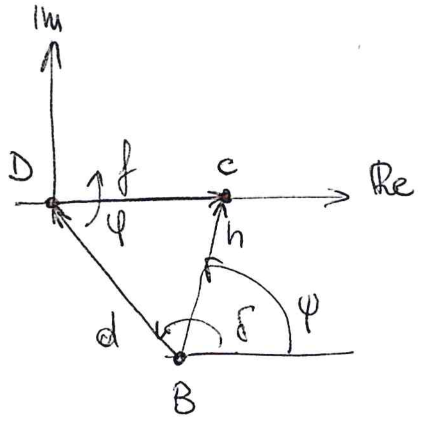
$$[A]\underline{\dot{x}} = \underline{b} \qquad \underline{\dot{x}} = \begin{Bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\delta} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{cases} \ddot{a}\cos\alpha = -\ddot{\gamma}c\sin\gamma - \dot{\gamma}^2 c\cos\gamma - \ddot{\delta}d\sin\delta - \dot{\delta}^2 d\cos\delta \\ \ddot{a}\sin\alpha = \ddot{\gamma}c\cos\gamma - \dot{\gamma}^2 c\sin\gamma + \ddot{\delta}d\sin\delta - \dot{\delta}^2 d\sin\delta \end{cases} \rightarrow \text{ACC}$$

$$[A]\underline{\ddot{x}} = \underline{b} \qquad \underline{\ddot{x}} = \begin{Bmatrix} \ddot{\gamma} \\ \ddot{\delta} \end{Bmatrix}$$

$\bar{\omega}_{AB} = \dot{\gamma}\bar{k} \qquad \dot{\bar{\omega}}_{AB} = \ddot{\gamma}\bar{k}$

$\bar{\omega}_{BD} = \dot{\delta}\bar{k} \qquad \dot{\bar{\omega}}_{BD} = \ddot{\delta}\bar{k}$



$$\bar d + \bar f = \bar h$$

VAR	COST
δ	d
ψ	h
f	
φ	

$\dot\delta$ e $\ddot\delta$ NOTI CHIUS. PREC.

$\dot\psi$ e $\ddot\psi$ — $\dot\psi = \dot\gamma$, $\ddot\psi = \ddot\gamma$

$$\begin{cases} d\cos\delta + f\cos\varphi = h\cos\psi = h\cos\gamma \\ d\sin\delta + f\sin\varphi = h\sin\psi = h\sin\gamma \end{cases}$$

→ POS → GEOM. NOTA

$$\begin{cases} -\dot\delta d\sin\delta + \dot f\cos\varphi - \dot\varphi f\sin\varphi = -\dot\gamma h\sin\gamma \\ \dot\delta d\cos\delta + \dot f\sin\varphi - \dot\varphi f\cos\varphi = \dot\gamma h\cos\gamma \end{cases}$$

→ VEL $[A]\,\underline{\dot x} = \underline{b}$

$$\underline{\dot x} = \begin{Bmatrix} \dot f \\ \dot\varphi \end{Bmatrix}$$

$$\begin{cases} -\ddot\delta d\sin\delta - \dot\delta^2 d\cos\delta + \ddot f\cos\varphi - \ddot\varphi f\sin\varphi - \dot\varphi^2 f\cos\varphi - 2\dot\varphi\dot f\sin\varphi = -\ddot\gamma h\sin\gamma - \dot\gamma^2 h\cos\gamma \\ \ddot\delta d\cos\delta - \dot\delta^2 d\sin\delta + \ddot f\sin\varphi - \ddot\varphi f\cos\varphi - \dot\varphi^2 f\sin\varphi - 2\dot\varphi\dot f\cos\varphi = \ddot\gamma h\cos\gamma - \dot\gamma^2 h\sin\gamma \end{cases}$$

$[A]\,\underline{\ddot x} = \underline{b}$ $\qquad \underline{\ddot x} = \begin{Bmatrix} \ddot f \\ \ddot\varphi \end{Bmatrix}$

$\bar V_{CD} = \dot f\,\bar i \qquad \bar a_{CD} = \ddot f\,\bar i$

$\bar\omega_{DC} = \dot\varphi\,\bar k \qquad \dot{\bar\omega}_{DC} = \ddot\varphi\,\bar k$

$$\begin{cases} \bar{V}_C^{ASS} = \bar{V}_{CD} + \bar{\omega}_{AC} \wedge (C-B) \\ \bar{V}_{CD} = \dot{f}\,\bar{i} \end{cases}$$

$$\bar{\omega}_{AC} = \dot{\gamma}\,\bar{k}$$

$$(C-B) = CB\cos\gamma\,\bar{i} + CB\sin\gamma\,\bar{j}$$

$$\bar{V}_C^{ASS} = \dot{f}\,\bar{i} + \dot{\gamma}\,\bar{k} \wedge (CB\cos\gamma\,\bar{i} + CB\sin\gamma\,\bar{j})$$

$$\downarrow \quad (\dot{f} - \dot{\gamma}CB\sin\gamma)\,\bar{i} + \dot{\gamma}CB\cos\gamma\,\bar{j} = V_{cx}\,\bar{i} + V_{cy}\,\bar{j}$$

$$\bar{V}_{SFILO} = \bar{V}_{REL}^{C\,e\,D} = \bar{V}_C \times \frac{(C-D)}{\overline{CD}} = (V_{cx}\,\bar{i} + V_{cy}\,\bar{j}) \times (CD\cos\varphi\,\bar{i} + CD\sin\varphi\,\bar{j})$$

$$\downarrow \quad V_{cx}\cos\varphi\,\bar{i} + V_{cy}\sin\varphi\,\bar{j}$$

$$\bar{a}_{C\,ASS} = \bar{a}_{CD} + \dot{\bar{\omega}}_{AC} \wedge (C-B) - \omega_{AC}^2 (C-B)$$

$$\downarrow \quad (\ddot{f} - \ddot{\gamma}CB\sin\gamma - \dot{\gamma}^2 CB\cos\gamma)\,\bar{i} + (\ddot{\gamma}CB\cos\gamma - \dot{\gamma}^2 CB\sin\gamma)\,\bar{j} = a_{cx}\,\bar{i} + a_{cy}\,\bar{j}$$

$$\bar{a}_{SFILO} = \bar{a}_{REL}^{C\,e\,D} = \bar{a}_C \times \frac{(C-D)}{\overline{CD}} = a_{cx}\cos\varphi\,\bar{i} + a_{cy}\sin\varphi\,\bar{j}$$

2. PRESSIONE ALL'INTERNO CILINDRO

$$\Pi + \Pi' = \frac{dE_c}{dt}$$

$$\Pi = m\bar{g} \times \bar{V}_G + M\bar{g} \times \bar{V}_A = -mgV_{Gy} - MgV_{Ay}$$

$$\Pi' = pSV_{sfilo} - TV_{REL} = pSV_{sfilo} - TV_{Ay}$$

$$E_c = \frac{1}{2}MV_A^2 + \frac{1}{2}mV_G^2 + \frac{1}{2}J_G\omega_{AC}^2 \qquad \frac{dE_c}{dt} = MV_A a_A + m a_{Gy} V_{Gy} + m a_{Gx} V_{Gx} + J_G \dot{\omega}_{AC} \omega_{AC}$$

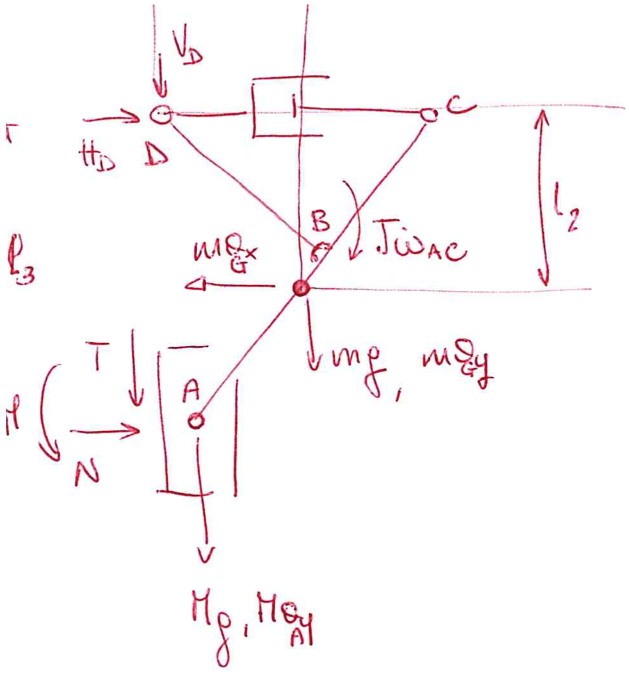
$$\bar{V}_G = \bar{V}_A + \bar{\omega}_{AC} \wedge (G-A) = V\bar{j} + \dot{\gamma}\bar{k} \wedge (GA\cos\gamma\,\bar{i} + GA\sin\gamma\,\bar{j}) = (V + \dot{\gamma}GA\cos\gamma)\,\bar{j} - \dot{\gamma}GA\sin\gamma\,\bar{i}$$

$$\downarrow \quad V_{Gy}\,\bar{j} + V_{Gx}\,\bar{i}$$

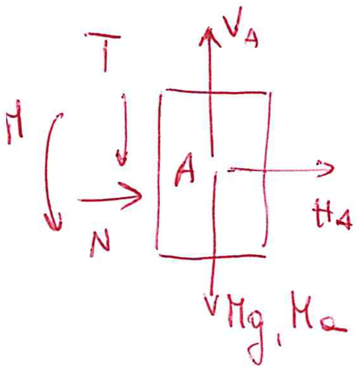
$$\bar{V}_{REL} = \bar{V}_A - \bar{V}_G = \bar{V}_A = V_{Ay}\,\bar{j}$$

$$-mgV_{Gy} - MgV_{Ay} + pSV_{sfilo} - TV_{Ay} = MV_A a_A + m a_{Gy} V_{Gy} + m a_{Gx} V_{Gx} + J_G \dot{\omega}_{AC} \omega_{AC}$$

$$\downarrow \text{ 1 EQ. 2 INCOGNITE } \begin{cases} P \\ T \end{cases}$$



$$\sum \bar{M}_D = 0 = +M_A - M(g+a_{Ay})t - m(g+a_{Gy})L_1 + Nl_3 - J\dot\omega_{AC} - ma_{Gx}l_2$$

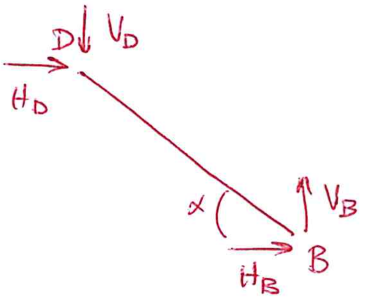


$$\sum M_A = 0 = M_A + Tt$$

$$T = -|N| f_D \frac{V_A}{|V_A|}$$

3 EQ. 3 INCOGNITE → RICAVO M_A ~~e~~ T, N

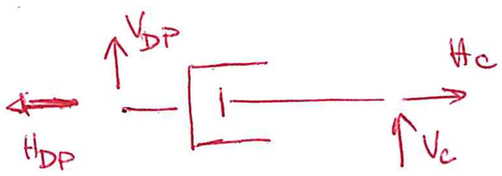
3. REAZIONI VINCOLARI TRA AC e BD



$$\sum \bar{M}_D = 0 = H_B \cdot BD\cos\alpha + V_B BD\sin\alpha \quad (1)$$

$$\sum \bar{F}_x = H_D + H_B = 0$$

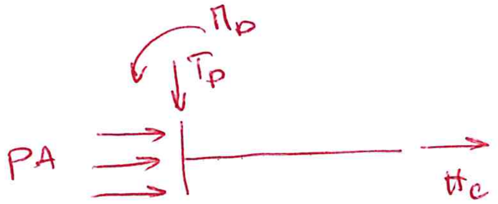
$$\sum \bar{F}_y = V_B - V_D = 0$$



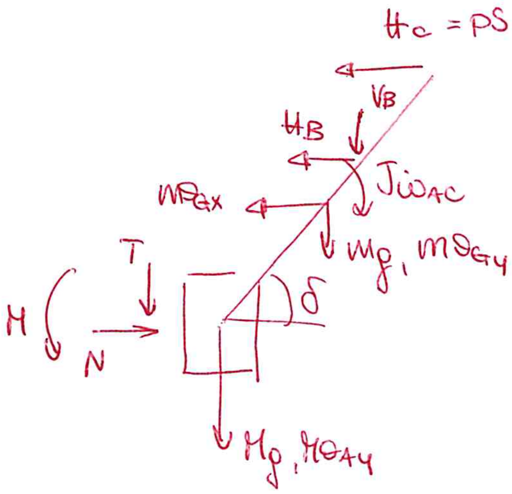
$$\sum F_x = H_c + H_{DP} = 0$$

$$\sum F_y = V_{DP} + V_c = 0 \qquad V_c = 0$$

$$\sum M_c = V_{DP} \cdot CD = 0 \qquad V_{DP} = 0$$



$$H_c = -pA$$



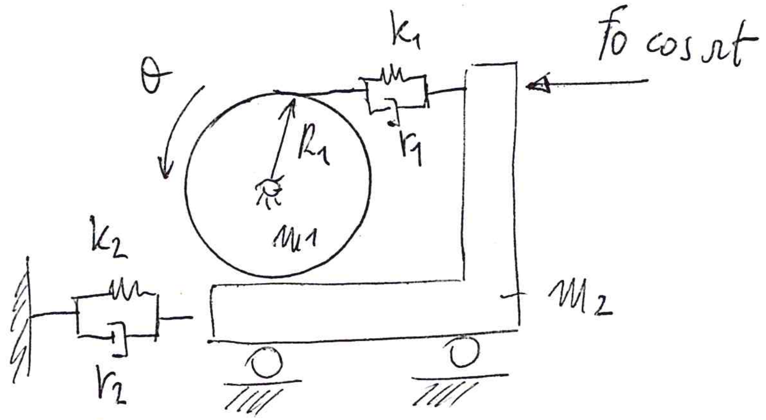
② $\Sigma M_A = M_A + T t + m(l_3 - l_2) a_{Gx} - m(a_{Gy} + g)(l_1 - t)$
$- J\dot{\omega}_{AC} - pAl_3 + H_B BA\cos\delta - V_B BA\sin\delta$

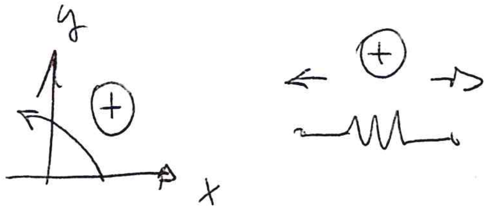
M_A e T Note da pto 2

↓

Ricavo H_B

ESERCIZIO 3





$$J_1 = \frac{m_1 R_1^2}{2} = 5 \text{ kg m}^2$$

1) Equazioni di moto del sistema

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot\theta}\right) - \frac{\partial E_c}{\partial \theta} + \frac{\partial D}{\partial \dot\theta} + \frac{\partial V}{\partial \theta} = Q_\theta$$

$$E_c = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2$$

$$D = \frac{1}{2} r_1 \Delta\dot l_1^2 + \frac{1}{2} r_2 \Delta\dot l_2^2$$

$$V = \frac{1}{2} k_1 \Delta l_1^2 + \frac{1}{2} k_2 \Delta l_2^2$$

$$Q_\theta = \frac{\delta^* L}{\delta^* \theta} \qquad \delta^* L = \vec F(t) \cdot \delta^* \vec y_F$$

LEGAMI CINEMATICI

	$\dot\theta$
ω_1	1
v_2	R_1

	$\dot\theta$
$\Delta\dot l_1$	$2R_1$
$\Delta\dot l_2$	R_1

	θ
Δl_1	$2R_1$
Δl_2	R_1

	$\delta^*\theta$
$\delta^* y_F$	$-R_1$

$$E_c = \frac{1}{2}\left(J_1 + m_2 R_1^2\right)\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} J^* \dot{\theta}^2 \qquad \left(J^* = 15\,[kg\,m^2]\right)$$

$$D = \frac{1}{2}\left(r_1 4R_1^2 + r_2 R_1^2\right)\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} r^* \dot{\theta}^2 \qquad \left(r^* = 500\,[N s^{-1} m]\right)$$

$$V = \frac{1}{2}\left(k_1 4R_1^2 + k_2 R_1^2\right)\theta^2 = \frac{1}{2} k^* \theta^2 \qquad \left(k^* = 50\,000\,[N m]\right)$$

$$Q_\theta = -F(t) \cdot R$$

$$\boxed{J^* \ddot{\theta} + r^* \dot{\theta} + k^* \theta = -F \cdot R}$$

Eq moto del sistema

2) Risposte al transitorio : NON FORZATO

$$J^* \ddot{\theta} + r^* \dot{\theta} + k^* \theta = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k^*}{J^*}} = 57{,}7\,\left[\frac{r}{s}\right]$$

$$h = \frac{r^*}{2 J^* \omega_0} = 0{,}29 < 1 \qquad \text{SISTEMA SUB-CRITICO}$$

$$\alpha = h\,\omega_0 = 16{,}67\,[r/s]$$

$$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1-h^2} = 55{,}28\,\left[\frac{rad}{s}\right]$$

SOLUZIONE TIPO

$$\theta(t) = \vartheta_0 e^{\lambda t}$$

$$\dot\theta(t) = \vartheta_0 e^{\lambda t} \lambda$$

$$\ddot\theta(t) = \lambda^2 \vartheta_0 e^{\lambda t}$$

$$\left(\lambda^2 J^* + \lambda r^* + k^*\right) \vartheta_0 e^{\lambda t} = 0$$

$$\left(J^* \lambda^2 + r^* \lambda + k^*\right) = 0 \qquad \lambda_{1,2} = -\alpha \pm i\omega_d$$

$$\theta(t) = e^{-\alpha t}\left(X_1 e^{i\omega_d t} + X_2 e^{-i\omega_d t}\right)$$

$$= e^{-\alpha t}\left(A \cos\omega_d t + B \sin\omega_d t\right) = e^{-\alpha t}\left(|X| \cos(\omega t + \varphi)\right)$$

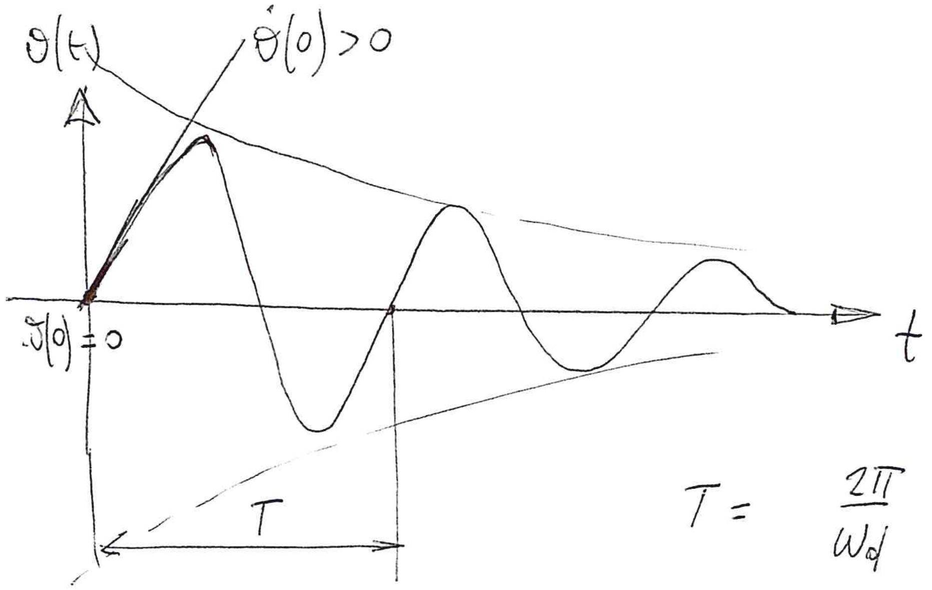
Le condizioni ~~al con~~ iniziali $\vartheta(0)$ e $\dot\vartheta(0)$ mi permettono di calcolare le costanti della soluzione. Consideriamo ad esempio la soluzione nella forma

$$\theta(t) = e^{-\alpha t}\left(A \cos\omega_d t + B \sin\omega_d t\right)$$

$$\vartheta(0) = A = 0$$

$$\dot\vartheta(0) = -\alpha A + B\omega_d = 10 \quad \rightarrow \quad B = \frac{10}{\omega_d} = 0{,}18$$

$$\theta(t) = e^{-16{,}67 t} \cdot \left[0{,}18 \sin(55{,}28 \cdot t)\right]$$



$$T = \frac{2\pi}{\omega_d} = 0{,}11 \; [s]$$

3) RISPOSTA A REGIME

$$J^* \ddot{\vartheta} + r^* \dot{\vartheta} + k^* \vartheta = -F_0 R_1 \cos(\Omega t)$$

$$\vartheta(t) = \bar{\vartheta}_0 e^{i\Omega t} \quad \rightarrow \text{SOLUZ. A REGIME}$$

$$\left(-J^*\Omega^2 + i r^* \Omega + k^*\right) \bar{\vartheta}_0 = -F_0 R$$

$$\bar{\vartheta}_0 = -\frac{F_0 R}{\left[\left(-J^*\Omega^2 + k^*\right) + i r^* \Omega\right]} = -\left(Re\left(\bar{\vartheta}_0\right) + Im\left(\bar{\vartheta}_0\right)\right)$$

SAPENDO CHE

$\omega_0^2 = \frac{k^*}{J^*}$ pulsazione propria sistema NON smorzato

$a = \frac{\Omega}{\omega_0}$ rapporto adimensionale frequenze

$h = \frac{r^*}{r_c}$ rapporto adimensionale smorzamento

$$|\bar{\vartheta}_0| = \sqrt{Re(\bar{\vartheta}_0)^2 + Im(\bar{\vartheta}_0)^2} = \frac{1/k^*}{\sqrt{(1-a^2)^2 + (2ha)^2}}$$

$$\tan\varphi = \frac{Im(\bar{\vartheta}_0)}{Re(\bar{\vartheta}_0)} = -\frac{2ha}{1-a^2}$$

$$\boxed{\vartheta(t) = |\bar{\vartheta}_0| \cdot \cos(\Omega t + \varphi - \pi)}$$

RISPOSTA A REGIME