MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Allievi meccanici AA.2015-2016 prova del 03-02-2017

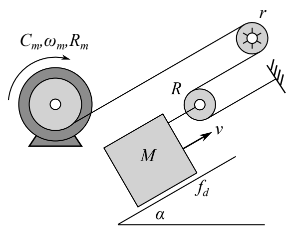
Problema 1.1

Dati i seguenti vettori velocità $\vec{V}$ ed accelerazione $\vec{a}$, trovare i versori tangente e normale e calcolare il modulo della componente di accelerazione normale.

$$\begin{cases} \vec{V} = 1\vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{a} = 2\vec{i} + 1\vec{j} \end{cases}$$

Problema 1.2

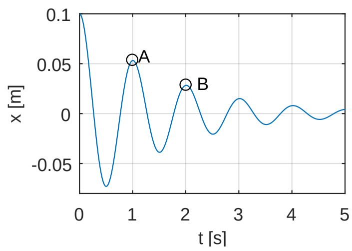
Il sistema meccanico in figura si trova nel piano verticale e rappresenta un sistema di sollevamento. L'unico corpo di massa non trascurabile è il carico M che striscia su un piano inclinato di un angolo α con coefficiente d'attrito dinamico rispettivamente f_d. Noti i raggi delle pulegge, calcolare la coppia motrice a regime del sistema. $M = 10$ kg, $R_m = 0.1$ m, $f_d = 0.05$, $\alpha = 30°$, $r = 0.05$ m, $R = 0.06$ m, $v = 1$ m/s.



Problema 1.3

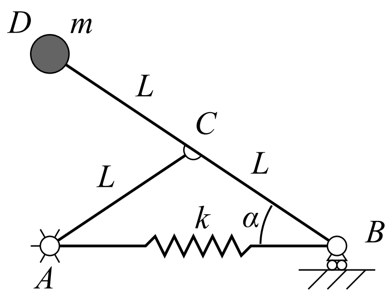
Un sistema meccanico ad 1 gdl lineare ha una risposta nel tempo ad una perturbazione iniziale come quella rappresentata in figura. Nota l'ampiezza di vibrazione nei punti A e B e noto il periodo di oscillazione T, calcolare la pulsazione propria del sistema non smorzato ω_0 e il coefficiente di smorzamento adimensionale h.

$x(A) = 0.0532$m
$x(B) = 0.0283$m
$t(B) - t(A) = T = 1.0050$s



Problema 1.4

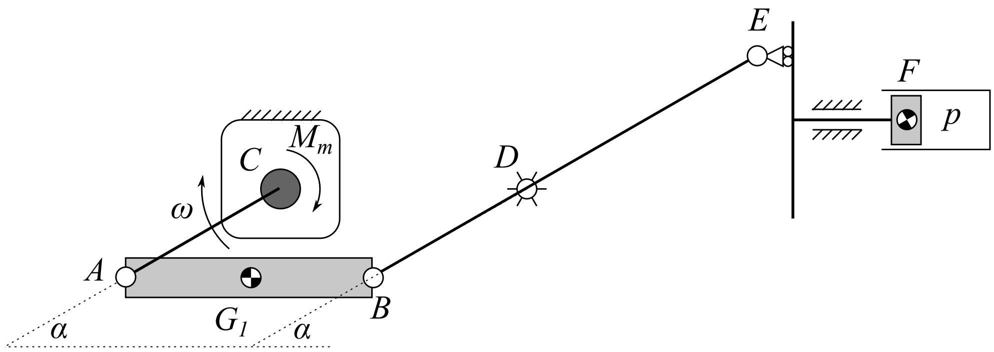
Il sistema meccanico in figura è posto nel piano verticale ed è composto da due aste prive di massa. L'asta AC, di lunghezza L, è vincolata a terra in A tramite una cerniera, in C è collegata alla mezzeria dell'asta BD tramite una cerniera. L'asta BD, di lunghezza $2L$ è vincolata a terra in B tramite un carrello che scorre su una guida orizzontale. Una massa puntiforme di massa m è vincolata rigidamente all'asta BD nel punto D. Una molla di rigidezza k collega la cerniera in A col carrello in B. Calcolare il precarico della molla che garantisce l'equilibrio statico del sistema per $\alpha = \frac{\pi}{6}$ m. $m = 2$ kg, $k = 100$ N/m, $L = 0.5$ m



Problema 2

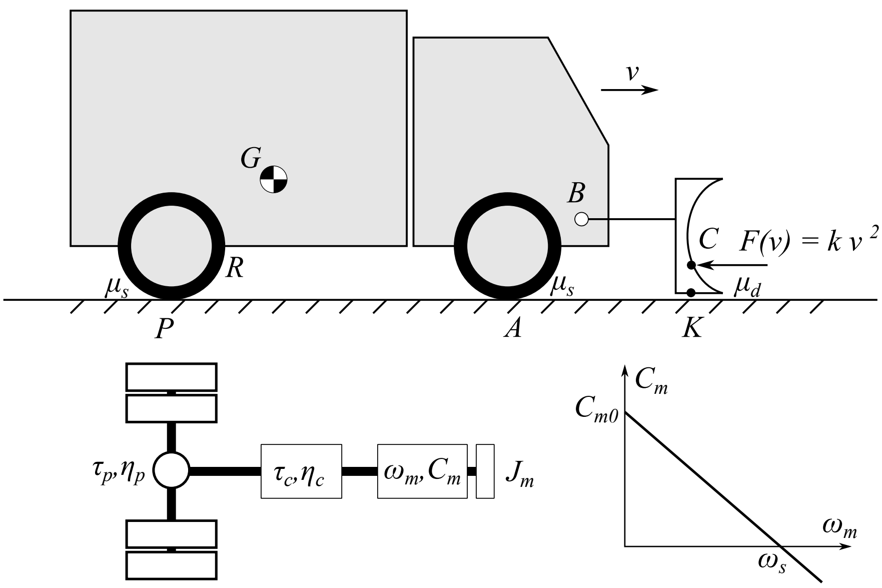
Il sistema meccanico in figura giace nel piano verticale. È costituito dalla asta omogenea AB di massa m_1 e momento di inerzia J_1, dalle aste AC e BE di massa trascurabile e da un pistone di massa M e baricentro F. L'asta AB è incernierata in A all'asta priva di massa a sua volta collegata ad un motore che fornisce una coppia M_m. Quest'asta è poi incernierata in B con l'asta BE che è incernierata a terra in D, mentre in E è collegata tramite un carrello allo stelo di un pistone idraulico che genera una pressione p ($p > 0$ nota). Le aste hanno lunghezza $AC = BD$, $AB = DE = 3/2AC$ (quindi $CABD$ è un parallelogramma). La cerniera D è allineata con l'asse del motore C. Nell'atto di moto rappresentato in figura, nota posizione del sistema, note tutte le dimensioni, le masse e le inerzie e note la velocità e l'accelerazione angolare dell'asta AC (ω_{AC} costante), si chiede di:

1. calcolare la velocità e l'accelerazione angolare dell'asta AB e velocita ed accelerazione del baricentro $G1$;



2. calcolare la velocità e l'accelerazione del punto E ;
3. calcolare la velocità e l'accelerazione del punto F;
4. nota la pressione p, calcolare la coppia motrice M_m necessaria a mantenere il moto del sistema.
5. Le reazioni vincolari nel punto E.

Problema 3



Il mezzo spazzaneve di massa M in figura si muove su una strada con coefficiente d'attrito statico tstrada-pneumatico μ_s. La pala è incernierata al telaio con una cerniera in B. Sulla pala viene applicata una forza F proporzionale al quadrato della velocità di avanzamento v. La pala è appoggiata al terreno col quale il coefficiente d'attrito dinamico è μ_d. Si noti che il vincolo di contatto pala-terra genera una sola reazione vincolare perpendicolare al suolo nel punto di contatto K ed una forza orizzontale dovuta alla presenza di attrito radente. Nota la geometria del sistema si chiede di:

1. calcolare la velocità del veicolo e la coppia motrice a regime, nota la curva di coppia $C_m(\omega_m)$;
2. calcolare le reazioni vincolari della cerniera in B nelle condizioni del punto 1 (la geometria della pala è nota, definire le distanze necessarie alla soluzione);
3. verificare l'aderenza delle ruote motrici (posteriori);
4. partendo dalle condizioni di regime, calcolare l'accelerazione del sistema nell'istante in cui viene spento il motore.

1.1

$$\vec{v} = 1\vec{i} + 5\vec{j} + 2\vec{k}$$

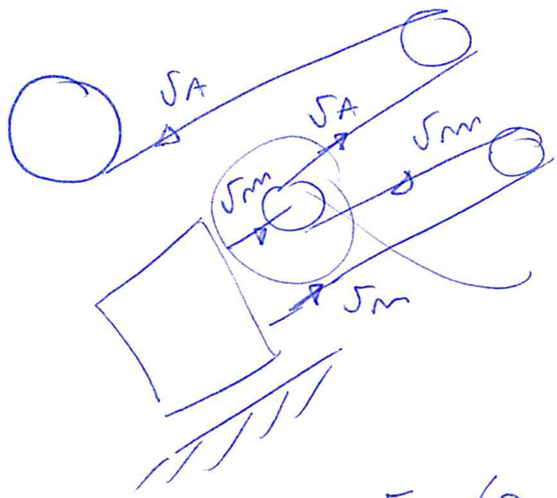
$$\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 0\vec{k}$$

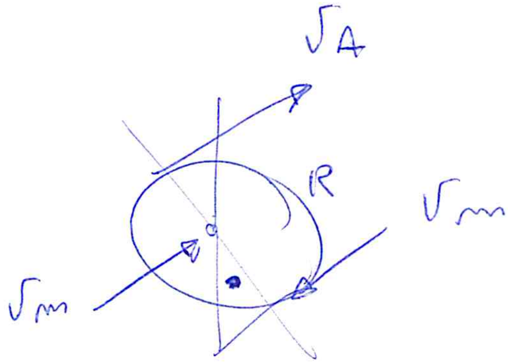
$$\vec{B} = \vec{v} \wedge \vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 5 & 2 \\ 4 & -3 & 0 \end{vmatrix} = -6\vec{i} + 8\vec{j} - 23\vec{k}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{6^2 + 8^2 + 23^2} = 25,08$$

$$\vec{b} = \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|} = -0,239\vec{i} + 0,319\vec{j} - 0,917\vec{k}$$

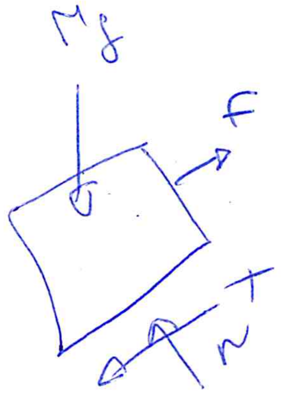
Soluzione 1.2





$$v_A \cdot \left(R + \frac{R}{2}\right) = v_m \frac{R}{2}$$

$$\frac{3 v_A R}{\cancel{2}} = \frac{v_m R}{\cancel{2}} \Rightarrow v_m = \frac{v_A}{3}$$



$$N = Mg \cos\alpha$$

$$T = Mg \cos\alpha \, f_d$$

$$F = Mg \cos\alpha \, f_d + Mg \sin\alpha = (\sin\alpha + f_d \cos\alpha) Mg$$

$$F \frac{v_A}{3} = \frac{M_m v_A}{R_m} \Rightarrow M_m = \frac{F R_m}{3}$$

$$\boxed{\Rightarrow M_m = \frac{(\sin\alpha + f_d \cos\alpha) Mg R_m}{3}}$$

$M = 10\ kg$

$R_m = 0{,}1\ m$

$f_d = 0{,}05$

$\alpha = 30°$

$$M_m = \frac{(\sin 30 + 0{,}05 \cos 30) \cdot 10 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}1}{3}$$

$= 1{,}77\ Nm$

1.3)

$$x_A(t_A) = e^{-\alpha t_a} A \cos(\omega t_A + \varphi)$$

$$x_B(t_B) = e^{-\alpha(t+T)} A \cos(\omega(t+T) + \varphi)$$

$$\frac{x_B}{x_A} = \frac{e^{-\alpha(t+T)}}{e^{-\alpha t}} = e^{-\alpha T}$$

$$-\alpha T = \ln \frac{x_B}{x_A}$$

$$\alpha = -\frac{\ln \frac{x_B}{x_A}}{T} = 0{,}628$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 6{,}252 \text{ rad/s}$$

$$\alpha = h\omega_0 \qquad \alpha = h\frac{\omega}{\sqrt{1-h^2}}$$

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1-h^2}$$

$$\alpha - \alpha h^2 = h\omega$$

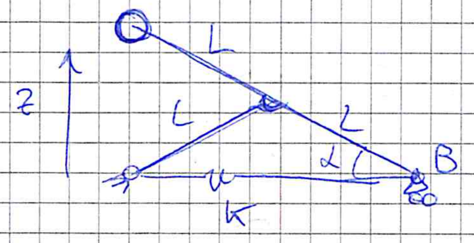
$$\alpha h^2 + h\omega - \alpha = 0$$

$$h_{1/2} = -\frac{\omega}{2\alpha} \mp \sqrt{\left(\frac{\omega}{2\alpha}\right)^2 + \frac{\alpha}{\alpha}} = -4{,}9777 \mp 5{,}0772$$

$$= 0{,}0995$$

$$\omega_0 = 6{,}283 \text{ rad/s}$$

1,4)



$z = 2L \sin\alpha$ $\qquad \sin\alpha = \dfrac{z}{2L}$

$x_B = 2L\cos\alpha$

$\delta \mathcal{L}_f = -mg\,\delta z$ $\qquad \dfrac{\partial z}{\partial \alpha} = 2L\cos\alpha$

$\delta \mathcal{L}_k = -k(\Delta l)\,\delta l$ $\qquad \Delta l = -l_0 + 2L\cos\alpha$

$\dfrac{\partial l}{\partial \alpha} = -2L\sin\alpha$

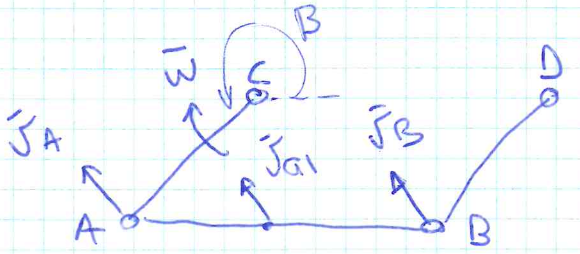
$$-mg\,2L\cos\alpha - k\,\Delta l\,(-2L\sin\alpha) = 0$$

$$mg\,2L\cos\alpha = k\,\Delta l\,2L\sin\alpha$$

$$\Delta l = \frac{mg\,2L\cos\alpha}{k\,2L\sin\alpha} = \frac{mg}{k\tan\alpha} = 0{,}34 \text{ m}$$

SOLUZIONE ES 2

Quadrilatero $\overline{AC} = \overline{BD}$, stesso angolo α, AB // asse X



$\bar{v}_A = \bar{v}_B = \bar{v}_{G1}$

$\Rightarrow \bar{\omega}_{BD} = \bar{\omega}_{BE} = \bar{\omega}$

$\bar{v}_{G1} = \bar{v}_A = \bar{\omega} \wedge (A - C) = -\omega \underline{k} \wedge (AC \cos\beta \, \underline{i} + AC \sin\beta \, \underline{J})$

$|\bar{v}_A| = \omega \overline{AC}$ (con $\beta = \alpha + 180$)

$= \dots = v_{G1x} \underline{i} + v_{G1y} \underline{J}$

$\bar{v}_E = \bar{\omega} \wedge (E - D) = \bar{\omega} \wedge (\overline{ED} \cos\alpha \, \underline{i} + \overline{ED} \sin\alpha \, \underline{J}) =$

$\dots = v_{Ex} \underline{i} + v_{Ey} \underline{J}$

$\bar{v}_{G2} = \bar{\omega} \wedge (G_2 - D) = \dots = v_{G2x} \underline{i} + v_{G2y} \underline{J}$

$\bar{v}_F = \bar{v}_{Ex}$

$\Rightarrow \bar{v}_E = -\omega \underline{k} \wedge (\overline{DE} \cos\alpha \, \underline{i} + \overline{DE} \sin\alpha \, \underline{J})$

$= -\omega \overline{DE} \cos\alpha \, \underline{J} + \omega \overline{DE} \sin\alpha \, \underline{i}$

$\Rightarrow \boxed{\bar{v}_F = \omega \overline{DE} \sin\alpha \, \underline{i}}$

National Instruments Italy S.r.l.
Centro Dir.le Milanofiori Nord - Palazzo U4 - Via del Bosco Rinnovato, 8 - 20090 Assago (MI) - Italia - Tel. +39 02 413091 - Fax +39 02 41309215
Piazza G. Marconi, 15 - 00144 Roma - Italia - Tel. +39 06 520871 - Fax +39 06 52087409

ACC $\bar{\omega} = cost$

pistone (F) moto rettilineo

$\Rightarrow \bar{a}_F = \frac{d v_F}{dt} = \omega \cdot \bar{DE} \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos\alpha \, \underline{i} \qquad \dot{\alpha} = \omega$

$\overset{!}{=} \omega^2 \bar{DE} \cos\alpha \, \underline{i}$

$$\boxed{\bar{a}_F = \omega^2 \bar{DE} \cos\alpha \, \underline{i}}$$

$\bar{a}_{G_1} = \bar{a}_A = -\omega^2 (A - C) = -\omega^2 (\ldots) = a_{G_1x} \underline{i} + a_{G_1y} \underline{J}$

$\bar{a}_{G_2} = -\omega^2 (G_2 - D) = -\omega^2 (\cancel{ED} \, \bar{G_2D} \cos\alpha \, \underline{i} + \bar{G_2D} \sin\alpha \, \underline{J})$

$\overset{!}{=} a_{G_2x} \underline{i} + a_{G_2y} \underline{J}$

2) Coppia motrice M_m, nota P

$E_c = \frac{1}{2} m_1 v_{G_1}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{G_2}^2 + \cancel{\frac{1}{2} J_1 \omega_1^2} + \frac{1}{2} \cancel{J_2 \omega_2^2} + \frac{1}{2} M v_F^2$

$\frac{dE_c}{dt} = m_1 v_{G_1x} a_{G_1x} + m_1 v_{G_1y} a_{G_1y} + m_2 v_{G_2x} a_{G_2x} + m_2 v_{G_2y} a_{G_2y} +$

$+ \cancel{J_2 \omega_2 \dot{\omega}_2} + \cancel{J_1 \omega_1 \dot{\omega}_1} + M v_F a_F$

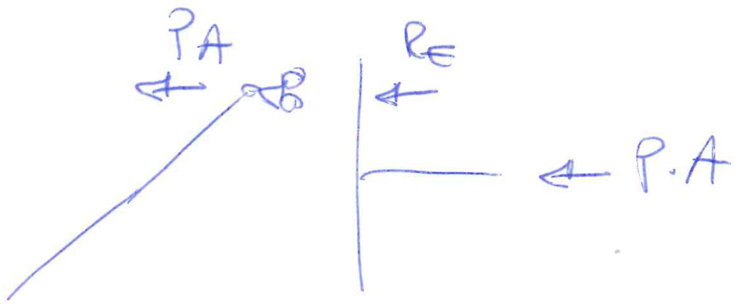
$\Pi = M_m \times \cancel{\bar{\omega}} + (-P \cdot A) \cdot v_F + m_1 \bar{g} \times \bar{v}_{G_1} + m_2 \bar{g} \times \bar{v}_{G_2}$

$\overset{!}{=} M_m \bar{\omega} - P A v_F - m_1 g v_{G_1y} - m_2 g v_{G_2y}$

$\Rightarrow$ Trovo M_m

Reazioni in E

$$R_E = P \cdot A$$



2.0

$$\tau = \tau_p \cdot \tau_c$$

$$\eta = \eta_p \cdot \eta_c$$

$$v = R \cdot \omega_r = R \tau \omega_m$$

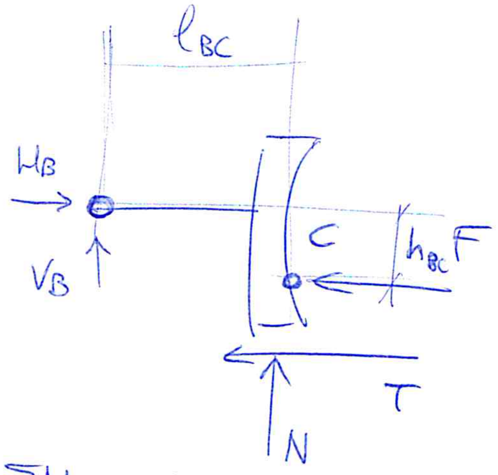
$$W_m + W_p + W_u = \frac{dE_c}{dt}$$

$$E_c = \frac{1}{2} J_m \omega_m^2 + \frac{1}{2} M v^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{J_m}{R^2\tau^2} + M\right) v^2$$

$$W_u = -T v - F v$$

$$= -v\left(\frac{h_{BC}}{l_{BC} - f_d h_B} f_d + 1\right) k v^2$$

$$W_m = C_m \omega_m = \frac{C_m}{R\tau} v$$

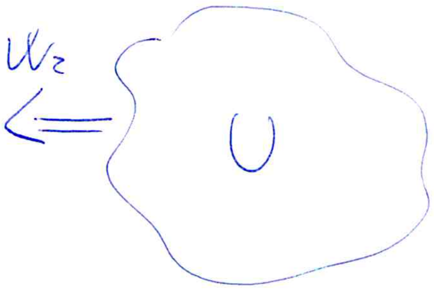


$$\Sigma M_B = 0$$

$$\begin{cases} N l_{BC} = F h_{BC} + T h_B \\ T = f_d N \end{cases}$$

$$N(l_{BC} - f_d h_B) = F h_{BC}$$

$$N = F \frac{h_{BC}}{l_{BC} - f_d h_B}$$



$$-W_z + W_u = \frac{dE_{cu}}{dt}$$

$$W_z = W_u - \frac{dE_{cu}}{dt} =$$

$$= -k v^3\left(\frac{h_{BC}}{l_{BC} - f_d h_B} f_d + 1\right) - M v a$$

1) Regime

$$W_r = -k v^3 \left(\frac{h_{BC}}{l_{BC} - f_d h_{BC}} f_d + 1 \right) < 0 \longrightarrow \text{DIRETTO}$$

$$\begin{cases} \eta \dfrac{C_m}{R\tau} - k v^2 \left(\dfrac{h_{BC}}{l_{BC} - f_d h_{BC}} f_d + 1 \right) = 0 \\ C_m = C_{m0} \left(1 - \dfrac{\omega_m}{\omega_s} \right) = C_{m0} \left(1 - \dfrac{v}{R\tau\omega_s} \right) \end{cases}$$

$$\alpha C_{m0} \left(1 - \frac{v}{R\tau\omega_s} \right) - \beta v^2 = 0$$

$$\alpha C_{m0} - \gamma v - \beta v^2 = 0$$

$$\beta v^2 + \gamma v - \alpha C_{m0} = 0$$

$$v_{1/2} = -\frac{\gamma}{2\beta} \mp \sqrt{\left(\frac{\gamma}{2\beta} \right)^2 + \frac{\alpha C_{m0}}{\beta}}$$

$v_1 < 0$ NON ACC.

$v_2 > 0$ $= \bar{v}$

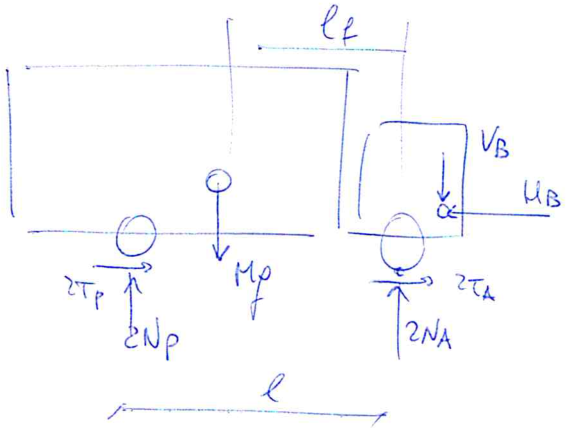
$$\bar{C_m} = C_{m0} \left(1 - \frac{\bar{v}}{R\tau\omega_s} \right)$$

2)

$$H_B = T + F = \left(\frac{h_{BC}}{l_{BC} - f_d h_B} f_d + 1 \right) k \bar{v}^2$$

$$V_B = N = \frac{k \bar{v}^2 h_{BC}}{l_{BC} - f_d h_B}$$

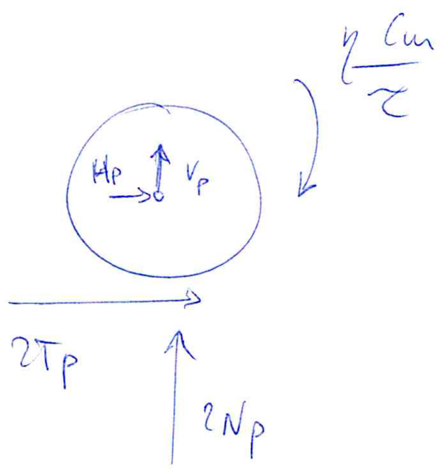
3)



$$\Sigma M_A = 0$$

$$2N_p l - M_p l_f + V_B l_{BA} - H_B h_B = 0$$

$$N_p = \text{---}$$

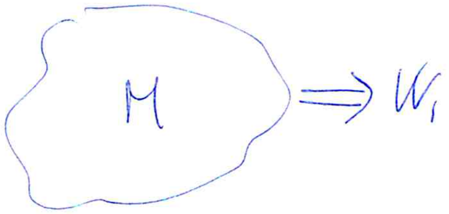


$$2T_p R = \eta \frac{C_m}{\tau}$$

$$2T_p = \eta \frac{C_m}{R\tau}$$

$$2T_p \leq f_s \, 2N_p \qquad \text{Aderenza}$$

4)



$$W_m - W_1 = \frac{dE_{cm}}{dt}$$

$$W_1 = \underset{0}{\overset{\shortparallel}{W_m}} - \underbrace{J_m \underset{>0}{\omega_m} \underset{<0}{\dot{\omega}_m}}_{<0} > 0$$

$W_1 > 0 \Rightarrow$ DIRETTO

$$W_p = -(1-\eta)(-J_m \omega_m \dot{\omega}_m)$$

$$\cancel{J_m \omega_m \dot{\omega}_m} - \eta J_m \omega_m \dot{\omega}_m - k v^3 \left(\frac{h_{BC} f_d}{\ell_{BC} - f_d h_B} + 1 \right) = M v a + \cancel{J_m \omega_m \dot{\omega}_m}$$

$$\left(M + \eta \frac{J_m}{R^2 \tau^2} \right) a = -k v^2 \left(\frac{h_{BC} f_d}{\ell_{BC} - f_d h_B} + 1 \right)$$

$$a = \frac{-k^* v^2}{M + \eta \frac{J_m}{R^2 \tau^2}} < 0$$