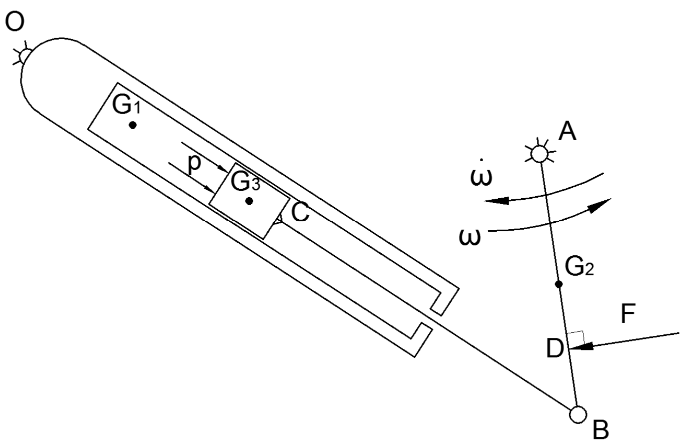
MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE
Allievi meccanici AA.2011-2012 prova del 01-02-2013

Problema N.1

Il sistema meccanico illustrato in figura giace nel piano verticale. L'asta AB con baricentro G_2 è incernierata a terra in A e, nell'istante considerato, ruota con velocità angolare ω e accelerazione angolare $\dot{\omega}$. Tale corpo ha massa m_2 e momento di inerzia J_A valutato rispetto ad A. Nel punto D è applicata la forza F, costante e perpendicolare all'asta AB durante il moto. L'asta BC, avente massa trascurabile, è incernierata in B, mentre in C è collegata mediante un incastro ad uno stantuffo che si muove all'interno di una guida rettilinea ricavata in un corpo incernierato a terra in O ed avente baricentro G_1, massa m_1 e momento di inerzia baricentrico J_{G1}. Sullo stantuffo, avente massa non trascurabile m_3 e momento d'inerzia baricentrico J_{G3}, agisce una pressione uniforme **p**.

Nell'istante considerato e ritenendo note tutte le grandezze geometriche si chiede di determinare:

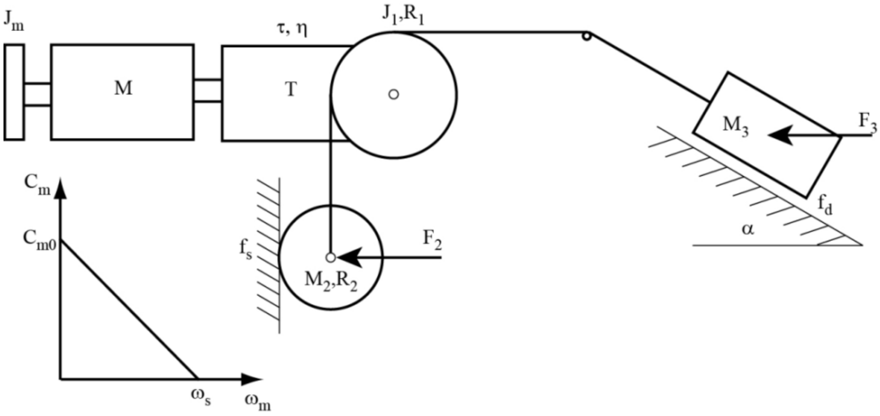
- i vettori velocità ed accelerazione del baricentro G_1;
- i vettori velocità angolare ed accelerazione angolare dell'asta BC;
- il modulo della forza F che garantisce l'atto di moto assegnato;
- le reazioni vincolari in A e in O, nonché le azioni tra lo stantuffo e la guida, in presenza di attrito dinamico (coefficiente f_d);



Problema N.2

Il sistema meccanico in figura è costituito da un motore, un volano di momento di inerzia J_m ed una trasmissione di rapporto di trasmissione τ e rendimento pari a η. Sull'albero in uscita dalla trasmissione è montato un disco di momento di inerzia J_1 e raggio R_1 sul quale si avvolge una fune che ad un estremo è collegata ad un disco di massa M_2 e raggio R_2 che rotola senza strisciare su un piano verticale (si consideri un coefficiente di attrito statico pari a f_s) e sul quale è applicato una forza orizzontale pari a F_2; all'altro estremo, invece, si collega una massa M_3 che striscia (si consideri un coefficiente di attrito dinamico pari a f_d) su un piano inclinato di un angolo α e sulla quale è applicata una forza orizzontale pari a F_3.
Si consideri il caso della massa M_2 in discesa e della massa M_3 in salita.
1) si determini il valore dell'accelerazione angolare del motore allo spunto considerando che la forza F_3 abbia modulo pari a 100 N;
2) nelle condizioni del punto 1 si verifichi l'aderenza del disco di massa M_2 sul piano verticale;
3) si determini il valore minimo della forza F_3 affinché il moto sia retrogrado a regime;
4) nelle condizioni del punto 3 si calcoli la velocità angolare del motore.

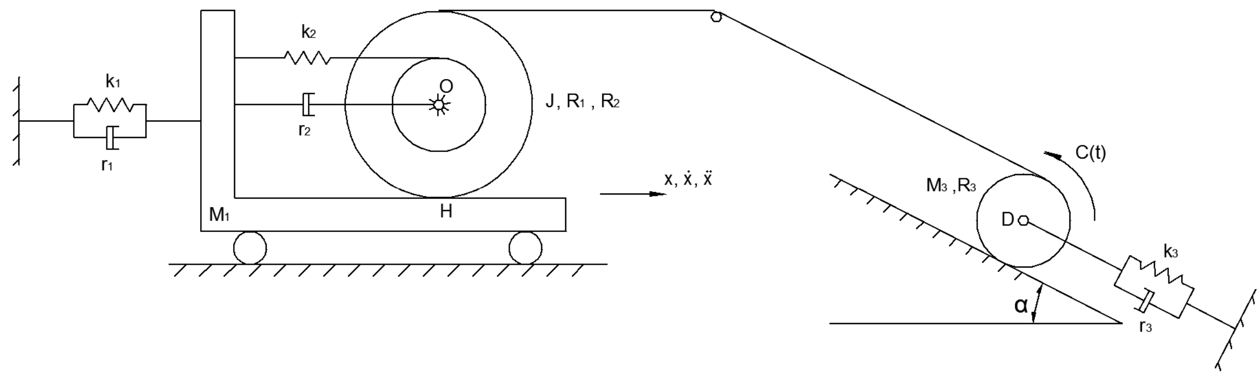
MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE
Allievi meccanici AA.2011-2012 prova del 01-02-2013



M_1	30 kg
R_1	1 m
M_2	10 kg
R_2	0.5 m
M_3	50 kg
f_d	0.5
α	$\pi/6$

Problema N.3

Il sistema rappresentato in figura si trova nel piano verticale. Una coppia di dischi solidali tra loro, di raggio minore R_1, raggio maggiore R_2 e momento di inerzia complessivo J, è incernierata a terra nel punto O. Un carrello di massa M_1 è vincolato a scorrere su un piano orizzontale, ed è vincolato al disco di raggio maggiore R_2 nel punto H mediante un vincolo di rotolamento senza strisciamento. Sul disco di raggio minore R_1 si avvolge senza strisciare una fune inestensibile di massa trascurabile che termina con una molla di rigidezza k_2, la cui estremità sinistra è vincolata al carrello. Uno smorzatore r_2 è invece vincolato ad una estremità al carrello e all'altra al centro O del sistema di due dischi. L'estremità sinistra del carrello è a sua volta collegata a terra mediante un gruppo molla-smorzatore di rigidezza k_1 e smorzamento r_1. Infine una ulteriore fune inestensibile, sempre di massa trascurabile, si avvolge senza strisciare sul disco di raggio R_2 ed è vincolata alla sua estremità destra al disco di centro D, massa M_3 e raggio R_3 che rotola senza strisciare sul piano inclinato di un angolo α. Il disco di centro D è a sua volta vincolato a terra tramite un gruppo molla – smorzatore k_3 ed r_3.

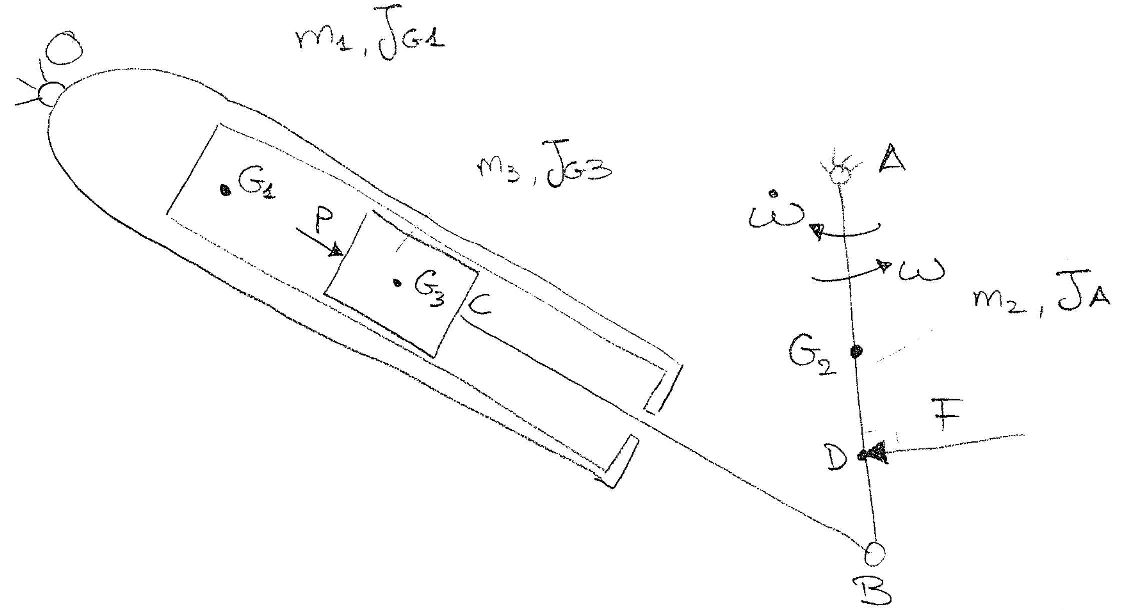


M_1	100 kg
J	200 kgm^2
M_3	400 kg
R_1	1 m
R_2	2 m
R_3	1 m

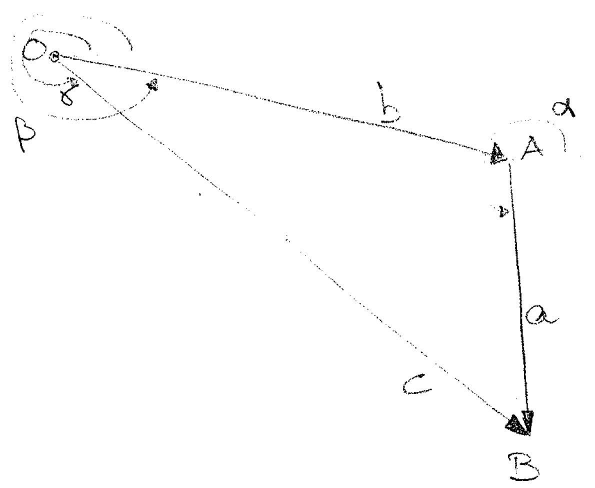
r_1	100 Ns/m
r_2	100 Ns/m
r_3	400 Ns/m
k_1	100 N/m
k_2	400 N/m
k_3	400 N/m

Determinare:
1) l'equazione di moto del sistema nell'intorno della posizione di equilibrio statico, utilizzando come variabile indipendente la traslazione x indicata in figura;
2) La pulsazione e la frequenza propria del sistema
3) la risposta a regime del sistema e la zona di funzionamento dello stesso, sapendo che $C(t)=C_0\cos(\Omega t)$ con Ω=10rad/s.

Problema 1



1) Vettori velocità ed accelerazione di G_1.



COST	VAR
a	α → coord. indip.
b	
β	
	c
	γ

$\overline{OA} + \overline{AB} = \overline{OB}$

$b e^{i\beta} + a e^{i\alpha} = c e^{i\gamma}$

↓ derivo rispetto al tempo

$a i \dot\alpha e^{i\alpha} = \dot c e^{i\gamma} + c i \dot\gamma e^{i\gamma}$

$\begin{cases} -a\dot\alpha \sin\alpha = \dot c \cos\gamma - c\dot\gamma \sin\gamma \\ a\dot\alpha\cos\alpha = \dot c \sin\gamma + c\dot\gamma\cos\gamma \end{cases}$ → ricavo $\begin{cases} \dot c \\ \dot\gamma \end{cases}$ sapendo che $\dot\alpha = \omega$

↓ derivo ancora rispetto al tempo

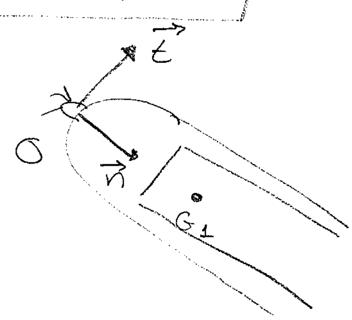
$\begin{cases} -a\ddot\alpha\sin\alpha - a\dot\alpha^2\cos\alpha = \ddot c\cos\gamma - 2\dot c\dot\gamma\sin\gamma - c\ddot\gamma\sin\gamma - c\dot\gamma^2\cos\gamma = 0 \\ a\ddot\alpha\cos\alpha - a\dot\alpha^2\sin\alpha = \ddot c\sin\gamma + 2\dot c\dot\gamma\cos\gamma + c\ddot\gamma\cos\gamma - c\dot\gamma^2\sin\gamma = 0 \end{cases}$

ricavo $\begin{cases} \ddot c \\ \ddot\gamma \end{cases}$ sapendo che $\ddot\alpha = -\dot\omega$

$$\vec V_{G1} = \underbrace{\cancel{\vec V_0}}_{=0} + \vec\omega_1 \wedge (G_1 - O)$$

sapendo che $\vec\omega_{guida} = \dot\beta \vec K$ → cos'è?

$$\vec V_{G1} = \dot\gamma \vec K \wedge \overline{OG_1}\,\vec n = \boxed{\dot\gamma\, \overline{OG_1}\, \vec t}$$



$$\vec a_{G1} = \overset{=0}{\cancel{\vec a_0}} + \dot{\vec\omega}_1 \wedge (G_1 - O) - \omega_1^2 \cdot (G_1 - O)$$

$$= \ddot\gamma \vec K \wedge \overline{OG_1}\,\vec n - \dot\gamma^2\, \overline{OG_1}\,\vec n$$

$$= \boxed{\ddot\gamma\, \overline{OG_1}\,\vec t - \dot\gamma^2\, \overline{OG_1}\,\vec n} = a_{G1,t}\,\vec t + a_{G1,n}\,\vec n$$

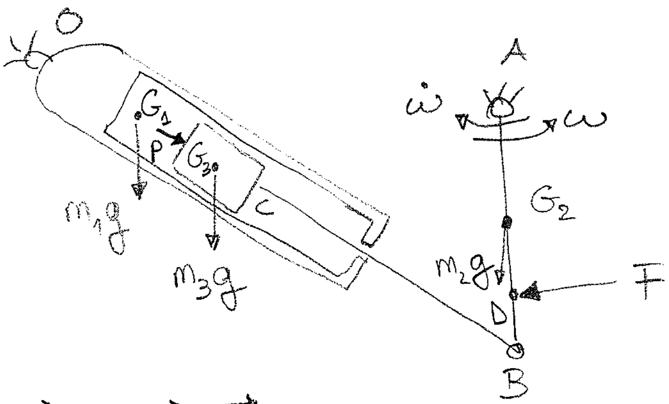
2) Vettori velocità angolare ed accelerazione angolare dell'asta $\overline{BC}$.

L'asta $\overline{BC}$ è vincolata dallo stantuffo a ruotare rigidamente con la guida incernierata in O, perciò:

$$\begin{cases} \vec\omega_3 = \vec\omega_1 = \boxed{\dot\gamma\, \vec K} \\ \dot{\vec\omega}_3 = \dot{\vec\omega}_1 = \boxed{\ddot\gamma\, \vec K} \end{cases}$$

3) Modulo della forza F che garantisce l'atto di moto assegnato:

$$W + W' = \frac{dE_c}{dt}$$



$$W = m_1\vec g \cdot \vec V_{G1} + m_2 \vec g \cdot \vec V_{G2} + m_3 \vec g \cdot \vec V_{G3} + \vec F \cdot \vec V_D + \vec p A \cdot \dot{\vec c}$$

$$W' = 0$$

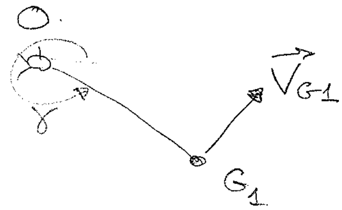
$$E_c = \frac{1}{2} m_1 V_{G1}^2 + \frac{1}{2} J_{O1}\,\omega_1^2 + \frac{1}{2} J_A\,\omega_2^2 + \frac{1}{2} m_3 V_{G3}^2 + \frac{1}{2} J_{G3}\,\omega_3^2$$

$$\frac{dE_c}{dt} = m_1 V_{G1}\, a_{G1,t} + J_{G1}\,\omega_1\dot\omega_1 + J_A\,\omega_2\dot\omega_2 + m_3 V_{G3x}\, a_{G3x} + m_3 V_{G3y}\, a_{G3y} + J_{G3}\,\omega_3\dot\omega_3 < 0$$

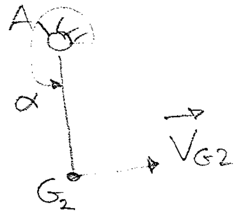
perchè velocità ed accelerazioni sono discordi!

$$\vec{V}_{G1} = \dot{\gamma}\, \overline{OG_1}\, \vec{t} =$$

$$= \underbrace{-\dot{\gamma}\, \overline{OG_1} \sin\gamma}_{V_{G1x}}\, \vec{i} + \underbrace{\dot{\gamma}\, \overline{OG_1} \cos\gamma}_{V_{G1y}}\, \vec{j}$$

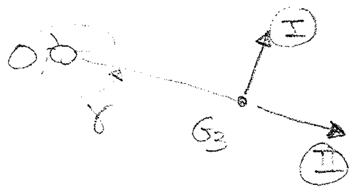


$$\vec{V}_{G2} = \underbrace{-\omega\, \overline{AG_2} \sin\alpha}_{V_{G2x}}\, \vec{i} + \underbrace{\omega\, \overline{AG_2} \cos\alpha}_{V_{G2y}}\, \vec{j} \quad \text{con } \omega = \dot{\alpha}$$



$$\vec{V}_{G3} = \underbrace{-\dot{\gamma}\, \overline{OG_3} \sin\gamma\, \vec{i} + \dot{\gamma}\, \overline{OG_3} \cos\gamma\, \vec{j}}_{\mathrm{I}} +$$

$$+ \underbrace{\dot{c} \cos\gamma\, \vec{i} + \dot{c} \sin\gamma\, \vec{j}}_{\mathrm{II}}$$



$$= \left(-\dot{\gamma}\, \overline{OG_3} \sin\gamma + \dot{c} \cos\gamma\right) \vec{i} +$$

$$+ \left(\dot{\gamma}\, \overline{OG_3} \cos\gamma + \dot{c} \sin\gamma\right) \vec{j}$$

$$\vec{V}_D = -\omega\, \overline{AD} \sin\alpha\, \vec{i} + \omega\, \overline{AD} \cos\alpha\, \vec{j}$$

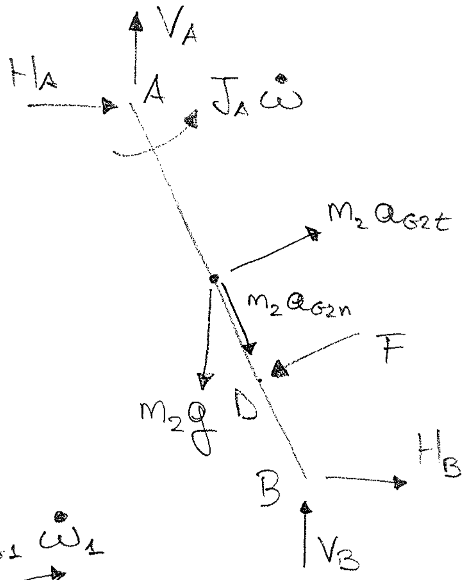
$$a_{G1,t} = \ddot{\gamma}\, \overline{OG_1} \qquad a_{G2,t} = \dot{\omega}\, \overline{AG_2}$$

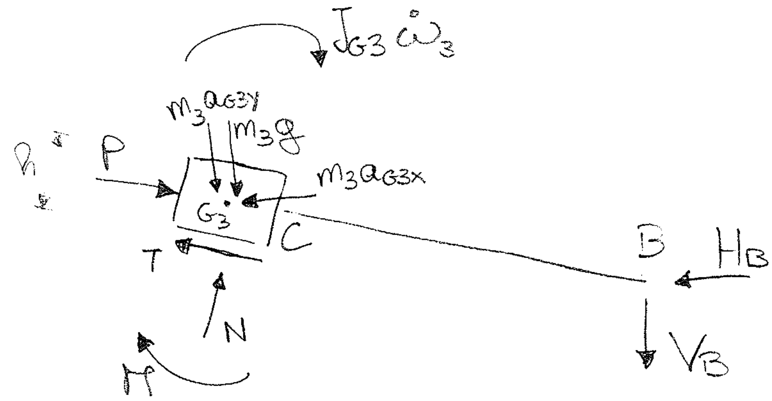
$$a_{G3x} = \ddot{c} \cos\gamma - 2\dot{c}\dot{\gamma} \sin\gamma - \overline{OG_3}\, \ddot{\gamma} \sin\gamma - \overline{OG_3}\, \dot{\gamma}^2 \cos\gamma$$

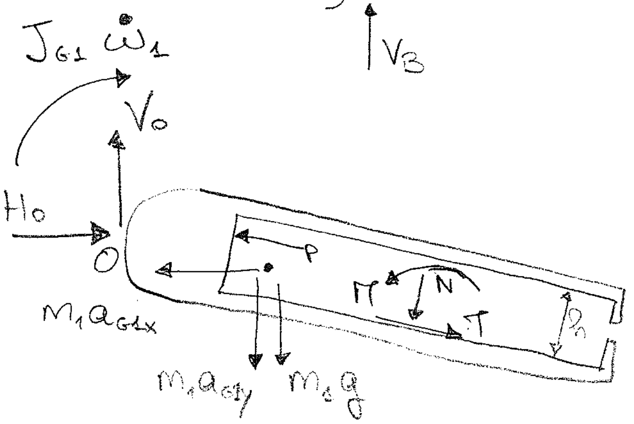
$$a_{G3y} = \ddot{c} \sin\gamma + 2\dot{c}\dot{\gamma} \cos\gamma + \overline{OG_3}\, \ddot{\gamma} \cos\gamma - \overline{OG_3}\, \dot{\gamma}^2 \sin\gamma$$

Metto insieme i vari pezzi e ricavo F!

4) Reazioni vincolari in A, O e tra stantuffo e guida (con attrito dinamico). 4







In totale ho 9 incognite. $H_A, V_A, H_B, V_B, H_0, V_0, T, N, M$

Ho quindi bisogno di 9 equazioni indipendenti:

1 equazione di attrito dinamico

8 equazioni di equilibrio

1) $\sum F_x^{AB} = 0$

2) $\sum F_y^{AB} = 0$

3) $\sum M_B^{AB} = 0$ (+)

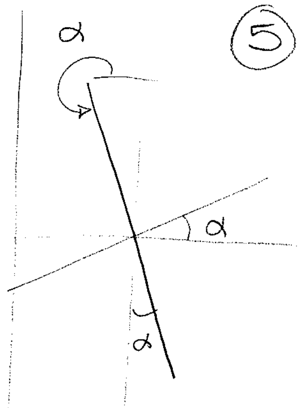
4) $\sum F_\perp^{B} = 0$

5) $\sum M_B^{B} = 0$ (+)

6) $T = f_d N$

7) $\sum F_x^{O} = 0$

8) $\sum F_y^{O} = 0$ 9) $\sum M_0^{O} = 0$ (+)



1) $H_A + H_B + m_2 a_{G2n} \sin\vartheta + (m_2 a_{G2t} - F)\cos\vartheta = 0$

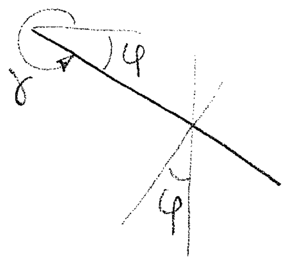
2) $V_A + V_B - m_2 a_{G2n} \cos\vartheta + (m_2 a_{G2t} - F)\sin\vartheta - m_2 g = 0$

3) $F \cdot \overline{BD} - m_2 a_{G2t} \dfrac{\overline{AB}}{2} + m_2 g \dfrac{\overline{AB}}{2} \sin\vartheta + J_A \dot{\omega} +$

$- H_A \overline{AB} \cos\vartheta - V_A \overline{AB} \sin\vartheta = 0$

4) $N - (m_3 a_{G3y} + m_3 g)\cos\varphi - m_3 a_{G3x} \sin\varphi +$

$- H_B \sin\varphi - V_B \cos\varphi = 0$



5) $-M - N \overline{BC} - T \dfrac{h}{2} - J_{G3} \dot{\omega}_3 +$

$+ \left[(m_3 a_{G3y} + m_3 g)\cos\varphi + m_3 a_{G3x} \sin\varphi \right] \overline{BG_3} = 0$

6) $T = f_d N$

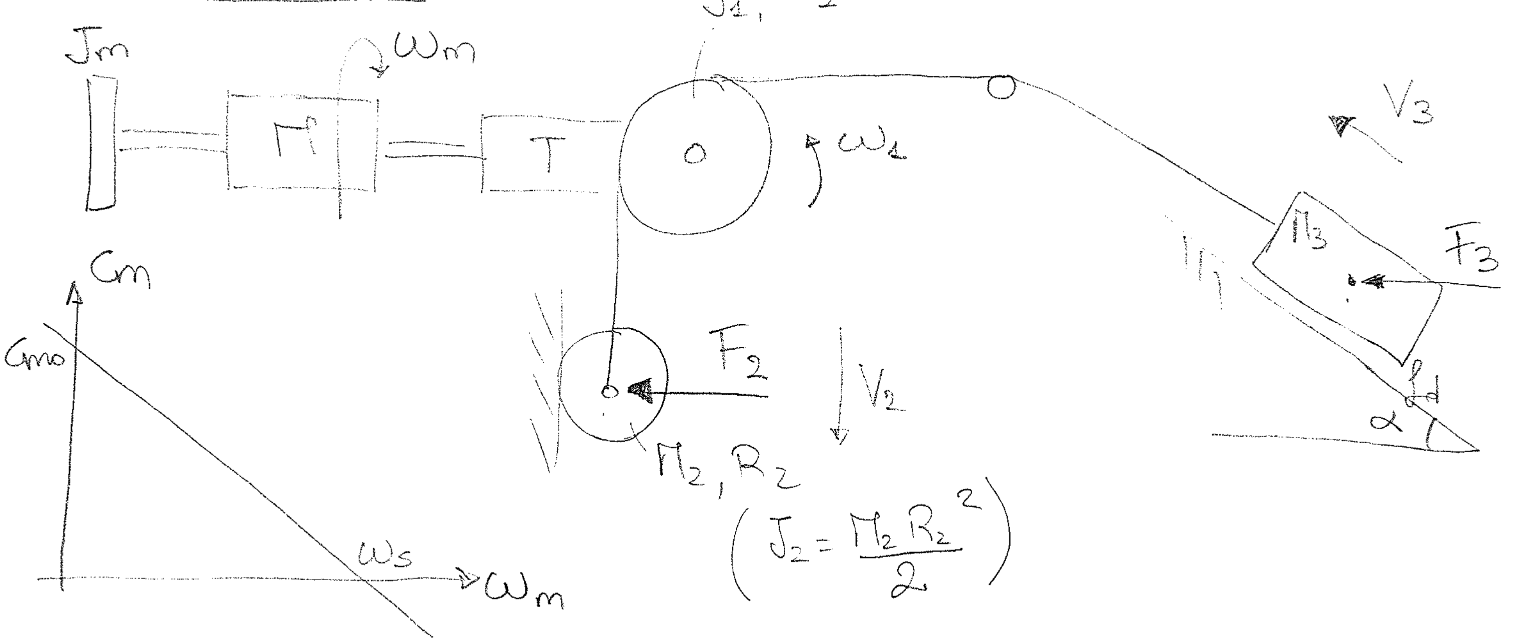
7) $H_O - m_1 a_{G1x} + (T - p)\cos\varphi - N \sin\varphi = 0$

8) $V_O - m_1 a_{G1y} - m_1 g - (T - p)\sin\varphi - N \cos\varphi = 0$

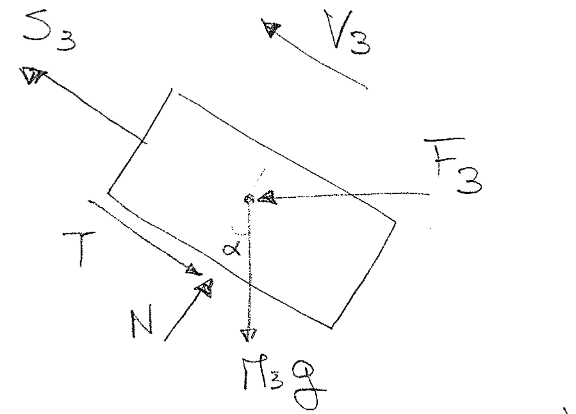
9) $-J_{G1} \dot{\omega}_1 - m_1 a_{G1x} \sin\varphi \, \overline{OG_1} - (m_1 a_{G1y} + m_1 g)\cos\varphi \, \overline{OG_1} + M +$

$- N \overline{OG_3} + T \dfrac{h}{2} = 0$

Problema 2



1) Calcolare $\dot{\omega}_m$ allo spunto se $F_3 = 100\,N$.



$$W_m + W_r + W_p = \frac{dE_c}{dt}$$

$$W_m = C_m \omega_m$$

$$W_r = M_2 g V_2 - M_3 g \sin\alpha\, V_3 + F_3 \cos\alpha\, V_3 - T V_3$$

$$T = f_d N = f_d \left(M_3 g \cos\alpha + F_3 \sin\alpha\right)$$

studio del moto lato utilizzatore:

$$-W_2 + W_u = \frac{dE_c}{dt} \quad \Downarrow$$

$$W_2 = M_2 g V_2 - M_3 g \sin\alpha V_3 + F_3 \cos\alpha V_3 - f_d N V_3 + \\ - J_1 \dot{\omega}_1 \omega_1 - M_2 a_2 V_2 - J_2 \dot{\omega}_2 \omega_2 - M_3 a_3 V_3$$

legami cinematici:

$\omega_1 = \tau \omega_m$ $\qquad$ $\dot{\omega}_1 = \tau \dot{\omega}_m$

$V_2 = \omega_1 R_1 = \tau \omega_m R_1 = V_3$ $\qquad$ $a_2 = a_3 = \tau \dot{\omega}_m R_1$

$\omega_2 = \frac{V_2}{R_2} = \tau \omega_m \frac{R_1}{R_2}$ $\qquad$ $\dot{\omega}_2 = \tau \dot{\omega}_m \frac{R_1}{R_2}$

$\Downarrow$

$$W_2=\Big[M_2 g R_1 \tau + (-M_3 g \sin\alpha + F_3\cos\alpha - f_d N) R \tau_1 + \\ - J_1 \tau^2 \dot\omega_m - M_2 \tau^2 R_1^2 \dot\omega_m - J_2 \tau^2 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \dot\omega_m - M_3 \tau^2 R_1^2 \dot\omega_m\Big]\omega_m$$

i termini cinetici sono tutti negativi, controllo la prima riga:

$$\left[M_2 g R_1 - (M_3 g \sin\alpha - F_3 \cos\alpha + f_d N) R_1\right] \tau \omega_m$$

$$\left[98.1 - (245,25 - 86,60 + 237,39)\ 1\right] \tau \omega_m$$

$$-297.94\ \tau \omega_m < 0$$

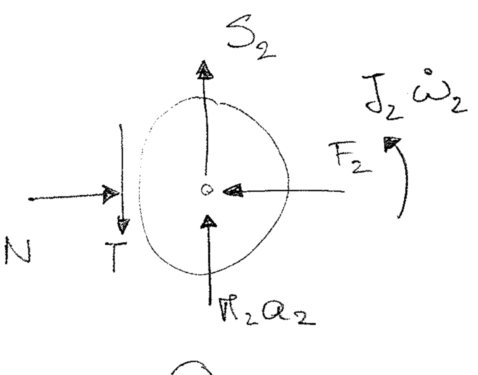
$\Rightarrow W_2 < 0 \Rightarrow$ MOTO DIRETTO!

$$W_P = -(1-\eta_D) W_1 = -(1-\eta_D)(C_m \omega_m - J_m \dot\omega_m \omega_m)$$

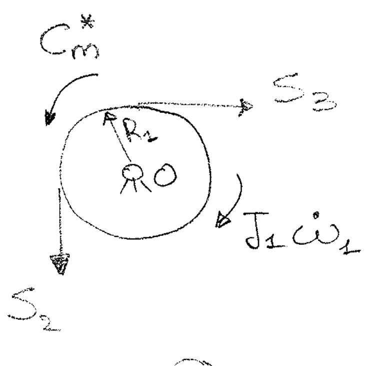
$$\cancel{C_m \omega_m} + M_2 g \tau R_1 \cancel{\omega_m} - (M_3 g \sin\alpha - F_3 \cos\alpha + f_d N) \tau R_1 \cancel{\omega_m} + \\ -(\cancel{1} - \eta_D)(C_m \omega_m - J_m \dot\omega_m \cancel{\omega_m}) = \\ = \cancel{J_m \omega_m \dot\omega_m} + J_1 \tau^2 \cancel{\omega_m} \dot\omega_m + M_2 \tau^2 R_1^2 \cancel{\omega_m} \dot\omega_m + J_2 \tau^2 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \cancel{\omega_m} \dot\omega_m + \\ + M_3 \tau^2 R_1^2 \cancel{\omega_m} \dot\omega_m$$

$$\boxed{\dot\omega_m = \frac{(M_2 g - M_3 g \sin\alpha + F_3 \cos\alpha - f_d N)\ \tau R_1}{\eta_D J_m + \left(J_1 + M_2 R_1^2 + J_2 \frac{R_1^2}{R_2^2} + M_3 R_1^2\right)\tau^2}}$$

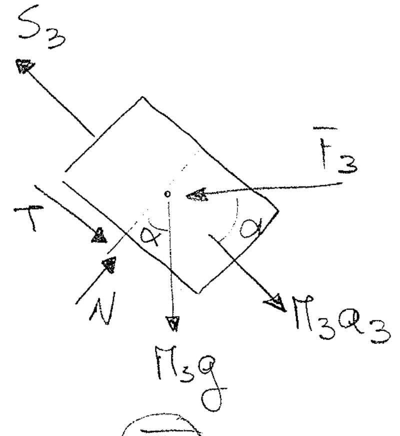
2) Verifica di aderenza del disco M_2.



I



II



III

Analizzo III:

$\sum F_{\perp\alpha} = 0 \Rightarrow N = M_3 g \cos\alpha + F_3 \sin\alpha$

attrito dinam. $\Rightarrow T = f_d N = f_d (M_3 g \cos\alpha + F_3 \sin\alpha)$

$\sum F_{\parallel\alpha} = 0 \Rightarrow S_3 = T + M_3 g \sin\alpha + M_3 a_3 - F_3 \cos\alpha$

$= f_d (M_3 g \cos\alpha + F_3 \sin\alpha) + M_3 g \sin\alpha + M_3 \tau R_1 \dot\omega_m +$
$- F_3 \cos\alpha$

Analizzo II:

$\sum M_O = 0 \;(+) \Rightarrow S_2 = S_3 + \frac{J_1}{R_1}\dot\omega_1 - \frac{C_m^*}{R_1}$

$= f_d (M_3 g \cos\alpha + F_3 \sin\alpha) + M_3 g \sin\alpha +$
$+ M_3 \tau R_1 \dot\omega_m - F_3 \cos\alpha + \frac{J_1}{R_1}\tau\dot\omega_m +$
$- \frac{C_m - J_m \dot\omega_m}{\tau R_1}$

Analizzo I:

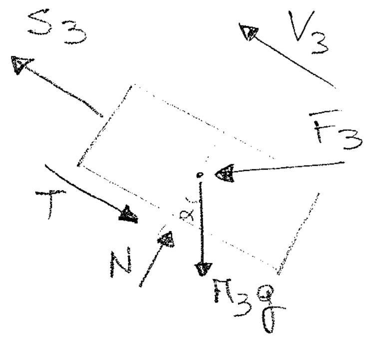
$\sum F_{\parallel} = 0 \Rightarrow T = S_2 + M_2 a_2 = S_2 + M_2 \tau R_1 \dot\omega_m$

$\sum F_{\perp} = 0 \Rightarrow N = F_2$

Verifica di aderenza: $\boxed{T \leq f_s N}$

3) Valore di F_3 che causa moto RETROGRADO a regime.

$(W_m + W_r + W_p = 0)$



Lato utilizzatore:

$-W_2 + W_u = 0 \quad \Downarrow$

$W_2 = M_2 g V_2 + F_3 \cos\alpha \, V_3 - M_3 g \sin\alpha \, V_3 - T V_3$

$= M_2 g \tau R_1 \omega_m + F_3 \cos\alpha \, \tau R_1 \omega_m - M_3 g \sin\alpha \, \tau R_1 \omega_m +$
$- f_d (M_3 g \cos\alpha + F_3 \sin\alpha) \tau R_1 \omega_m$

Si ha MOTO RETROGRADO se $W_2 > 0$

$$M_2 g \cancel{\tau R_1 \omega_m} - M_3 g \sin\alpha \cancel{\tau R_1 \omega_m} - f_d M_3 g \cos\alpha \cancel{\tau R_1 \omega_m} +$$

$$+ F_3 \left(\cos\alpha \cancel{\tau R_1 \omega_m} - \sin\alpha \cancel{\tau R_1 \omega_m}\right) > 0$$

$$F_3 > \frac{M_3 g \sin\alpha - M_2 g + f_d M_3 g \cos\alpha}{\cos\alpha - f_d \sin\alpha} = \frac{359{,}54}{0{,}62}$$

$$\boxed{F_3 > 579{,}90 \text{ N}}$$

4) ω_m nelle condizioni 3.

$$W_m + W_r + W_p = 0$$

$$W_m = C_m \omega_m$$

$$W_r = W_2$$

$$W_p = -(1 - \eta_R) W_2$$

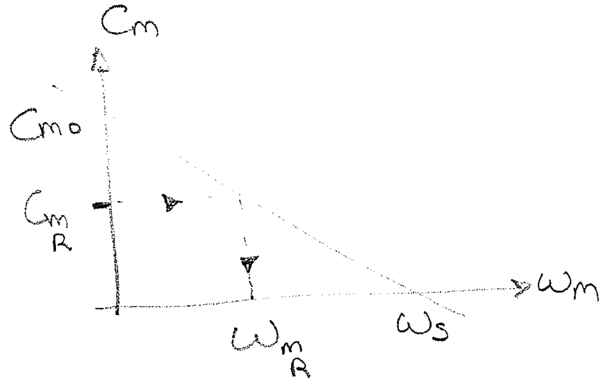
$$\Downarrow$$

$$C_m \cancel{\omega_m} + \left[M_2 g + F_3 \cos\alpha - M_3 g \sin\alpha - f_d (M_3 g \cos\alpha + F_3 \sin\alpha)\right] \tau R_1 \cancel{\omega_m} +$$

$$-(\cancel{1} - \eta_R)\left[M_2 g + F_3 \cos\alpha - M_3 g \sin\alpha - f_d (M_3 g \cos\alpha + F_3 \sin\alpha)\right] \tau R_1 \cancel{\omega_m} = 0$$

$$C_{m_R} = \tau R_1 \eta_R \left[-M_2 g - F_3 \cos\alpha + M_3 g \sin\alpha + f_d (M_3 g \cos\alpha + F_3 \sin\alpha)\right]$$

Tramite la curva caratteristica

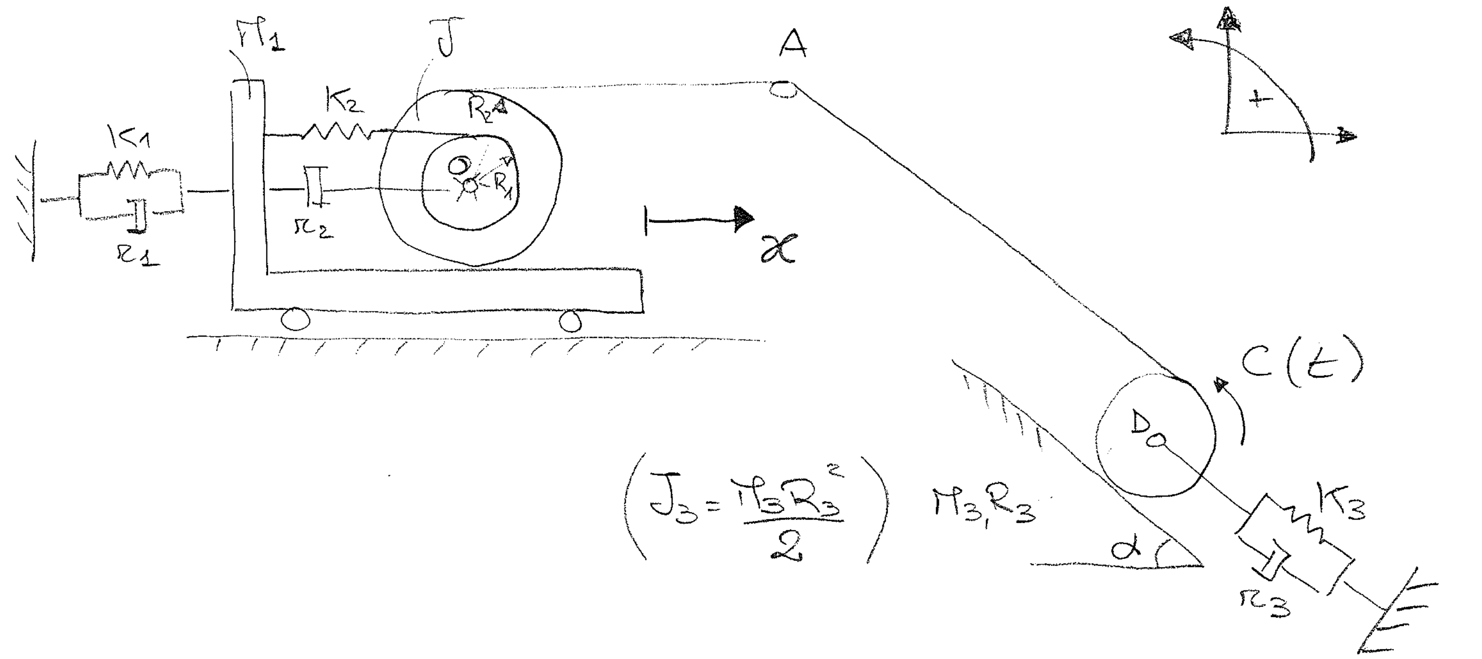


$$C_m = C_{m0}\left(1 - \frac{\omega_m}{\omega_s}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\omega_{m,R} = \omega_s \left(1 - \frac{C_{m,R}}{C_{m0}}\right)}$$

Problema 3



1) Equazione di moto nell'intorno della posizione di equilibrio statico.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial E_c}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}} + \frac{\partial V}{\partial x} = Q_x$$

legami cinematici:

$$V_1 = \dot{x} \qquad \omega_2 = \frac{\dot{x}}{R_2} \qquad V_3 = -\frac{\dot{x}}{2} \qquad \omega_3 = \frac{\dot{x}}{2R_3}$$

$$\Delta l_1 = x \qquad \Delta l_2 = -\left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right)x \qquad \Delta l_3 = \frac{x}{2} \qquad h = \frac{x}{2}\sin\alpha$$

$$\Delta \dot{l}_1 = \dot{x} \qquad \Delta \dot{l}_2 = -\dot{x} \qquad \Delta \dot{l}_3 = \frac{\dot{x}}{2}$$

$$\delta^* \vartheta_c = \frac{1}{2R_3}\delta^* \vartheta_3$$

$$\Downarrow$$

$$E_c = \frac{1}{2}\left[M_1 + \frac{J}{R_2^2} + \frac{M_3}{4} + \frac{J_3}{4R_3^2}\right]\dot{x}^2 = \frac{1}{2} m^* \dot{x}^2$$

$$D = \frac{1}{2}\left[r_1 + r_2 + \frac{r_3}{4}\right]\dot{x}^2 = \frac{1}{2} r^* \dot{x}^2$$

$$V = \frac{1}{2}\left[K_1 + K_2\left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right)^2 + \frac{r_3}{4}\right]x^2 + M_3 g \frac{x}{2}\sin\alpha = \frac{1}{2}K^* x^2 + M_3 g \frac{x}{2}\sin\alpha$$

$$Q_x = C(t)\,\frac{1}{2R_3}$$

Tutti i legami cinematici sono lineari, quindi i termini legati all'energia potenziale gravitazionale si semplificano coi precarichi statici. (11)

$\bar{x} \rightarrow$ variabile che descrive il moto perturbato =>

$$\boxed{m^* \ddot{\bar{x}} + r^* \dot{\bar{x}} + K^* \bar{x} = \frac{1}{2R_3} C(t)}$$

2) Pulsazione e frequenza propria del sistema.

$m^* = 300 \text{ Kg}$

$r^* = 300 \ \frac{Ns}{m}$ =>

$K^* = 1100 \ \frac{N}{m}$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{K^*}{m^*}} = 1,91 \ \frac{rad}{s}$

$h = \frac{r^*}{2m^*\omega_0} = 0,26 < 1$ => SISTEMA SUBCRITICO

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1-h^2} = \boxed{1,84 \ \frac{rad}{s}}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \boxed{0,29 \text{ Hz}}$$

3) Risposta a regime del sistema e zona di funzionamento.

$$m^* \ddot{\bar{x}} + r^* \dot{\bar{x}} + K^* \bar{x} = Re\left(\frac{1}{2R_3} C_0 e^{i\Omega t}\right)$$

soluzione: $\bar{x}(t) = \bar{X}_0 e^{i\Omega t}$

$$\bar{X}_0 = \frac{C_0/2R_3}{K^* - m^*\Omega^2 + i r^* \Omega}$$

$$|\bar{X}_0| = \frac{\frac{C_0}{2R_3}/K^*}{\sqrt{(1-a^2)^2 + (2ah)^2}} \qquad \varphi = arctg\left(-\frac{2ah}{1-a^2}\right)$$

$$\boxed{x(t) = |\bar{X}_0| \cos(\Omega t + \varphi)}$$

dove $a = \frac{\Omega}{\omega_0} = 5,43$ => $\boxed{\text{ZONA QUASISTATICA}}$