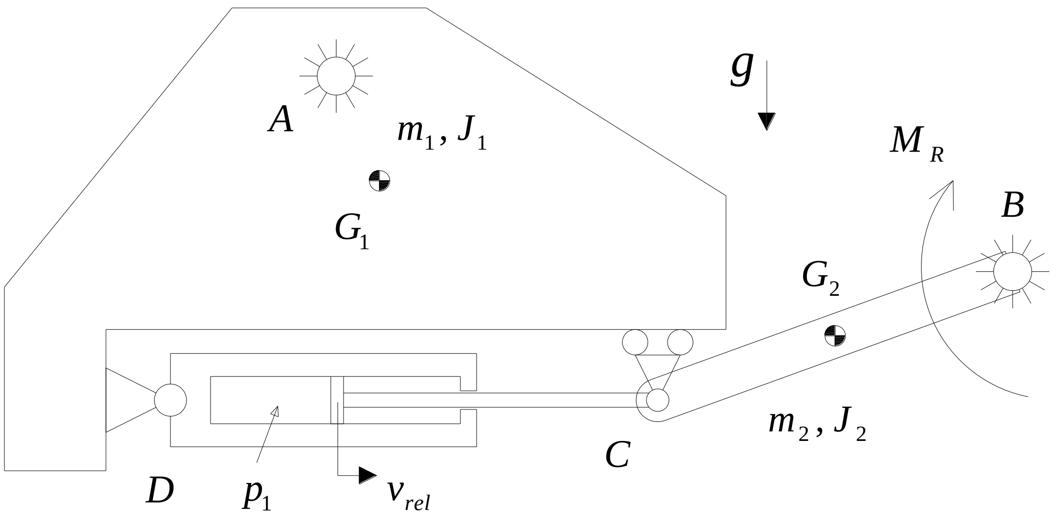
MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE
Allievi meccanici AA.2011-2012 prova del 17-07-2012

Problema N.1



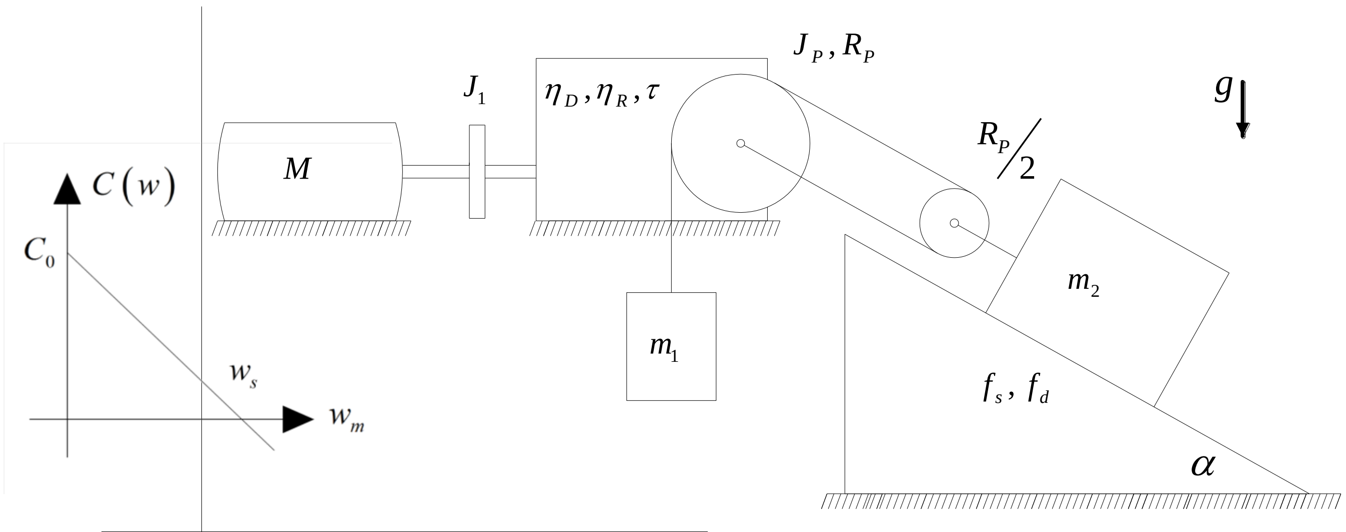
Il sistema meccanico sopra rappresentato è posizionato nel piano verticale. Siano note tutte le caratteristiche geometriche e si faccia riferimento alla posizione di figura. Il sistema è formato da un corpo di massa m_1 e momento d'inerzia baricentrale J_1 vincolato a terra nella cerniera *A*. A tale corpo è vincolato un pistone per mezzo della cerniera *D*. Lo stelo del pistone (di area A_{CIL}) è vincolato ad un carrello *C*, che scorre sul corpo 1. Un'asta di massa m_2 e momento d'inerzia baricentrale J_2 collega per mezzo di 2 cerniere il carrello *C* a terra (cerniera *B*). Su tale asta agisce un momento resistente M_R con verso positivo come in figura.
Assegnate la velocità di sfilo del pistone pari a v_{rel} (costante nel tempo e positiva come in figura) e supponendo nulli tutti gli attriti determinare:

1. Direzione, modulo e verso dei vettori velocità e accelerazione dei baricentri G_1 e G_2.
2. La pressione p_1 all'interno del pistone necessaria per garantire i moto assegnato.
3. La reazione vincolare in *C* fra carrello e corpo 1.

Ipotizzando infine un contatto di strisciamento in *C* con attrito (con coefficiente f_d) fra carrello e corpo 1, determinare:

4. La pressione p_1 all'interno del pistone necessarie per garantire i moto assegnato.

Problema N.2



m1	**50 kg**	**α**	**30 deg**
m2	**210 kg**	$f_s = f_d$	**0.03**

L'impianto di sollevamento rappresentato in figura è movimentato da un motore, con curva caratteristica assegnata, collegato ad una trasmissione con rendimento diretto η_d, retrogrado η_r e rapporto di trasmissione τ. All'albero di uscita dal motore è calettato un volano di momento di inerzia J_1. All'albero in uscita della seconda trasmissione è collegata una puleggia di momento di inerzia J_p e raggio $R_{P.}$

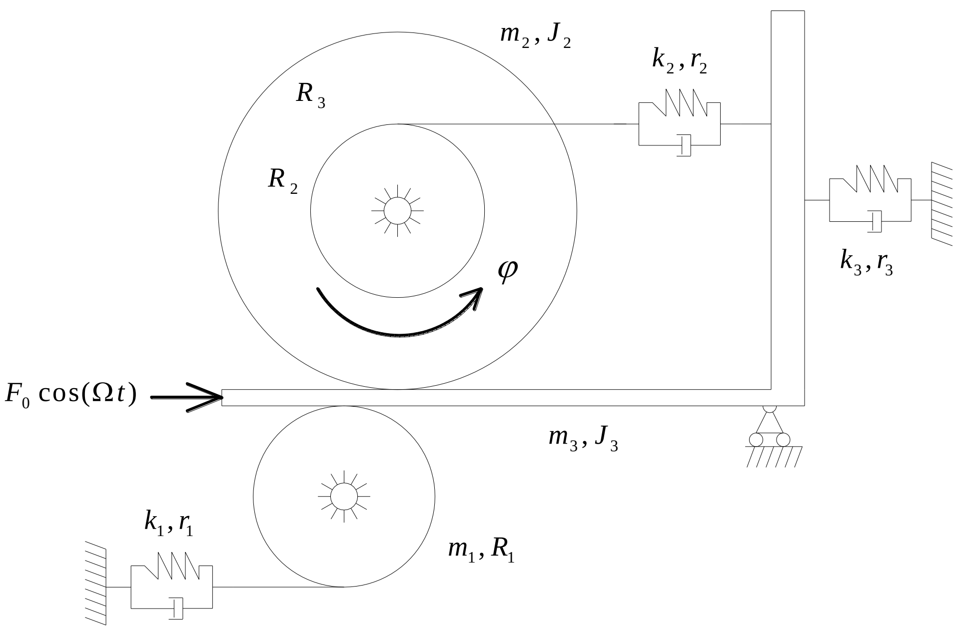
MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE
Allievi meccanici AA.2011-2012 prova del 17-07-2012

Sulla puleggia si avvolge senza strisciare una fune inestensibile: ad un'estremità è appesa una massa m_1, mentre l'altro ramo si avvolge su una seconda puleggia di raggio $R_P/2$ e massa trascurabile per poi essere fissata al centro della puleggia in uscita dalla trasmissione. Il centro della puleggia $R_P/2$ è vincolata una seconda fune che traina una massa m_2 che scorre su un piano inclinato α con attrito statico f_s e dinamico f_d. La fune risulta parallela al piano inclinato.

Si chiede di calcolare nella condizione di moto con **massa m_1 in discesa e massa m_2 in salita** e **discutendo per ciascun punto la condizione di moto diretto o retrogrado** (utilizzare i dati forniti in tabella per la discussione del moto):

1) L'accelerazione allo spunto della massa m_1.
2) La coppia massima di spunto del motore ($C_{0,MAX}$) utilizzabile affinché il tratto di fune a cui risulta appesa la massa m_1 non vado in bando.
3) Il tempo di fermata del sistema supponendo che il sistema si trovi a regime e che il motore venga scollegato dalla rete elettrica e nessun freno venga azionato.

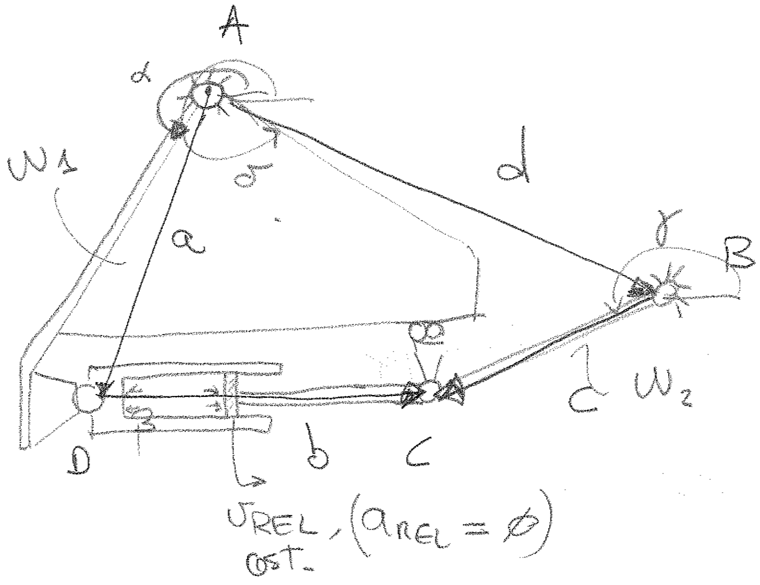
Problema N.3



r1	**100 Ns/m**
r2	**50 Ns/m**
r3	**300 Ns/m**
k1	**1000 N/m**
k2	**500 N/m**
k3	**3000 N/m**
m1	**10 kg**
m2	**20 kg**
m3	**50 kg**
J1	**?**
J2	**10 kgm^2**
J3	**19 kgm^2**
F_0	**5000 N**
Ω	**20 rad/s**
R1	**1 m**
R2	**0.5 m**
R3	**2 m**

Il meccanismo in figura, posto nel piano verticale, di caratteristiche geometriche note, si trova nella posizione di equilibrio statico. Il sistema è composto da un telaio traslante di massa m_3 e momento d'inerzia baricentrale J_3. Il telaio è appoggiato su una puleggia di raggio R_1 (incernierata nel suo centro e di massa m_1) e su un carrello. Su questa puleggia di raggio R_1 è avvolta una fune inestensibile vincolata a terra tramite una coppia molla-smorzatore k_1-r_1. Un secondo disco, incernierato nel suo centro, di massa totale m_2 e momento d'inerzia baricentrale J_2, composto da due pulegge di raggio maggiore R_3 e minore R_2 (rotanti solidali), poggia sulla parte superiore del telaio. Alla puleggia di raggio R_2 è avvolta una fune inestensibile vincolata al telaio tramite una coppia molla-smorzatore k_2-r_2. Infine il telaio è vincolato a terra tramite una coppia molla-smorzatore k_3-r_3. Sul telaio agisce una forza variabile nel tempo *F(t)* orientata come in figura.

Considerando come grado di libertà la rotazione φ della coppia di pulegge R_2 - R_3 con verso indicato in figura, e ipotizzando una condizione di rotolamento senza strisciamento fra dischi e telaio, si richiede di calcolare utilizzando i valori numerici indicati in tabella:
1. L'equazione di moto del sistema.
2. La pulsazione propria del sistema smorzato.
3. La risposta a regime del sistema smorzato e la zona di funzionamento del sistema.



$$\bar{a} + \bar{b} = \bar{c} + \bar{d}$$

$$a e^{i\alpha} + b e^{i\beta} = c e^{i\gamma} + d e^{i\delta}$$

$$\begin{cases} a\cos\alpha + b\cos\beta = c\cos\gamma + d\cos\delta \\ a\,\text{sen}\,\alpha + b\,\text{sen}\,\beta = c\,\text{sen}\,\gamma + d\,\text{sen}\,\delta \end{cases}$$

GEOMETRIA NOTA

cost		var	
a	δ	b	α
d			β
c			γ

NOTA $\Rightarrow$ VELOCITÀ SFILO DEL PISTONE

$$\begin{cases} \Rightarrow v_{REL} = \dot{b} \\ a_{REL} = \ddot{b} = \emptyset \end{cases}$$

PISTONE RUOTA SOLIDALE ALL CORPO RIGIDO

$$\begin{cases} \Rightarrow \dot{\beta} = \dot{\alpha} = \omega_1 \\ \ddot{\beta} = \ddot{\alpha} = \dot{\omega}_1 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ INCOGNITE RESTANO ω_1, ω_2 (con $\omega_2 = \dot{\gamma}$)

$$\begin{cases} -a\dot\alpha \,\mathrm{sen}\,\alpha + \dot b \cos\beta - b\dot\beta \,\mathrm{sen}\,\beta = -c\dot\gamma \,\mathrm{sen}\,\gamma \\ a\dot\alpha \cos\alpha + \dot b \,\mathrm{sen}\,\beta + b\dot\beta \cos\beta = c\dot\gamma \cos\gamma \end{cases} \quad ⊛$$

$$\downarrow$$

$$\begin{cases} -a\omega_1 \,\mathrm{sen}\,\alpha + \dot b \cos\beta - b\omega_1 \,\mathrm{sen}\,\beta = -c\omega_2 \,\mathrm{sen}\,\gamma \\ a\omega_1 \cos\alpha + \dot b \,\mathrm{sen}\,\beta + b\omega_1 \cos\beta = c\omega_2 \cos\gamma \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} (-a\,\mathrm{sen}\,\alpha - b\,\mathrm{sen}\,\beta) & c\,\mathrm{sen}\,\gamma \\ (a\cos\alpha + b\cos\beta) & -c\cos\gamma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\dot b \cos\beta \\ -\dot b \,\mathrm{sen}\,\beta \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{Bmatrix} = [A]^{-1} \begin{Bmatrix} -\dot b \cos\beta \\ -\dot b \,\mathrm{sen}\,\beta \end{Bmatrix}$$

$\Rightarrow$ accelerazioni $\Rightarrow$ derivo ⊛ con $\ddot b = a_{rel} = \emptyset$

$$\begin{cases} \circ)\ -a\ddot\alpha \,\mathrm{sen}\,\alpha - a\dot\alpha^2 \cos\alpha + \cancel{\ddot b \cos\beta} - \dot b\dot\beta \,\mathrm{sen}\,\beta - b\ddot\beta \,\mathrm{sen}\,\beta + \\ \qquad - \dot b\dot\beta \,\mathrm{sen}\,\beta - b\dot\beta^2 \cos\beta = -c\ddot\gamma \,\mathrm{sen}\,\gamma - c\dot\gamma^2 \cos\gamma \\ \cdot)\ +a\ddot\alpha \cos\alpha - a\dot\alpha^2 \,\mathrm{sen}\,\alpha + \cancel{\ddot b \,\mathrm{sen}\,\beta} + \dot b\dot\beta \cos\beta + \dot b\dot\beta \cos\beta + \\ \qquad + b\ddot\beta \cos\beta - b\dot\beta^2 \,\mathrm{sen}\,\beta = c\ddot\gamma \cos\gamma - c\dot\gamma^2 \,\mathrm{sen}\,\gamma \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a\dot{\omega}_1 \operatorname{sen}\alpha - a\omega_1^2\cos\alpha - \dot{b}\omega_1\operatorname{sen}\beta - b\dot{\omega}_1\operatorname{sen}\beta + \\ \qquad - \dot{b}\omega_1\operatorname{sen}\beta - b\omega_1^2\cos\beta = -c\dot{\omega}_2\operatorname{sen}\gamma - c\omega_2^2\cos\gamma \\ a\dot{\omega}_1\cos\alpha - a\omega_1^2\operatorname{sen}\alpha + \dot{b}\omega_1\cos\beta + b\dot{\omega}_1\cos\beta + \\ \qquad + \dot{b}\omega_1\cos\beta - b\omega_1^2\operatorname{sen}\beta = c\dot{\omega}_2\cos\gamma - c\omega_2^2\operatorname{sen}\gamma \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} (-a\operatorname{sen}\alpha - b\operatorname{sen}\beta) & +c\operatorname{sen}\gamma \\ (a\cos\alpha + b\cos\beta) & -c\cos\gamma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_2 \end{Bmatrix} =$$

$$\begin{Bmatrix} a\omega_1^2\cos\alpha + 2\dot{b}\omega_1\operatorname{sen}\beta + b\omega_1^2\cos\beta - c\omega_2^2\cos\gamma \\ a\omega_1^2\operatorname{sen}\alpha - 2\dot{b}\omega_1\cos\beta + b\omega_1^2\operatorname{sen}\beta - c\omega_2^2\operatorname{sen}\gamma \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_2 \end{Bmatrix} = [A]^{-1} \begin{Bmatrix} \cdots \\ \cdots \end{Bmatrix}$$

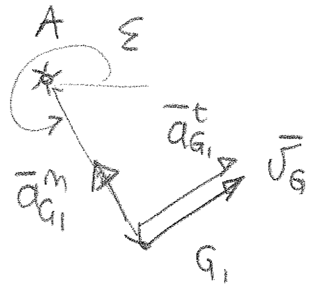
Nota $\bar{\omega}_1, \dot{\bar{\omega}}_1, \bar{\omega}_2, \dot{\bar{\omega}}_2 \Rightarrow$

Velocità angolare 1 $= \bar{\omega}_1$

" " 2 $= \bar{\omega}_2$

Acc. " 1 $= \dot{\bar{\omega}}_1$

" " 2 $= \dot{\bar{\omega}}_2$



$$\rightarrow \quad \bar{v}_{G_1} = \omega_1 \underline{k} \wedge \left(\overline{AG}_1 \cos\varepsilon \, \underline{i} + \overline{AG}_1 \operatorname{sen}\varepsilon \, \underline{j} \right)$$

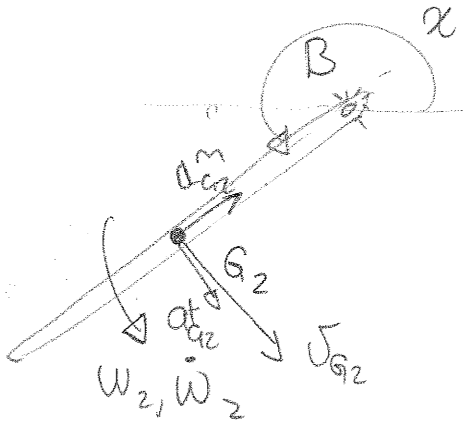
$$= \omega_1 \overline{AG}_1 \cos\varepsilon \, \underline{j} - \omega_1 \overline{AG}_1 \operatorname{sen}\varepsilon \, \underline{i}$$

$$\bar{v}_{G_1} \overset{!}{=} \bar{v}^y_{G_1} + \bar{v}^x_{G_1} \quad ; \quad |\bar{v}_{G_1}| = \omega_1 \cdot \overline{AG}_1$$

$$\rightarrow \quad \bar{a}_{G_1} = \dot{\omega}_1 \underline{k} \wedge \left(\overline{AG}_1 \cos\varepsilon \, \underline{i} + AG_1 \operatorname{sen}\varepsilon \, \underline{j} \right)$$

$$- \omega_1^2 \left(\overline{AG}_1 \cos\varepsilon \, \underline{i} + AG_1 \operatorname{sen}\varepsilon \, \underline{j} \right)$$

$$= \bar{a}^t_{G_1} + \bar{a}^n_{G_1}$$



$$\bar{v}_{G_2} = \omega_2 \underline{k} \wedge \left(\overline{BG_2} \cos x \, \underline{i} + \overline{BG_2} \operatorname{sen} x \, \underline{j} \right)$$

$$= \omega_2 \overline{BG_2} \cos x \, \underline{j} - \omega_2 \overline{BG_2} \operatorname{sen} x \, \underline{i}$$

$$= \bar{v}^y_{G_2} + \bar{v}^x_{G_2} \quad ; \quad |\bar{v}_{G_2}| = \omega_2 \overline{BG_2}$$

$$\bar{a}_{G_2} = \dot{\omega}_2 \underline{k} \wedge \left(\overline{BG_2} \cos x \, \underline{i} + \overline{BG_2} \operatorname{sen} x \, \underline{j} \right) - \omega_2^2 \left(\overline{BG_2} \cos x \, \underline{i} + \overline{BG_2} \operatorname{sen} x \, \underline{j} \right)$$

$$= \bar{a}^t_{G_2} + \bar{a}^m_{G_2}$$

d) CONSIDERANDO ATTRITI NULLI

$$\frac{dE_c}{dt} = \Pi + \Pi'$$

$$E_c = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2$$

$$= \frac{1}{2} m_1 \overline{AG_1}^2 \omega_1^2 + \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \overline{BG_2}^2 \omega_2^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2$$

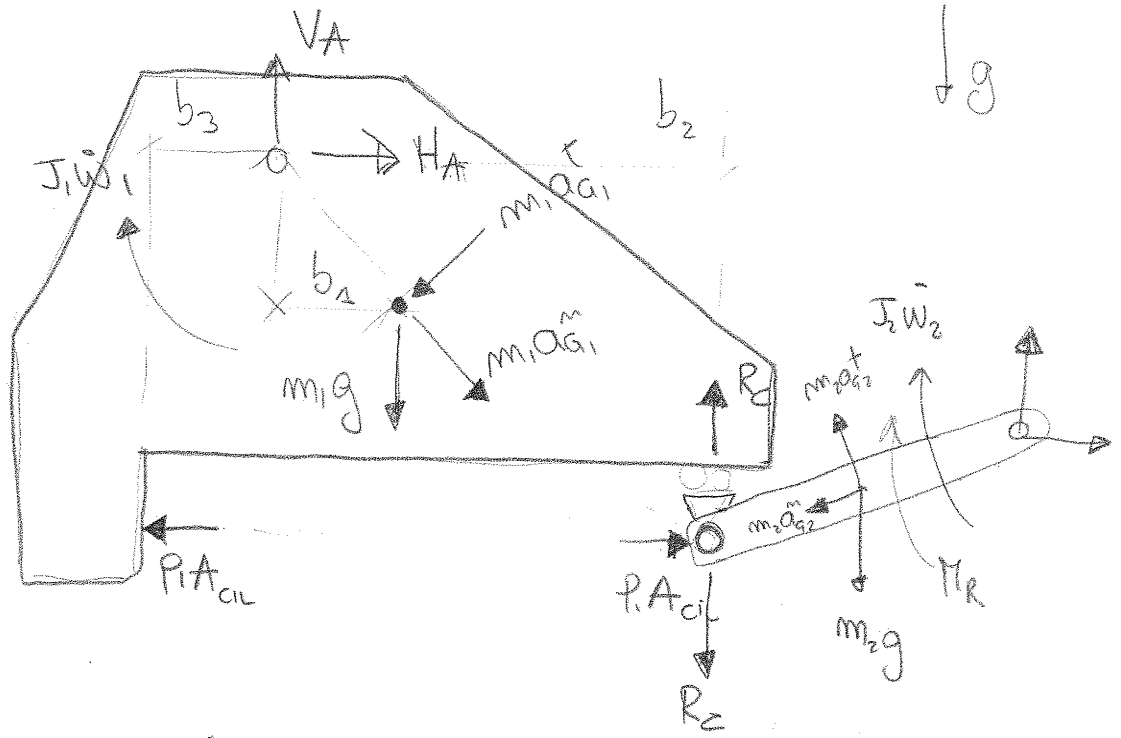
$$\frac{dE_c}{dt} = m_1 \overline{AG_1}^2 \omega_1 \dot{\omega}_1 + J_1 \omega_1 \dot{\omega}_1 + m_2 \overline{BG_2}^2 \omega_2 \dot{\omega}_2 + J_2 \omega_2 \dot{\omega}_2$$

$$\Pi = m_1 \bar{g} \cdot \bar{v}_{G_1} + m_2 \bar{g} \cdot \bar{v}_{G2} + \bar{M}_R \cdot \bar{\omega}_2 + P_1 \cdot A_{CIL} \dot{b}$$

$$= - m_1 g v_{G_1}^y - m_2 g v_{G2}^y - M_R \omega_2 + P_1 \cdot A_{CIL} \dot{b}$$

$$\Pi' = \emptyset$$

$$\Rightarrow P_1 = \frac{1}{A_{CIL} \cdot \dot{b}} \Big(m_1 g v_{G_1}^y + m_2 g v_{G2}^y + M_R \omega_2 + m_1 \overline{AG_1}^2 \omega_1 \dot{\omega}_1 + $$
$$+ J_1 \omega_1 \dot{\omega}_1 + m_2 \overline{BG_2}^2 \omega_2 \dot{\omega}_2 + J_2 \omega_2 \dot{\omega}_2 \Big)$$



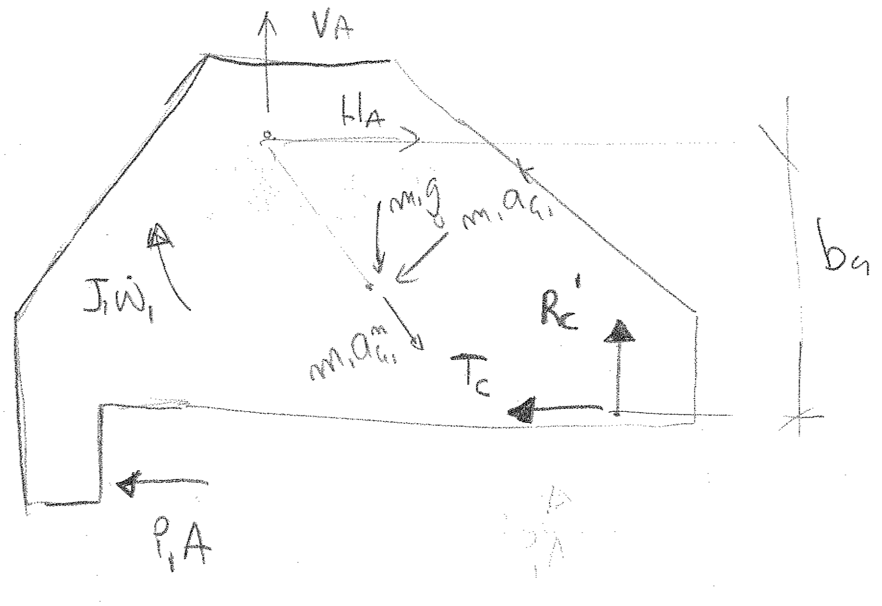
- $\sum M_A = \emptyset$

$$- J_1\dot{\omega}_1 - m_1 a^t_{G_1}\cdot \overline{AG_1} - m_1 g\cdot b_1 + R_C b_2 - p_1\cdot A_{CIL} b_3 = \emptyset$$

$\Rightarrow$ TROVO R_C.

---

d) p_1 se attrito dinamico nel carrello



$! \; R_C' \neq R_C$

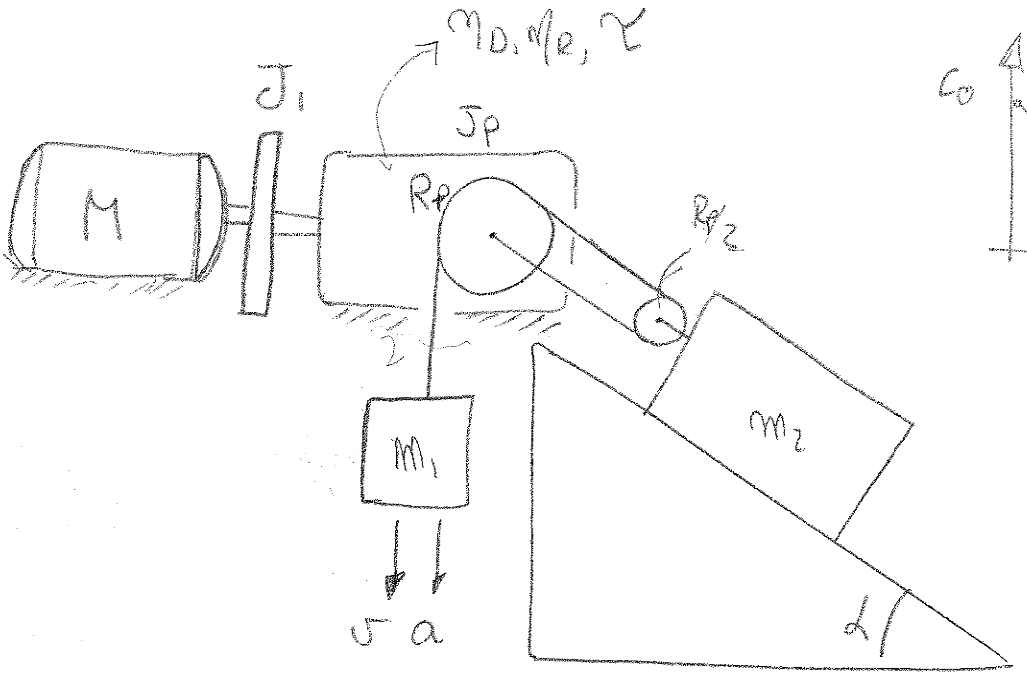
$$\begin{cases} |\overline{T}_c| = f_d \cdot |\overline{R}'_c| \\ \Sigma M_A = \emptyset \\ -J_1\dot{\omega}_1 - m_1 a^t_{G_1} \overline{AG_1} - m_1 g b_1 + R'_c b_2 - p_1 A b_3 - T_c b_4 = \emptyset \end{cases}$$

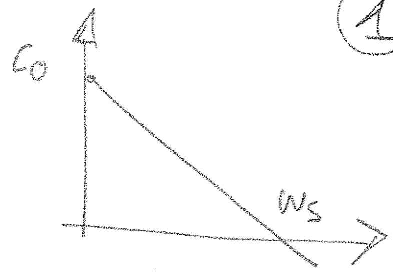
$\Rightarrow$ Calcolo T_c, R'_c

Moto $T_c \Rightarrow \Pi' = -T_c \cdot \dot{b}$

$\Rightarrow$ Calcolo nuovo bilancio potenze

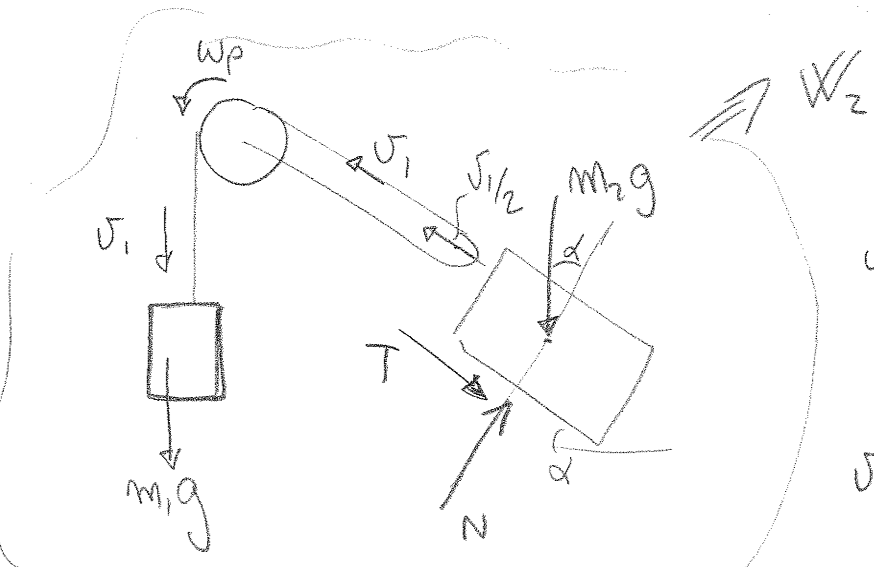
$$\frac{dE_c}{dt} = \Pi + \Pi'$$





a) acc allo spunto massa m_1, partendo da fermo, con m_1 in discesa e m_2 in salita _

? TIPO DI MOTO ?



$$v_1 = \omega_p R_p = \tau \omega_m R_p$$

$$v_2 = \frac{v_1}{2} = \tau \omega_m \frac{R_p}{2}$$

$$E_c^{UTI} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} J_p \omega_p^2$$

$$\frac{dE_c^{UTI}}{dt} = m_1 v_1 a_1 + m_2 v_2 a_2 + J_p \omega_p \dot{\omega}_p$$

$$- W_2 + m_1 g v_1 - T v_2 - m_2 g \,\text{sen}\alpha \cdot v_2 = \frac{dE_c}{dt}$$

$$W_2 = + m_1 g v_1 - T \cdot \frac{v_1}{2} - m_2 g \,\text{sen}\alpha \frac{v_1}{2} - m_1 v_1 a_1 - m_2 v_2 a_2 - J_p w_p \dot{w}$$

$$T = f_d \cdot N = f_d \cdot m_2 g \cos\alpha$$

$$\Rightarrow W_2 = \left(m_1 g v_1 - m_2 g f_d \cos\alpha \frac{v_1}{2} - m_2 g \,\text{sen}\alpha \frac{v_1}{2} - m_1 v_1 a_1 + - m_2 \frac{v_1 a_1}{4} - J_p \frac{v_1 a_1}{R_p^2} \right)$$

$$= \Big(\underbrace{m_1 g - m_2 g f_d \frac{\cos\alpha}{2} - m_2 g \frac{\text{sen}\alpha}{2}}_{?} \underbrace{- m_1 a_1}_{<0} \underbrace{- \frac{m_2 a_1}{4}}_{<0} \underbrace{- J_p \frac{a_1}{R_p^2}}_{<0} \Big) v_1$$

$m_1 = 50$ kg

$m_2 = 210$ kg

$\alpha = 30°$

$f_d = 0{,}03$

$$\left(50 - (210 \cdot 0{,}03 \cdot \cos 30)/_2 - (210 \cdot \text{sen}\, 30)/_2 \right) = -5{,}2 g$$

$\Rightarrow W_2 < 0 \Rightarrow$ MOTO DIRETTO

$$\dot{W}_m = C_m \omega_m$$

$$\dot{W}_u = m_1 g v_1 - m_2 g f_d \cos\alpha \frac{v_1}{2} - m_2 g \,\text{sen}\,\alpha \frac{v_1}{2}$$

$$= \left(m_1 g - m_2 g f_d \cos\alpha \frac{1}{2} - m_2 g \,\text{sen}\,\alpha \frac{1}{2} \right) v_1$$

$$\dot{W}_p = -(1-\eta_d)(C_m \omega_m - J_m \omega_m \dot{\omega}_m)$$

$$\frac{dE_c}{dt} = m_1 v_1 a_1 + m_2 v_2 a_2 + J_p \omega_p \dot{\omega}_p + J_m \omega_m \dot{\omega}_m$$

$$= m_1 v_1 a_1 + m_2 \frac{v_1 a_1}{4} + J_p \frac{v_1 a_1}{R_p^2} + J_m \frac{v_1 a_1}{\tau^2 R_p^2}$$

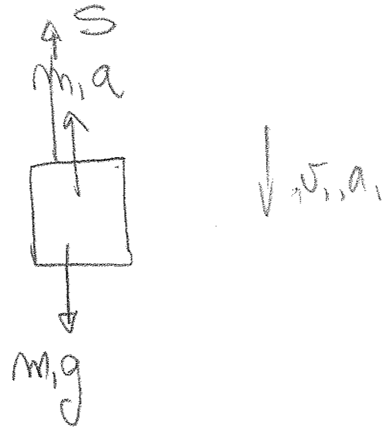
$$\Rightarrow \cancel{C_m \omega_m} - \cancel{C_m \omega_m} + \cancel{J_m \omega_m \dot{\omega}_m} + \eta_d C_m \frac{v_1}{\tau R_p} - \eta_d J_m \frac{v_1 a_1}{\tau^2 R_p^2} +$$

$$+ m_1 g v_1 - m_2 g f_d \cos\alpha \frac{v_1}{2} - m_2 g \,\text{sen}\,\alpha \frac{v_1}{2} =$$

$$= m_1 v_1 a_1 + m_2 \frac{v_1 a_1}{4} + J_p \frac{v_1 a_1}{R_p^2} + \cancel{J_m \frac{v_1 a_1}{\tau^2 R_p^2}}$$

$$\boxed{a_1 = \frac{\frac{\eta_d C_{m,o}}{\tau R_p} + m_1 g - m_2 g f_d \frac{\cos\alpha}{2} - m_2 g \frac{\text{sen}\,\alpha}{2}}{\underbrace{\frac{\eta_d J_m}{\tau^2 R_p^2} + m_1 + \frac{m_2}{4} + J_p / R_p^2}_{J^*_{eq}}}}$$

b) Determinare la coppia massima di spunto del motore (C_{M0}^{MAX}) utilizzabile affinché la fune nel tratto a-a non perda il tiro _ (m_1 discesa / m_2 salita)



=> SEMPRE MOTO DIRETTO

=> UTILIZZO RELAZIONE CALCOLATA PRIMA ↓

$$S = m_1 g - m_1 a = m_1 (g - a)$$

$$S = 0 \rightarrow \underline{a^{MAX} = g} \Rightarrow$$

$$C_{M0}^{MAX} = \frac{\tau R_p}{\eta_d} \cdot \left[a_{MAX} \cdot J_{eq}^{*} - m_1 g + m_2 g \frac{f_d \cos\alpha}{2} + m_2 g \frac{\sin\alpha}{2} \right]$$

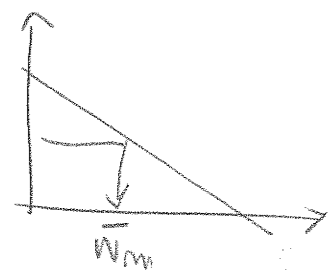
c) Tempo di fermata supponendo che motore scollegato alla rete elettrica e nessun freno azionato (parto da regime) ⊛ (5)

$$a_F = \frac{m_1 g - m_2 g f_d \frac{\cos\alpha}{2} - m_2 g \frac{\operatorname{sen}\alpha}{2}}{J^*_{eq}} = \text{cost}$$

Per calcolare tempo mi serve la velocità di regime a cui stavo andando

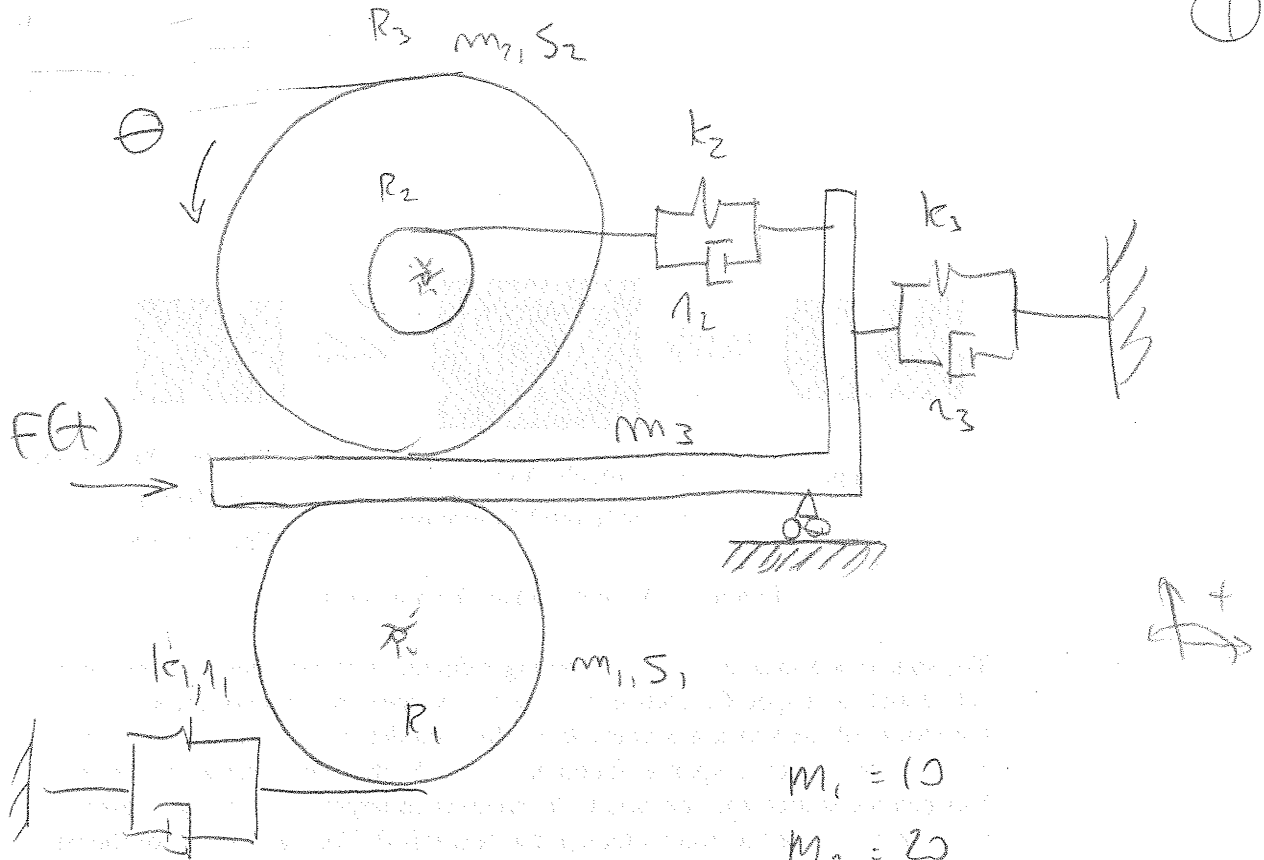
$$\Delta t = \frac{v_{REG}}{a_F}$$

=> coppia a regime $\bar{C}_m = \frac{\tau R_p}{\eta_d} \cdot \left(m_2 g f_d \frac{\cos\alpha}{2} + m_2 g \frac{\operatorname{sen}\alpha}{2} - m_1 g \right)$

=>  => $v_{REG} = \tau \bar{\omega}_m R_p$

⊛ -> SEMPRE MOTO DIRETTO x VOLANO J_1 FORNISCE POTENZA IN ENTRATA ALLA TRASMISSIONE LATO MOTORE

1



$$E_c = \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2 + \frac{1}{2} m_3 v_3^2$$

$$D = \sum_1^3 \frac{1}{2} r_i \dot{\Delta l}_i^2$$

$$V_k = \sum_1^3 \frac{1}{2} k_i \Delta l_i^2$$

$$\delta^* L = F(t)\, \delta^* y_F$$

$m_1 = 10$

$m_2 = 20$

$m_3 = 50$

$R_1 = 1$

$R_2 = 0{,}5$

$R_3 = 2$

$J_1 = \frac{1}{2} m_1 R_1^2 = 5$

$J_2 = 10$

$r_1 = 100$ Ns/m

$r_2 = 50$ Ns/m

$r_3 = 300$

$K_1 = 1000$ N/m

$K_2 = 500$

$K_3 = 3000$

$F_0 = 5000$ N

$\Omega = 20 \frac{RAD}{s}$

	$\dot{\theta}$
ω_1	$-R_3/R_1$
ω_2	$+1$
J_M	$+R_3$

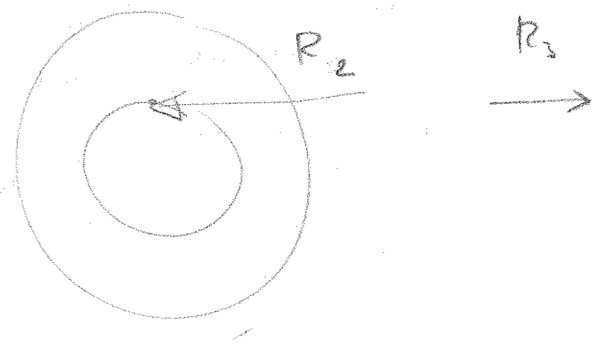
$\longrightarrow R_3\dot{\theta} = R_1 \omega_1$

$\omega_1 = -\dot{\theta}\frac{R_3}{R_1}$

	θ
Δl_1	$-R_3$
Δl_2	(R_2+R_3)
Δl_3	$-R_3$

	$\delta^*\theta$
$\delta^* D_F$	$+R_3$

$\Delta l_1 =$



$$E_c = \frac{1}{2}J_1\left(\frac{R_3^2}{R_1^2}\right)\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}J_2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m_3 R_3^2\dot{\theta}^2$$

$$D = \frac{1}{2}r_1 R_3^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}r_2(R_2+R_3)^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}r_3 R_3^2\dot{\theta}^2$$

$$V_g = \frac{1}{2}k_1 R_3^2\theta^2 + \frac{1}{2}k_2(R_2+R_3)^2\theta^2 + \frac{1}{2}R_3^2\theta^2$$

$$\delta^* L = R_3 F(t)\,\delta^*\theta$$

$$E_c = \frac{1}{2}\left(J_1\left(\frac{R_3^2}{R_1^2}\right) + J_2 + m_3 R_3^2 \right)\dot{\theta}^2 \qquad J^* = 230\ kg\,m^2$$ 3

$$D = \frac{1}{2}\left(r_1 R_3^2 + r_2 (R_2+R_3)^2 + r_3 R_3^2 \right)\dot{\theta}^2 \qquad r^* = 1912\ Ns\,m$$

$$V_k = \frac{1}{2}\left(k_1 R_3^2 + k_2 (R_2+R_3)^2 + k_3 R_3^2 \right)\theta^2 \qquad k^* = 19125\ N\,m$$

$$\delta^* L = F(t) R_3 \delta^* \theta$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k^*}{J^*}} = 9.12 \qquad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 1.45\ Hz$$

$$r_c = 2\omega_0 J^* = 4194 \qquad h = 0,45$$

$$a = 2,2 \qquad F_{ST} = \frac{F_0 R_3}{k^*} = 0,52$$

$$|\theta_0| = \frac{F_{ST}}{\sqrt{(1-a^2)^2 + (2ah)^2}} = 0,12$$

$$\varphi = \operatorname{atang}\left(-\frac{2ah}{1-a^2}\right) = 27^\circ = -153^\circ$$