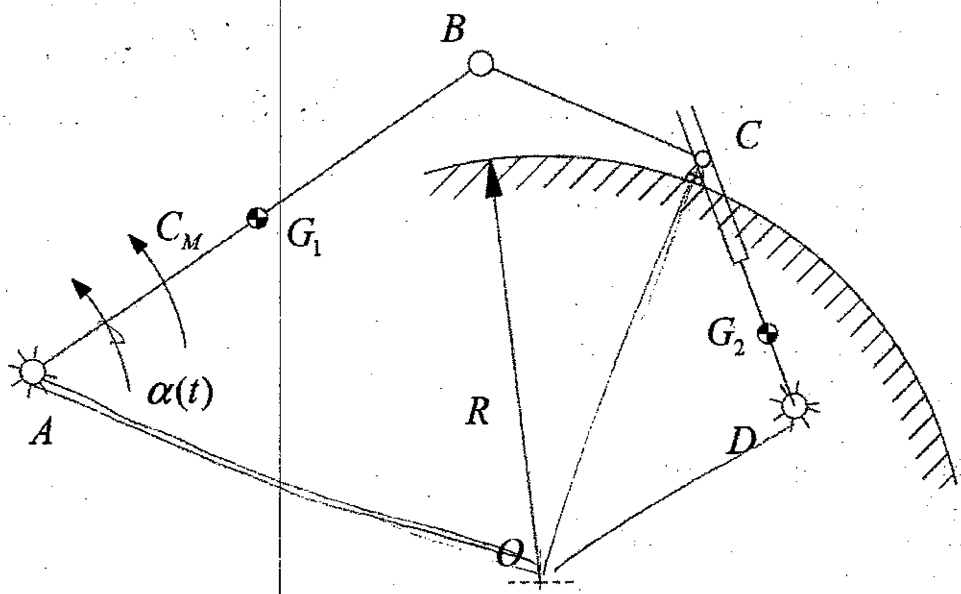
MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE
Allievi meccanici AA.2009-2010 prova del 20-07-2010

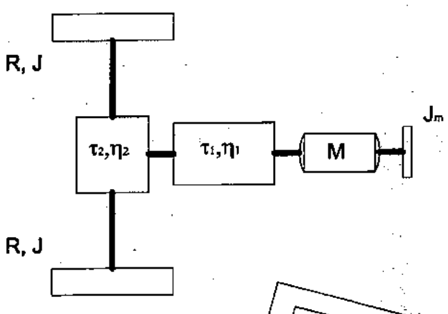
Problema N.1



Il sistema meccanico qui rappresentato è posizionato nel piano verticale, siano note tutte le sue caratteristiche geometriche e si faccia riferimento alla posizione di figura. L'asta AB è incernierata all'asta BC che poggia senza attrito in C su di una guida curvilinea di raggio R, il carrello in C inoltre scorre senza attrito all'interno di una guida solidale con una seconda asta incernierata in D. Siano note masse e momenti d'inerzia delle aste AB (M_1 e J_1) e CD (M_2 e J_2), aventi rispettivamente baricentro in G_1 e G_2. Sia inoltre noto il moto dell'asta AB attraverso la sua coordinata libera *α(t)*. Si richiede di determinare:

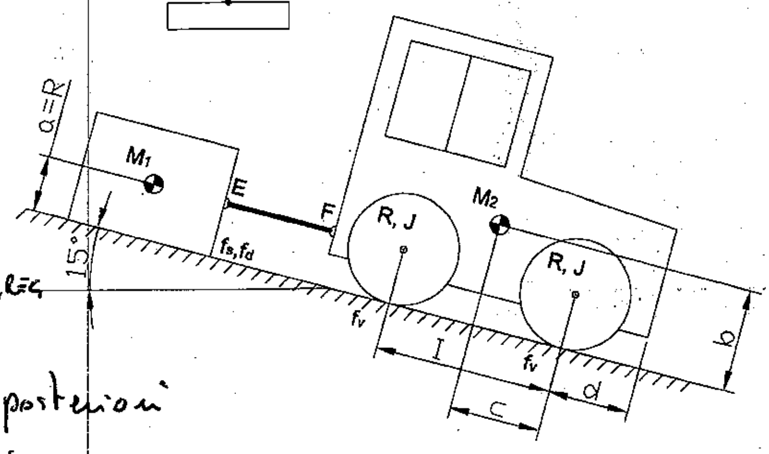
1. velocità ed accelerazione del punto C;
2. la coppia motrice C_M in grado di garantire il moto;
3. le reazioni vincolari in D.

Problema N.2

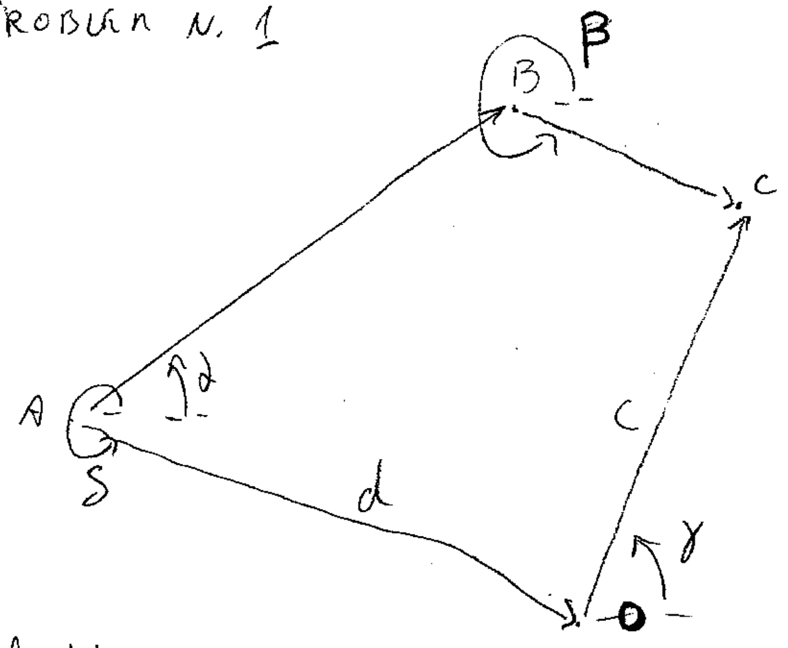


Determinare

1. $C_{M,REQ}$
2. Acc sistema nota $\overline{C_M} = 1,5 \cdot C_{M,REQ}$
3. Verifica di aderenza ruote posteriori
4. Acc con $C_M = 0$ da regime



PROBLEMA N. 1



chiusura 1 [QUADRILATERO]

$$(C-B)+(B-A)=(C-O)+(O-A)$$

$$b e^{i\beta} + a e^{i\alpha} = c e^{i\gamma} + d e^{i\delta}$$

$$\begin{cases} b\cos\beta + a\cos\alpha = c\cos\gamma + d\cos\delta \\ b\,\mathrm{sen}\beta + a\,\mathrm{sen}\alpha = c\,\mathrm{sen}\gamma + d\,\mathrm{sen}\delta \end{cases}$$

cost | $b\ a\ c\ d\ \delta$

var | $\beta\ \alpha\ \gamma$ → NOTA

velocità

$$\begin{cases} -b\dot\beta\,\mathrm{sen}\beta - a\dot\alpha\,\mathrm{sen}\alpha = -c\dot\gamma\,\mathrm{sen}\gamma \\ b\dot\beta\cos\beta + a\dot\alpha\cos\alpha = c\dot\gamma\cos\gamma \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} -b\,\mathrm{sen}\beta & c\,\mathrm{sen}\gamma \\ b\cos\beta & -c\cos\gamma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot\beta \\ \dot\gamma \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a\dot\alpha\,\mathrm{sen}\alpha \\ -a\dot\alpha\cos\alpha \end{Bmatrix}$$

$\Rightarrow \dot\beta, \dot\gamma$

accelerazione

$$\begin{cases} -b\ddot\beta\,\mathrm{sen}\beta - b\dot\beta^2\cos\beta - a\ddot\alpha\,\mathrm{sen}\alpha - a\dot\alpha^2\cos\alpha = -c\ddot\gamma\,\mathrm{sen}\gamma - c\dot\gamma^2\cos\gamma \\ b\ddot\beta\cos\beta - b\dot\beta^2\,\mathrm{sen}\beta + a\ddot\alpha\cos\alpha - a\dot\alpha^2\,\mathrm{sen}\alpha = c\ddot\gamma\cos\gamma - c\dot\gamma^2\,\mathrm{sen}\gamma \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} -b\,\mathrm{sen}\beta & c\,\mathrm{sen}\gamma \\ b\cos\beta & -c\cos\gamma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot\beta \\ \ddot\gamma \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b\dot\beta^2\cos\beta + a\ddot\alpha\,\mathrm{sen}\alpha + a\dot\alpha^2\cos\alpha - c\dot\gamma^2\cos\gamma \\ b\dot\beta^2\,\mathrm{sen}\beta - a\ddot\alpha\cos\alpha + a\dot\alpha^2\,\mathrm{sen}\alpha - c\dot\gamma^2\,\mathrm{sen}\gamma \end{Bmatrix}$$

$\Rightarrow \ddot\beta, \ddot\gamma$

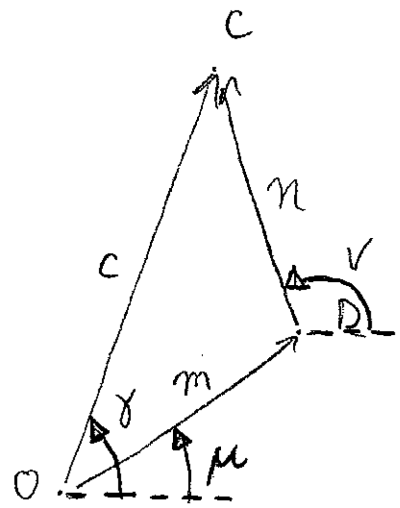
$$\vec v_C^{\,ASS} = c\dot\gamma\,\vec t \qquad \vec a_C = c\ddot\gamma\,\vec t + c\dot\gamma^2\,\vec n \qquad (1)$$

$$\sum W_i = dE_c/dt$$

$$E_c = \frac{1}{2}M_1 v_{G1}^2 + \frac{1}{2}J_1\omega_{AB}^2 + \frac{1}{2}M_2 v_{G2}^2 + \frac{1}{2}J_2\omega_{CD}^2$$

$$\sum W_i = M_1\vec g \times \vec v_{G1} + M_2\vec g \times \vec v_{G2} + \vec C_m \times \vec\omega_{AB}$$

devo risolvere una seconda chiusura



$$(C-O) = (C-D) + (D-O)$$

$$c e^{i\gamma} = n e^{i\nu} + m e^{i\mu}$$

cost	c	$m\mu$
var	γ	$n\nu$

↓

NOTA DALLA CHIUSURA PRECEDENTE

$$\begin{cases} c\cos\gamma = n\cos\nu + m\cos\mu \\ c\,\mathrm{sen}\,\gamma = n\,\mathrm{sen}\,\nu + m\,\mathrm{sen}\,\mu \end{cases}$$

$$\begin{cases} -c\dot\gamma\,\mathrm{sen}\,\gamma = \dot n\cos\nu - n\dot\nu\,\mathrm{sen}\,\nu \\ c\dot\gamma\cos\gamma = \dot n\,\mathrm{sen}\,\nu + n\dot\nu\cos\nu \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \cos\nu & -n\,\mathrm{sen}\,\nu \\ \mathrm{sen}\,\nu & n\cos\nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot n \\ \dot\nu \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -c\dot\gamma\,\mathrm{sen}\,\gamma \\ c\dot\gamma\cos\gamma \end{Bmatrix} \Rightarrow \dot n, \dot\nu$$

$$\begin{cases} -c\ddot\gamma\,\mathrm{sen}\,\gamma - c\dot\gamma^2\cos\gamma = \ddot n\cos\nu - 2\dot n\dot\nu\,\mathrm{sen}\,\nu - n\ddot\nu\,\mathrm{sen}\,\nu - n\dot\nu^2\cos\nu \\ c\ddot\gamma\cos\gamma - c\dot\gamma^2\,\mathrm{sen}\,\gamma = \ddot n\,\mathrm{sen}\,\nu + 2\dot n\dot\nu\cos\nu + n\ddot\nu\cos\nu - n\dot\nu^2\,\mathrm{sen}\,\nu \end{cases}$$

$\Rightarrow \ddot n, \ddot\nu$

$\dot y_{G_1} = +t\dot\alpha\cos\alpha \qquad t = AG_1$

$\dot y_{G2} = +f\dot\nu\cos\nu \qquad f = DG_2$

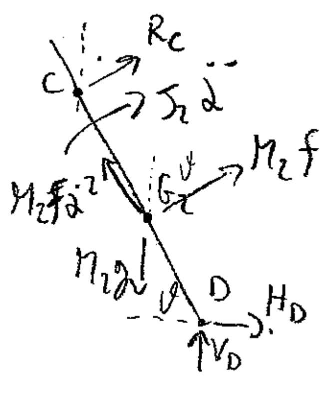
$$E_c = \frac{1}{2}M_1 t^2\dot\alpha^2 + \frac{1}{2}J_1\dot\alpha^2 + \frac{1}{2}M_2 f^2\dot\nu^2 + \frac{1}{2}J_2\dot\nu^2$$

$$-M_1 g t\dot\alpha\cos\alpha - M_2 g f\dot\nu\cos\nu + C_m\dot\alpha =$$

$$= M_1 t^2\dot\alpha\ddot\alpha + J_1\dot\alpha\ddot\alpha + M_2 f^2\dot\nu\ddot\nu + J_2\dot\nu\ddot\nu$$

$\Rightarrow C_m$ (2)

$\vartheta = \pi - \nu$, isolo il glifo



$$\circlearrowleft M_D^* = -M_2 g f\cos\vartheta + R_c n + M_2 f\ddot\alpha + J_2\ddot\alpha = 0$$

$\Rightarrow R_c$

$$F_x^* = R_c\,\mathrm{sen}\,\vartheta + H_D + M_2 f\ddot\alpha\,\mathrm{sen}\,\vartheta - M_2 f\dot\alpha^2\cos\vartheta = 0 \Rightarrow H_D$$

$$F_y^* = -M_2 g + R_c\cos\vartheta + V_D + M_2 f\ddot\alpha\cos\vartheta + M_2 f\dot\alpha^2\,\mathrm{sen}\,\vartheta = 0$$

$\Rightarrow V_D$ (3)

PROBLEMA N. 2

$$W_m + W_u + W_p = \cancel{dE_c/dt} = 0 \quad \text{REGIME}$$

$$W_m = C_m \omega_m$$

$$W_u = M_1 \vec{g} \times \vec{v} + M_2 \vec{g} \times \vec{v} - |T_1||v| - 2N_A f_v |v| - 2N_p f_v |v|$$

$$N_1 = M_1 g \cos\alpha$$

$$N_A + 2N_p = M_2 g \cos\alpha$$

$$W_u = M_1 g v \operatorname{sen}\alpha + M_2 g v \operatorname{sen}\alpha - f_D M_1 g \cos\alpha\, v - M_2 g \cos\alpha\, f_v v =$$
$$= [M_1 g (\operatorname{sen}\alpha - f_D \cos\alpha) + M_2 g (\operatorname{sen}\alpha - f_v \cos\alpha)]\, v \sim$$
$$\approx -0.40\, M_1 g < 0 \quad \Rightarrow \text{MOTO DIRETTO}$$

$$W_p = -(1-\eta_D) W_m \qquad \eta_D = \eta_1 \cdot \eta_2$$

$$\cancel{C_m \omega_m} + [M_1 g (\operatorname{sen}\alpha - f_D \cos\alpha) + M_2 g (\operatorname{sen}\alpha - f_v \cos\alpha)]\, v - (\cancel{1} - \eta_D)\, C_m \omega_m = 0$$

$$v = \omega_r R = \tau \omega_m R \qquad \tau = \tau_1 \cdot \tau_2$$

$$\eta_D C_m \frac{\cancel{v}}{\tau R} + [M_1 g (\operatorname{sen}\alpha - f_D \cos\alpha) + M_2 g (\operatorname{sen}\alpha - f_v \cos\alpha)]\, \cancel{v} = 0$$

$$\Rightarrow C_{m,re} = \frac{\tau R}{\eta_D} [M_1 g (f_D \cos\alpha - \operatorname{sen}\alpha) + M_2 g (f_v \cos\alpha - \operatorname{sen}\alpha)] \quad ①$$

CON $\overline{C}_m = 1{,}5\, C_{m,re}$ IL VEICOLO ACCELERA, IL MOTO È ANCORA DIRETTO.

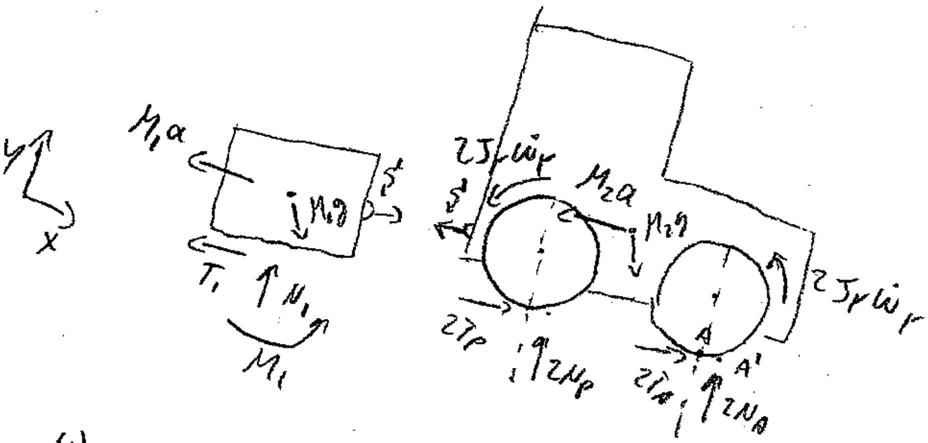
$$E_c = \frac{1}{2} M_1 v^2 + \frac{1}{2} M_2 v^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} J \omega_r^2 + \frac{1}{2} J_m \omega_m^2$$

$$W_p = -(1-\eta_D)(C_m \omega_m - J_m \dot{\omega}_m \omega_m)$$

$$\cancel{C_m \omega_m} + [M_1 g (\operatorname{sen}\alpha - f_D \cos\alpha) + M_2 g (\operatorname{sen}\alpha - f_v \cos\alpha)]\, v - (\cancel{1} - \eta_D)(C_m \omega_m - J_m \dot{\omega}_m \omega_m) =$$
$$= M_1 v a + M_2 v a + 4 J \omega_r \dot{\omega}_r + J_m \cancel{\omega_m} \dot{\omega}_m$$

$$\eta_D C_m \frac{\cancel{v}}{\tau R} + [M_1 g (\operatorname{sen}\alpha - f_D \cos\alpha) + M_2 g (\operatorname{sen}\alpha - f_v \cos\alpha)]\, \cancel{v} =$$
$$= \cancel{v}\, a \Big[\overbrace{M_1 + M_2 + 4 \frac{J}{R^2} + \eta_D \frac{J_m}{\tau^2 R^2}}^{M_E}\Big]$$

$$\bar{a} = \frac{1}{M_E}\left[\eta_D \frac{\bar{C}_m}{\tau R} + \left[M_1 g(\sin\alpha - f_D\cos\alpha) + M_2 g(\sin\alpha - f_V\cos\alpha)\right]\right] > 0 \qquad (2.1)$$

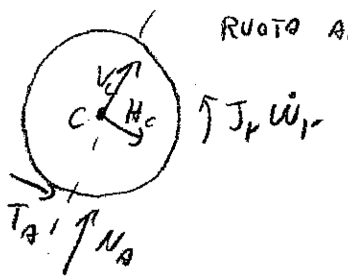


$$F_x^{*(1)} = M_1 g \sin\alpha + S' - T_1 - M_1\bar{a} = 0 \quad \Rightarrow S' \qquad [T_1 = f_D N_1]$$

$$M_{A'}^{*(2)} = M_2 g\cos\alpha\,(c+a) - M_2 g\sin\alpha\, b + S R - 2N_P l + M_2\bar{a}\, b + 4J_r\dot{\bar{\omega}}_r = 0$$

$$\Rightarrow N_P \qquad [u = f_V R] \quad , \Rightarrow N_A$$

$$F_x^{*(2)} = M_2 g\sin\alpha - S' + 2T_P + 2T_A - M_2\bar{a} = 0$$



RUOTA ANTERIORE $M_C^{*(A)} = N_A u + T_A R + J_r\dot{\bar{\omega}}_r = 0 \Rightarrow T_A \Rightarrow T_P$

$|T_P| \le f_S |N_P|$ (2.2) VERIFICA ADERENZA

DA REGIME, $C_m = 0$ $\quad W_i = -J_m\dot{\omega}_m\omega_m > 0$ MOTO DIRETTO, VEICOLO RALLENTA

$$\tilde{a} = \frac{1}{M_E}\left[M_1 g(\sin\alpha - f_D\cos\alpha) + M_2 g(\sin\alpha - f_V\cos\alpha)\right] < 0 \qquad (3)$$