Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria Docente:		II Appello 27 Giugno 2017
Cognome:	Nome:	Matricola:

• **Tutte le risposte devono essere motivate. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli. I fogli di brutta non devono essere consegnati. Gli esercizi richiedono l'uso di Matlab. Riportare sul foglio esclusivamente gli output richiesti.**

SPAZIO RISERVATO ALLA COMMISSIONE

Esercizio 1	
Esercizio 2	
Esercizio 3	
Totale	

DOMANDA 1 (10 punti) Si consideri il seguente problema:

$$\begin{cases} -2u''(x) - 3u'(x) = \sin x, \quad 0 < x < 1 \\ u'(0) = -2 \\ u(1) = -1\,. \end{cases} \tag{1}$$

1. (T)(3 pt) Si ricavi la formulazione debole del problema giustificando i passaggi e motivando la scelta degli spazi funzionali.

2. (T)(3 punti) Si dimostri che la forma bilineare ottenuta al punto precedente è coerciva, precisando in quale norma.

3. (T)(2 pt) Si enunci con precisione il lemma (o teorema) di Lax-Milgram.

4. (E)(2 pt) Si disegnino con precisione le funzioni di base dello spazio di elementi finiti lineari e quadratici definiti su una partizione uniforme dell'intervallo $[0, 1]$ di passo $h = 1/3$, che approssimano lo spazio funzionale scelto per la formulazione debole.

DOMANDA 2 (10 punti) Si consideri il sistema di due equazioni in due incognite non lineare

$$\begin{cases} F_1(x,y) = \cos(x^2+y^2) = 0 \\ F_2(x,y) = y^3 + \sin x = 0\,. \end{cases}$$

1. (T)(2 pt)Si ricavi il metodo di Newton semplice per la ricerca di zeri di <u>sistemi</u> non lineari.

2. (T) (2 pt) Si enunci con precisione un risultato sulla velocità di convergenza del metodo di Newton.

3. (E)(2 pt) Si calcoli la matrice jacobiana della funzione $F(x,y)$.

4. (M)(2+2 pt) Si scrivano le anonymous functions Matlab che preso in input una coppia di numeri (x, y), restituiscono rispettivamente $F(x, y)$ e la matrice jacobiana.

   Si implementi in Matlab l'algoritmo illustrato al punto 1 e si calcoli la soluzione (α, β) dell'equazione a partire del punto $(x_0, y_0) = (-1, 1)$ con tolleranza $tol = 1e-8$. Si riportino su questo foglio la soluzione (α, β) ed il numero di iterazioni.

DOMANDA 3(12 punti)

Si consideri la funzione $f(x) = \arctan(5x)$.

1. (T) (2 pt) Dato un insieme di punti $\{x_j\}$, $j = 0, \ldots, N$, si definisca il polinomio interpolante di Lagrange della funzione $f(x)$ nei punti $\{x_j\}$.

2. (T) (3 pt) Si enunci un teorema di esistenza e unicità per il polinomio interpolante di Lagrange. Si dimostri l'unicità.

3. (E) (2 pt) Si scriva il polinomio interpolante di Lagrange della $f(x)$ data relativo ai nodi $0, \sqrt{3}/15, 1/5$ utilizzando l'opportuna base lagrangiana.

4. (M) (2 pt) Con l'utilizzo di Matlab, si costruiscano il polinomio interpolante di Lagrange

$\Pi_7 f$ relativo a nodi equispaziati ed il polinomio interpolante di Lagrange $\hat{\Pi}_7 f$ relativo alla distribuzione di Chebyshev nell'intervallo $[0, 2]$. Si riportino i polinomi.

5. (M) (2 pt) Si rappresenti graficamente l'andamento degli errori $\varepsilon(x) = |f(x) - \Pi_7 f(x)|$ e $\hat{\varepsilon}(x) = |f(x) - \hat{\Pi}_7 f(x)|$. Si riporti il grafico

6. (M) (1 pt) Si calcoli la norma infinito (o norma del sup) di $\varepsilon(x)$ e $\hat{\varepsilon}(x)$. Si riportino i valori ed un commento.