

Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria Docente:		II Appello 27 Giugno 2017
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Tutte le risposte devono essere motivate. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli. I fogli di brutta non devono essere consegnati. Gli esercizi richiedono l'uso di Matlab. Riportare sul foglio esclusivamente gli output richiesti.

SPAZIO RISERVATO ALLA COMMISSIONE

Esercizio 1	
Esercizio 2	
Esercizio 3	
Totale	

DOMANDA 1 (10 punti) Si consideri il seguente problema:

$$\begin{cases} -2u''(x) - 3u'(x) = \sin x, & 0 < x < 1 \\ u'(0) = -2 \\ u(1) = -1. \end{cases} \quad (1)$$

1. (T)(3 pt) Si ricavi la formulazione debole del problema giustificando i passaggi e motivando la scelta degli spazi funzionali.

2. (T)(3 punti) Si dimostri che la forma bilineare ottenuta al punto precedente è coerciva, precisando in quale norma.



3. (T)(2 pt) Si enunci con precisione il lemma (o teorema) di Lax-Milgram.



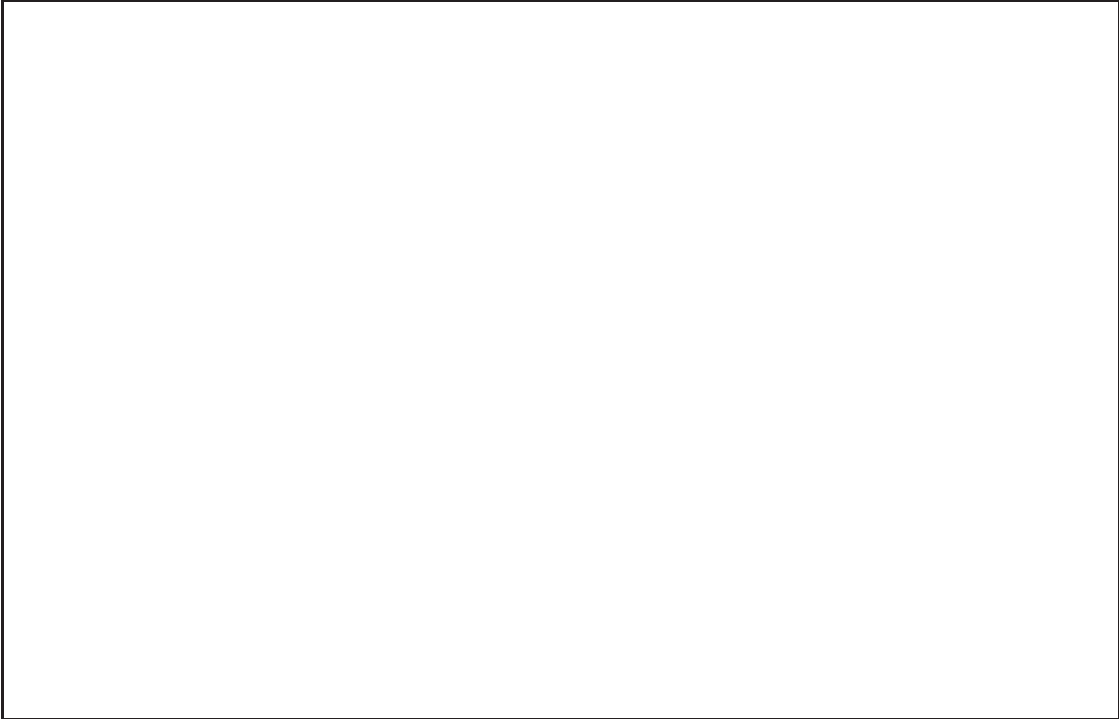
4. (E)(2 pt) Si disegnino con precisione le funzioni di base dello spazio di elementi finiti lineari e quadratici definiti su una partizione uniforme dell'intervallo $[0, 1]$ di passo $h = 1/3$, che approssimano lo spazio funzionale scelto per la formulazione debole.



DOMANDA 2 (10 punti) Si consideri il sistema di due equazioni in due incognite non lineare

$$\begin{cases} F_1(x, y) = \cos(x^2 + y^2) = 0 \\ F_2(x, y) = y^3 + \sin x = 0. \end{cases}$$

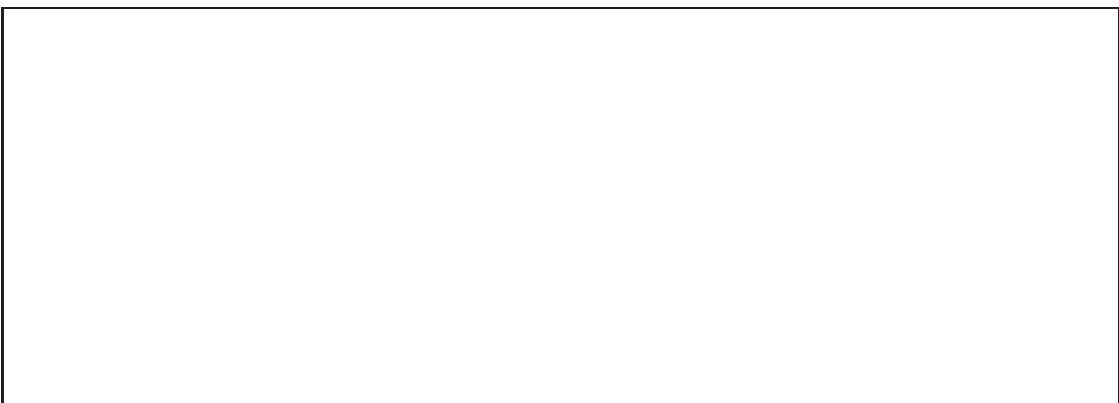
1. (T)(2 pt) Si ricavi il metodo di Newton semplice per la ricerca di zeri di sistemi non lineari.



2. (T) (2 pt) Si enunci con precisione un risultato sulla velocità di convergenza del metodo di Newton.



3. (E)(2 pt) Si calcoli la matrice jacobiana della funzione $F(x, y)$.



4. (M)(2+2 pt) Si scrivano le anonymous functions Matlab che preso in input una coppia di numeri (x, y) , restituiscono rispettivamente $F(x, y)$ e la matrice jacobiana.

Si implementi in Matlab l'algoritmo illustrato al punto 1 e si calcoli la soluzione (α, β) dell'equazione a partire dal punto $(x_0, y_0) = (-1, 1)$ con tolleranza $tol = 1e - 8$. Si riportino su questo foglio la soluzione (α, β) ed il numero di iterazioni.

DOMANDA 3(12 punti)

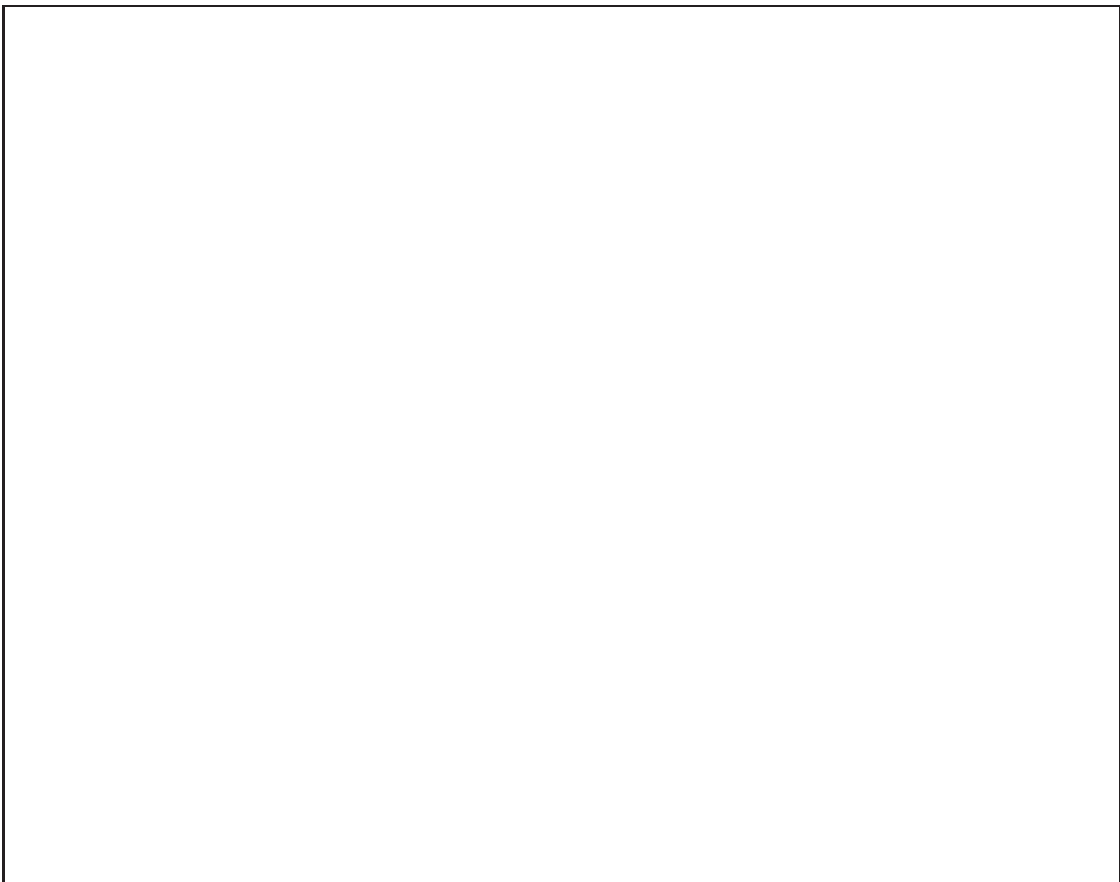
Si consideri la funzione $f(x) = \arctan(5x)$.

1. (T) (2 pt) Dato un insieme di punti $\{x_j\}$, $j = 0, \dots, N$, si definisca il polinomio interpolante di Lagrange della funzione $f(x)$ nei punti $\{x_j\}$.

2. (T) (3 pt) Si enunci un teorema di esistenza e unicit  per il polinomio interpolante di Lagrange. Si dimostri l'unicit .

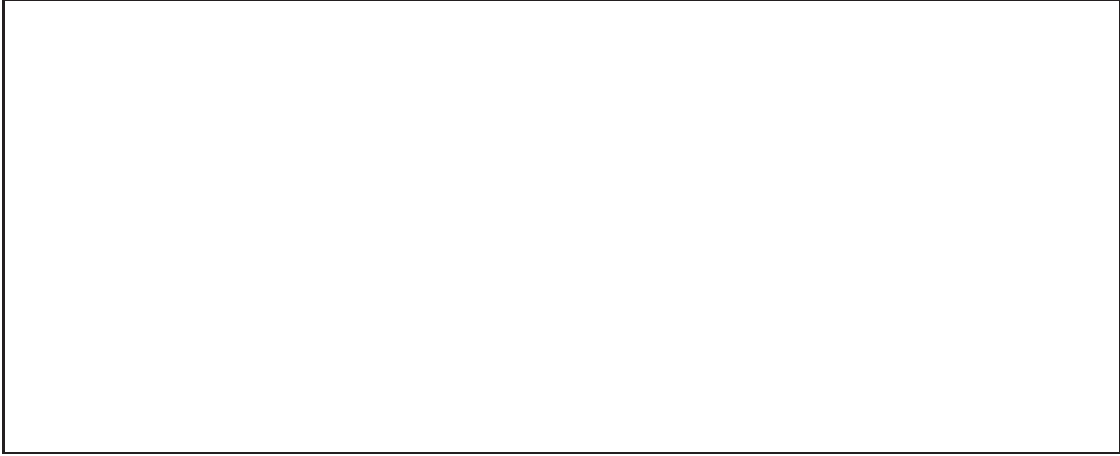


3. (E) (2 pt) Si scriva il polinomio interpolante di Lagrange della $f(x)$ data relativo ai nodi $0, \sqrt{3}/15, 1/5$ utilizzando l'opportuna base lagrangiana.



4. (M) (2 pt) Con l'utilizzo di Matlab, si costruiscano il polinomio interpolante di Lagrange

$\Pi_7 f$ relativo a nodi equispaziati ed il polinomio interpolante di Lagrange $\hat{\Pi}_7 f$ relativo alla distribuzione di Chebyshev nell'intervallo $[0, 2]$. Si riportino i polinomi.



5. (M) (2 pt) Si rappresenti graficamente l'andamento degli errori $\varepsilon(x) = |f(x) - \Pi_7 f(x)|$ e $\hat{\varepsilon}(x) = |f(x) - \hat{\Pi}_7 f(x)|$. Si riporti il grafico



6. (M) (1 pt) Si calcoli la norma infinito (o norma del sup) di $\varepsilon(x)$ e $\hat{\varepsilon}(x)$. Si riportino i valori ed un commento.

