Università degli Studi di Perugia

Facoltà di Ingegneria

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale

Anno Accademico 2010 - 2011

Esercizi di Fisica Tecnica

1) Individuare sul diagramma P-v, punti e trasformazioni indicati sul diagramma P-T.

Il diagramma di stato di una sostanza pura sul piano P-T è il seguente:

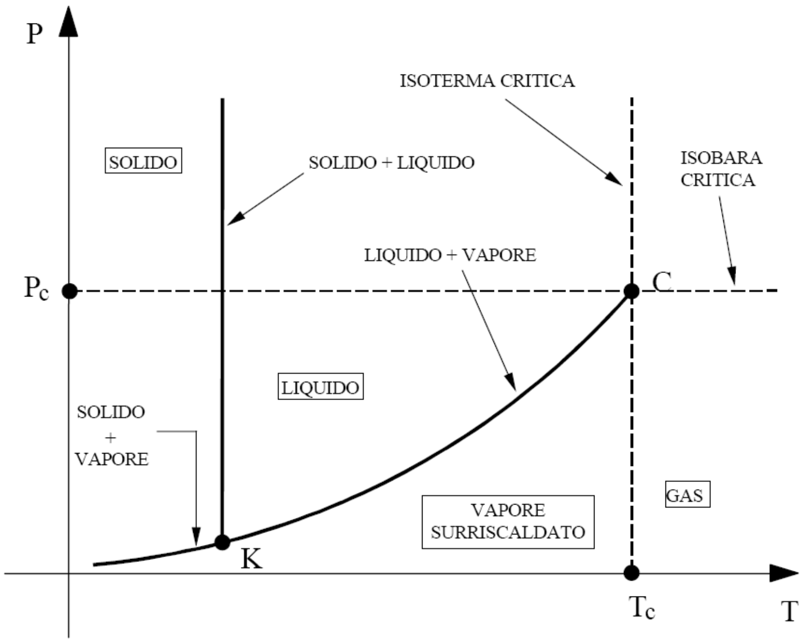


Diagramma P-T di una sostanza pura (diagramma delle fasi).

C = Punto Critico. K = Punto Triplo. T_c = Temperatura Critica. P_c = Pressione Critica.

Sul piano P-v, invece, è questo:

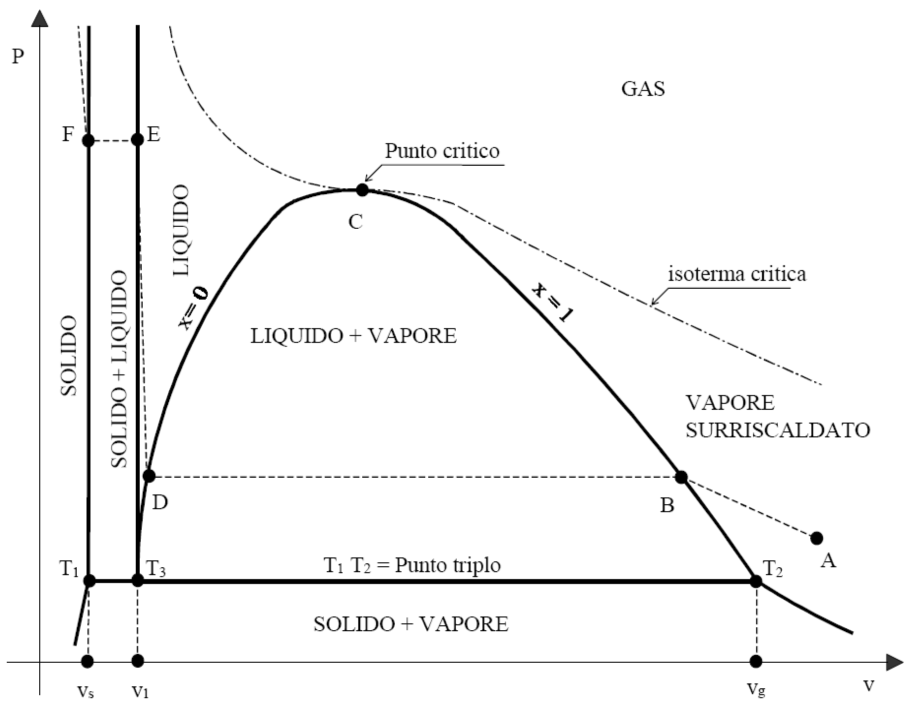
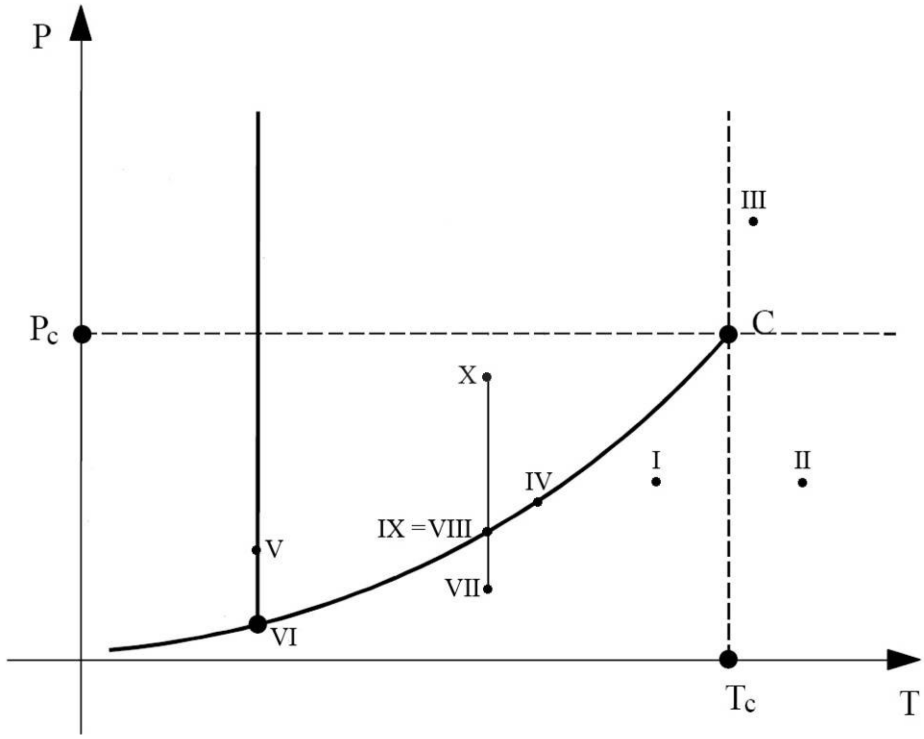
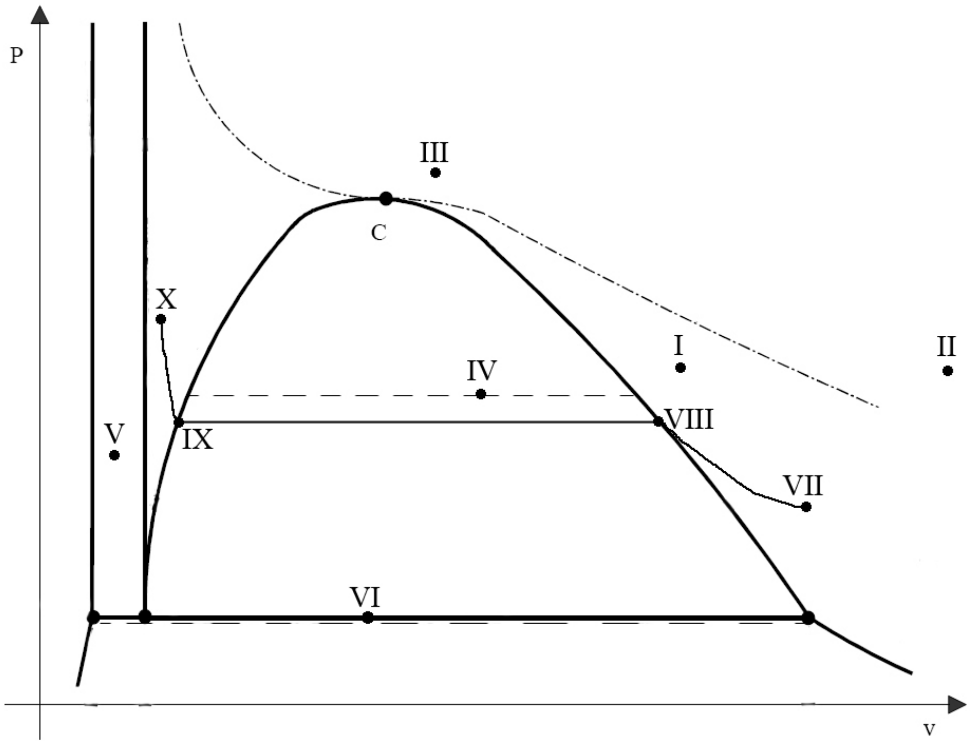


Diagramma P-v di una sostanza pura.

ABCDEF = generica isoterma.





Punto I:

si trova nel campo di esistenza del vapore surriscaldato;

si trova alla pressione $P = P_I < P_C$;

si trova alla temperatura $T_I < T_C$, $T_I > T_3$.

Punto II:

si trova nel campo di esistenza del gas;

si trova alla pressione $P = P_I = P_{II} < P_C$;

si trova alla temperatura $T_I > T_C$, $T_I > T_3$.

Punto III:

si trova nel campo di esistenza del gas;

si trova alla pressione $P = P_{III} > P_C$;

si trova alla temperatura $T_{III} > T_C$, $T_{III} > T_3$.

Punto IV:

si trova nel campo di esistenza del vapore saturo (liquido + vapore);

si trova alla pressione $P = P_{IV} < P_{C.}$

si trova alla temperatura $T_{IV} < T_C$, $T_{IV} > T_3$.

Punto V:

si trova nel campo di esistenza del liquido + solido;

si trova alla pressione $P = P_V < P_C$;

si trova alla temperatura $T_V < T_C$, $T_V > T_3$.

Punto VI:

si trova nel campo di esistenza del vapore + liquido + gas;

si trova alla pressione $P = P_{VI} < P_C$;

si trova alla temperatura $T_{VI} < T_C$, $T_I = T_3$.

Trasformazione Isoterma dal punto VII:

nel diagramma P-T i punti VIII e IX coincidono (le due linee isotitolo X=1 e X=0 sono sovrapposte);

nel diagramma P-v è da notare che, nella campana dei vapori saturi, le isobare e le isoterme coincidono.

Note:

- con T_3 e P_3 sono indicate le temperature e le pressioni del punto triplo; con T_C e P_C sono indicate, invece, le temperature e le pressioni critiche);
- Il punto IV ed il punto VI, nel diagramma P-v, sono indicati (per comodità) con un solo punto; in realtà rappresentano un segmento (indicato con il tratteggio).

2) Calcolare il lavoro reversibile compiuto da un sistema cilindro-pistone che comprime 2 moli di azoto puro, considerando il caso di sistema chiuso e trasformazione reversibile.

Dati:

- ***V_1 = 30 l; V_2 = 10 l;***
- ***T_1 = T_2 = 300 K;***
- ***R_{N2} = (tab. 2.3 pag. 58) 0,297 kJ/kgK;***
- ***Peso atomico dell'azoto = 14;***
- ***Costanti dell'equazione di van der Waals (tab. 2.4 pag. 62): a = 72,72 m^6Pa/kg^2; b = 0,89*10^{-3} m^3/kg;***
- ***T_c (azoto) = 126,27 K.***

Per un sistema chiuso, il lavoro reversibile si calcola con il seguente integrale:

$$L_{1-2} = \int_1^2 P\,dv$$

<u>Caso di gas ideale</u> ($Pv = RT$):

$$Pv = RT \rightarrow P = \frac{RT}{v}$$

$$L_{12} = \int_1^2 P\,dv = \int_1^2 \frac{RT}{v}dv = RT\int_1^2 \frac{1}{v}dv = RT(\ln v_2 - \ln v_1) = RT\left(\ln\frac{v_2}{v_1}\right)$$

$v = \frac{V}{m}$ dove V è il volume in m^3 ed m è la massa in kg

$$numero\ moli = \frac{massa\ in\ g}{peso\ molecolare} \rightarrow massa\ in\ g = numero\ moli \cdot peso\ molecolare =$$

$$= 2 \cdot 28 = 56\ g = 0{,}056\ kg$$

Si ottiene quindi: $v_1 = \frac{0{,}03}{0{,}056} = 0{,}5357\ \frac{m^3}{kg}$; $v_2 = \frac{0{,}01}{0{,}056} = 0{,}1786\ \frac{m^3}{kg}$

$$L_{12} = RT\left(\ln\frac{v_2}{v_1}\right) = 0{,}297 \cdot 300 \cdot \left(\ln\frac{0{,}1786}{0{,}5357}\right) = -97{,}87\ \frac{kJ}{kg}$$

<u>Caso di fluido di van der Waals</u> ($(v-b)\left(P + \frac{a}{v^2}\right) = RT$): (forze attrazione intermolecolari + molecole con volume proprio)

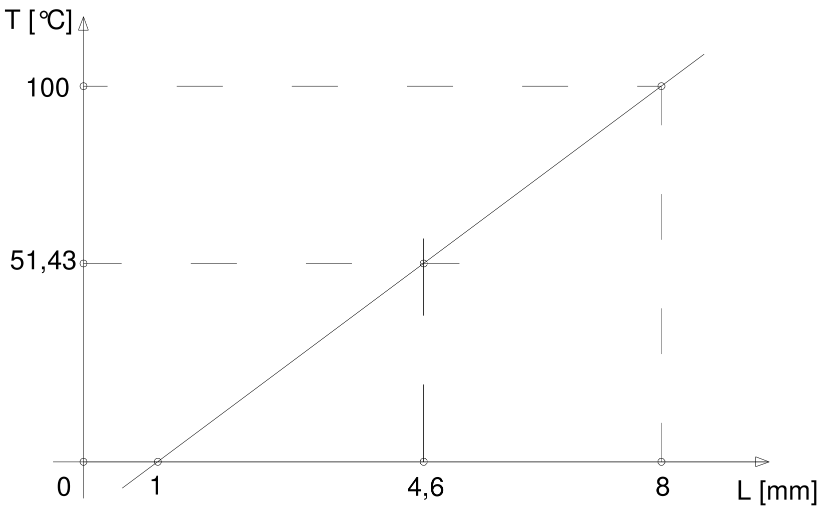
$$(v-b)\left(P + \frac{a}{v^2}\right) = RT \rightarrow P = \left(\frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}\right)$$

$$L_{12} = \int_1^2 P\,dv = \int_1^2 \left(\frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}\right)dv = \int_1^2 \frac{RT}{v-b}dv - \int_1^2 \frac{a}{v^2}dv = RT\int_1^2 \frac{1}{v-b}dv - a\int_1^2 \frac{1}{v^2}dv =$$

$$= RT\ln\left(\frac{v_2 - b}{v_1 - b}\right) + a\left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1}\right) = -98{,}44\ \frac{kJ}{kg}$$

3) Assumendo che, in condizioni di equilibrio termico con il ghiaccio a pressione atmosferica, un'asta di mercurio misuri 1 mm e che all'equilibrio termico con il punto di ebollizione dell'acqua a pressione atmosferica misuri 8 mm, determinare una scala di temperatura.
Si supponga, inoltre, di immergere l'asta in un fluido e di misurare, una volta raggiunto l'equilibrio termico, una lunghezza dell'asta di 4,6 mm.

$\Delta L = L_{finale} - L_{iniziale} = 8 - 1 = 7$ mm
$\Delta T = T_{finale} - T_{iniziale} = 100 - 0 = 100$ °C
$\Delta L / \Delta T = 7 / 100 = 0{,}07$ mm/°C
ovvero, ogni grado centigrado, l'asta si allunga (o accorcia) di 0,07 mm.
Una lunghezza di 4,6 mm corrisponde ad un allungamento di 3,6 mm *(4,6 – 1)*
$\Delta L / \Delta T = 0{,}07 \rightarrow \Delta T = \Delta L / 0{,}07 = 3{,}6 / 0{,}07 = 51{,}43$ °C



4) Classificare quantitativamente e qualitativamente le seguenti forme di energia:

Quantitativo di energia	*Tipologia di energia*
20 kJ	Potenziale
10000 cal	Calore a 400 K
5 kcal	Cinetica
50 Wh	Lavoro
20000 J	Calore a 1000 °C

Per confrontare quantitativamente le differenti fonti di energia basta portarle tutte alla stessa unità di misura (si sceglie quella del Sistema Internazionale), il Joule (ed il suoi multipli/sottomultipli).

Quantitativo di energia	*Tipologia di energia*		
20 kJ	Potenziale	20000 J	20 kJ
10000 cal	Calore a 400 K	10000 * 4,186 = 41860 J	41,86 kJ
5 kcal	Cinetica	5000 * 4,186 = 20930 J	20,93 kJ
50 Wh	Lavoro	50 * 3600 = 180000 J	180 kJ
20000 J	Calore a 1000 °C	20000 J	20 kJ

Si ricorda che: 1 cal = 4,186 J; 1 Cal (grande caloria) = 1000 cal; 1 W = 1J / 1s

Per un confronto qualitativo occorre utilizzare la definizione di rendimento del ciclo di Carnot (ciclo di massimo rendimento fissate le temperature di funzionamento).

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

dove con T_2 si intende la temperatura a cui viene ceduto il calore (es. $T_2 = T_{ambiente} = 300\ K$) e con T_1 la temperatura di ingresso.

Moltiplicando, quindi, l'energia a disposizione per il rendimento di Carnot, si ottiene il massimo lavoro eseguibile.

Quantitativo di energia	*Tipologia di energia*		*Confronto quantitativo*	η_{carnot}	*Confronto qualitativo*
20 kJ	Potenziale	20000 J	20 kJ	----------	20 kJ
10000 cal	Calore a 400 K	10000 * 4,186 = 41860 J	41,86 kJ	$1 - \frac{300}{400} = 0{,}25$	10,46 kJ
5 kcal	Cinetica	5000 * 4,186 = 4186 J	20,93 kJ	----------	20,93 kJ
50 Wh	Lavoro	50 * 3600 = 180000 J	180 kJ	----------	180 kJ
20000 J	Calore a 1000 °C	20000 J	20 kJ	$1 - \frac{300}{1273} = 0{,}76$	15,2 kJ

5) Supponiamo di voler comprimere adiabaticamente 20 grammi di H_2 (ipotizzare il comportamento di gas ideale) a 300 K, da 1 bar a 10 bar, con un sistema cilindro pistone; il pistone ha una superficie di 0,5 m^2.
Calcolare il lavoro reversibile e quelli irreversibili considerando che per ottenere tale compressioni si impiegano rispettivamente 300 e 60 secondi con rispettive forze di reazione di 500 e 800 N.
Dati sull'idrogeno:

R = 4,124 kJ/kgK;

γ_p = calore specifico a P costante (a 25 °C e bassa P) = 14,302 kJ/kgK;

γ_v = calore specifico a V costante (a 25 °C e bassa P) = 10,178 kJ/kgK.

$$L_{rev} = \int_A^B P \; dv$$

La trasformazione è adiabatica, quindi vale la relazione $Pv^k = \text{cost}$

$$Pv^k = \text{cost} \rightarrow P = \frac{\text{cost}}{v^k}; \; k = \frac{\gamma_p}{\gamma_v} = \frac{14,302}{10,178} = 1,405$$

$$\text{cost} = P_1 v_1^{\;k}; \; v_1 = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{4124 \cdot 300}{100000} = 12,372 \frac{m^3}{kg}; \; \text{cost} = 100000 \cdot 12,372^{1,405} = 3426716 \frac{J}{kg}$$

$$v_2 = \sqrt[k]{\frac{\text{cost}}{P_2}} = \sqrt[1,405]{\frac{3426716}{1000000}} = \sqrt[1,405]{3,43} = 2,404 \frac{m^3}{kg}$$

$$L_{rev} = \int_A^B P \, dv = \int_{v_1}^{v_2} \frac{\text{cost}}{v^k} dv = \text{cost} \cdot \frac{v_2^{\;1-k} - v_1^{\;1-k}}{1-k} = \text{cost} \cdot \frac{2,404^{-0,405} - 12,372^{-0,405}}{1-1,405} =$$

$$= -3426716 \cdot 0,839 = -2,875 \cdot 10^6 \frac{J}{kg} = -2875 \frac{kJ}{kg} \quad (\textit{lavoro reversibile})$$

$$= -2875 \cdot 0,02 = -57,5 \, kJ$$

$$L_{irr} = L_{rev} + \int R \cdot dx$$

dove *R* è la forza che si contrappone al moto di avanzamento del pistone (attrito).

R_1 = 500 N; R_2 = 800 N

$$L_{irr} = L_{rev} + \int R \cdot dx = L_{rev} + R \cdot (x_2 - x_1) = L_{rev} + R \cdot \Delta x$$

$\Delta x = \frac{\Delta V}{S}$ dove ΔV è la variazione di volume ed *S* è la superficie del pistone.

$$\Delta V = \Delta v \cdot m = (v_2 - v_1) \cdot m = (2,404 - 12,372) \cdot 0,02 = -0,199 \, m^3$$

$$\Delta x = \frac{\Delta V}{S} = -\frac{0,199}{0,5} = -0,398 \; m$$

$$L_{irr} = L_{rev} + R \cdot \Delta x \rightarrow L_{irr(1)} = L_{rev} + R_1 \cdot \Delta x = -57500 - 500 \cdot 0,398 = -57699 \, J \quad (\textit{lavoro irreversibile})$$

$$L_{irr(2)} = L_{rev} + R_2 \cdot \Delta x = -57500 - 800 \cdot 0,398 = -57818 \, J \quad (\textit{lavoro irreversibile})$$

Per calcolare quanta potenza occorre nel primo dei due casi, si utilizza la seguente formula:

$$Potenza = P = \frac{L}{t} = \frac{lavoro}{tempo} \left(= \frac{[J]}{[s]} = [W] \right) = \frac{57699}{300} = 192,33 \, W$$

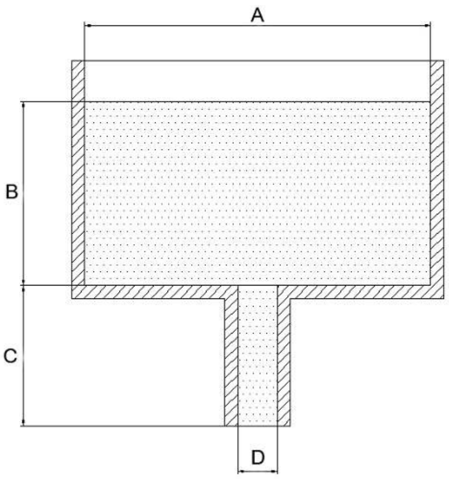
nel secondo caso, invece:

$$P = \frac{57818}{60} = 963,63 \, W$$

6) Si consideri una massa d'acqua contenuta in un serbatoio. Alla parte inferiore del serbatoio è collegato un condotto cilindrico.

Trascurando le perdite di carico, determinare:

- ***la velocità di uscita dell'acqua;***
- ***la portata in volume;***
- ***la portata in massa.***



Dati:

A = 5 m

B = 4,5 m

C = 3,5 m

D = 0,6 m

Per la risoluzione di questo esercizio si utilizza l'equazione di Bernoulli:

$$g\, z_1 + P_1\, v + \frac{1}{2} V_1^{\,2} = g\, z_2 + P_2\, v + \frac{1}{2} V_2^{\,2} + R_{12}$$

I pedici *1* e *2* si riferiscono a due sezioni (si scelgono arbitrariamente le più "convenienti"):

sezione *1* = pelo libero dell'acqua;

sezione *2* = uscita dell'acqua.

$P_1 = P_2$ = pressione atmosferica;

$V_1 \approx 0$; V_1 è l'incognita;

$R_{12} = 0$ (da testo).

$$g\, z_1 = g\, z_2 + \frac{1}{2} V_2^{\,2} \rightarrow \frac{1}{2} V_2^{\,2} = g\, z_1 - g\, z_2 \rightarrow V_2^{\,2} = 2g(z_1 - z_2) \rightarrow V_2 = \sqrt{2g(z_1 - z_2)} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 8} = \sqrt{156{,}96} = 12{,}53 \frac{m}{s} \quad \left(= 12{,}53 \cdot 3{,}6 = 45{,}1\ \frac{km}{h} \right)$$

$$portata\ in\ volume = G_V = A \cdot V = \frac{\pi\, d^2}{4} \cdot V_2 = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}6^2}{4} \cdot 12{,}53 = 3{,}54 \frac{m^3}{s} \quad \left(= 0{,}283 \cdot 1000 = 283\ \frac{l}{s} \right)$$

$$portata\ in\ massa = G_M = \rho \cdot A \cdot V = 1000 \cdot 0{,}283 = 283\ \frac{kg}{s}$$

7) Dato un condotto cilindrico in acciaio della lunghezza di 16,5 metri, dove scorre un fluido di caratteristiche note, calcolare le perdite di carico ripartite.

Dati:

- $\boldsymbol{D = 0{,}85\ \mathrm{m}}$;
- $\boldsymbol{\mu = 10^{-3}\ \mathrm{kg/m\ s}}$;
- $\boldsymbol{V = 3{,}5\ \mathrm{m/s}}$;
- $\boldsymbol{\rho = 950\ \mathrm{kg/m^3}}$.

Per il calcolo delle perdite di carico ripartite è indispensabile conoscere la tipologia di moto del fluido (laminare/turbolento); per far ciò si utilizza il numero di Reynolds:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho\, V\, D}{\mu}\left(=\frac{V\, D}{\nu}\right)$$

Re < 2000 → moto laminare

2000 < Re < 3000 → transizione

Re > 3000 → moto turbolento

dove:

- ρ = densità del fluido [kg/m^3];
- V = velocità del fluido nel condotto [m/s];
- D = diametro interno del condotto [m].
- μ = viscosità dinamica [kg/m s];
- ν = viscosità cinematica [m^2/s].

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho\, V\, D}{\mu} = \frac{950 \cdot 3{,}5 \cdot 0{,}85}{10^{-3}} = 2{,}826 \cdot 10^{6} \quad \rightarrow \quad \text{moto turbolento}$$

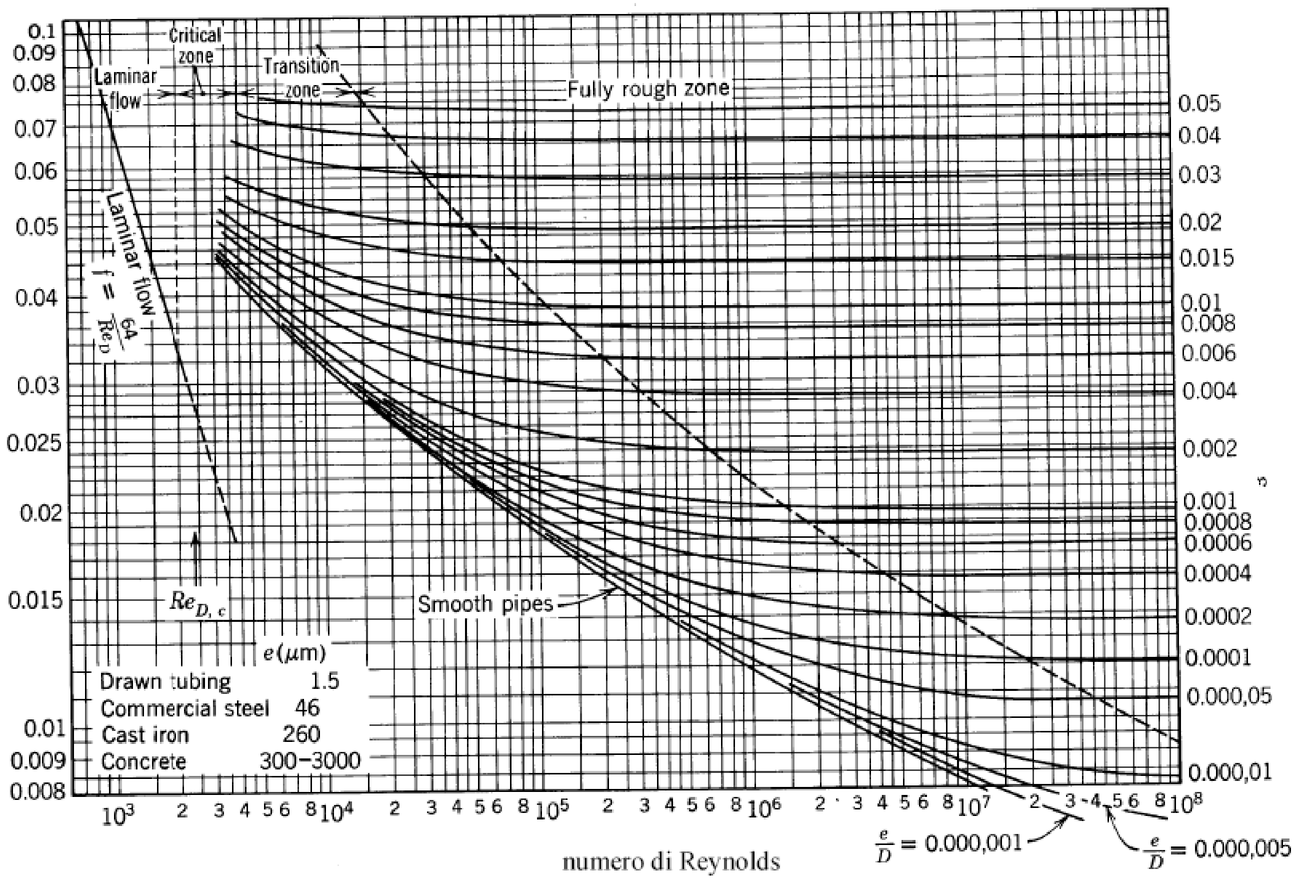
In tal caso si fa riferimento all'equazione

$$\frac{dR}{dx} = \frac{f\ \rho\ V^2}{2\ D} \rightarrow R = \frac{f\ \rho V^2\, l}{2\ D} \qquad \left(\text{dimensionalmente} = \frac{kg}{m^3}\cdot\frac{m^2}{s^2}\cdot m \cdot \frac{1}{m} = \frac{kg}{m\, s^2} = \frac{N}{m^2} = Pa\right)$$

dove:

- R = perdite di carico ripartite [Pa];
- f = fattore di attrito [adimensionale];
- ρ = densità del fluido [kg/m^3];
- V = velocità del fluido nel condotto [m/s];
- l = lunghezza del condotto [m];
- D = diametro interno del condotto [m].

Per trovare f occorre utilizzare il diagramma di Moody.



Per muoversi all'interno del diagramma di Moody occorre conoscere due valori:

- il numero di Reynolds (Re); questo valore è già stato calcolato: Re = $2{,}826 \; 10^6$.
- la scabrezza relativa (ε).

$$\varepsilon = \frac{e}{D} = \frac{indice\ di\ scabrezza}{diametro}$$

L'indice di scabrezza si trova tabellato.

Tabella 4.3: *indice di scabrezza* ***e*** *per alcuni tubi di comune impiego.*

Tipo di tubo	*Indice di scabrezza (mm)*
Tubi di acciaio nuovi	0.04 ÷ 0.15
Tubi di acciaio usati	0.10 ÷ 0.20
Tubi di acciaio incrostati	0.20 ÷ 0.50
Tubi di acciaio lisciati	0.30 ÷ 0.80
Polietilene	0.1
Fibra di vetro	0.05 ÷ 0.09
Vetro	0.0015

In questo caso prendiamo il valore centrale del range 0,04÷0,15 ovvero 0,095 mm (0,000095 m).

$$\varepsilon = \frac{e}{D} = \frac{0{,}000095}{0{,}85} = 0{,}000112$$

Utilizzando i valori di *Re* e *ε* calcolati, si trova su diagramma di Moody il valore *f* = 0,013.

$$\frac{dR}{dx} = \frac{f\ \rho\ V^2}{2\ D} \rightarrow R = \frac{f\ \rho V^2\ l}{2\ D} = \frac{0{,}013 \cdot 950 \cdot 3{,}5^2 \cdot 16{,}5}{2 \cdot 0{,}85} = \frac{2496{,}24}{1{,}7} = 1468{,}4\,Pa$$

8) Si supponga di dover trasportare acqua da un serbatoio ad un altro posto ad una quota maggiore (si faccia riferimento allo schema riportato di seguito).

Calcolare:

- le perdite ripartite nel condotto che unisce i due serbatoi.

Dati:

lunghezza condotto = 15 m;

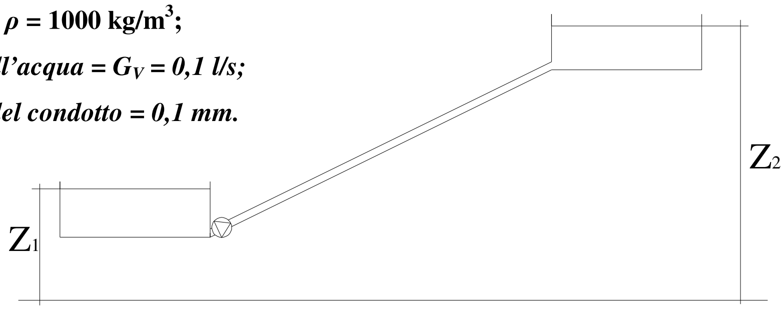
diametro interno condotto = 10 cm;

viscosità dinanica dell'acqua = μ = 10^{-3} kg/m s;

densità dell'acqua = ρ = 1000 kg/m^3;

portata volumica dell'acqua = G_V = 0,1 l/s;

indice di scabrezza del condotto = 0,1 mm.



Per il calcolo delle perdite di carico ripartite è indispensabile conoscere la tipologia di moto del fluido (laminare/turbolento); per far ciò si utilizza il numero di Reynolds:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho\, V\, D}{\mu} \left(= \frac{V\, D}{\nu} \right)$$

Re < 2000 → moto laminare

2000 < Re < 3000 → transizione

Re > 3000 → moto turbolento

dove:

ρ = densità del fluido [kg/m^3];

V = velocità del fluido nel condotto [m/s];

D = diametro interno del condotto [m].

μ = viscosità dinamica [kg/m s];

ν = viscosità cinematica [m^2/s].

Ricavo il valore della velocità dalla portata e dalla sezione del condotto:

$$V = \frac{G_V}{A} = \frac{0{,}0001}{\frac{\pi\, D^2}{4}} = \frac{0{,}0001}{0{,}007854} = 0{,}0127 \ \frac{m}{s}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho\, V\, D}{\mu} = \frac{1000 \cdot 0{,}0127 \cdot 0{,}1}{10^{-3}} = 1273 \qquad \rightarrow \quad \text{moto laminare}$$

$$f = \frac{16}{\mathrm{Re}} = \frac{16}{1273} = 0{,}013$$

$$\frac{dR}{dx} = \frac{f\ \rho\ V^2}{2\, D} \rightarrow R = \frac{f\ \rho V^2\, l}{2\, D} = \frac{0{,}013 \cdot 1000 \cdot 0{,}0127^2 \cdot 15}{0{,}2} = 0{,}15\ Pa$$

9) Si consideri l'impianto di sollevamento d'acqua, a cielo aperto, rappresentato in figura. Considerando le perdite di carico concentrate e distribuite, calcolare:

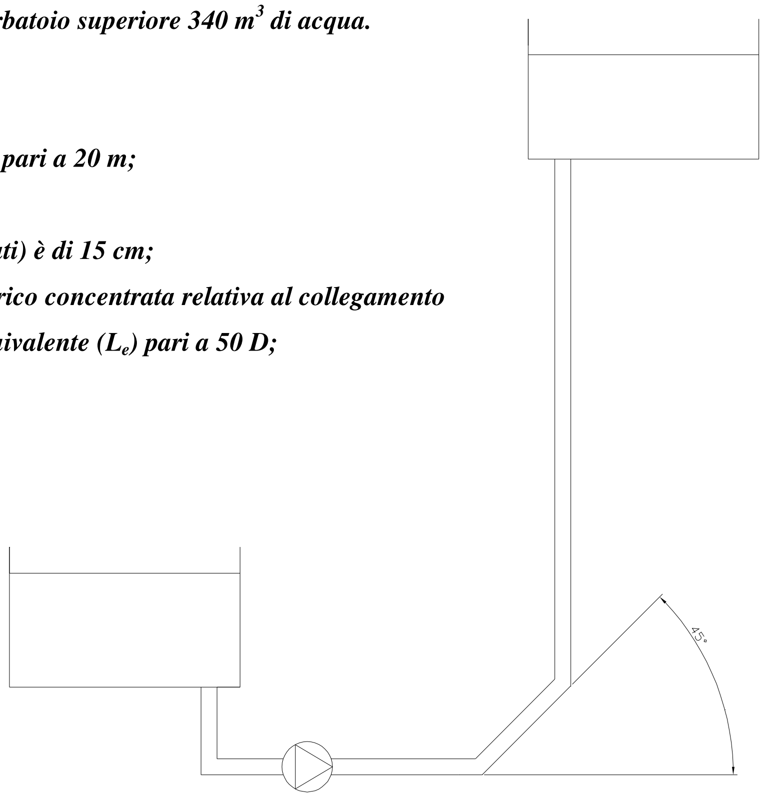
a) la prevalenza della pompa necessaria a mantenere nel condotto una portata in volume pari a 0,01 m^3/s;

b) la potenza della pompa;

c) la spesa necessaria (in €) a far fluire nel serbatoio superiore 340 m^3 di acqua.

Dati:

- ***la differenza di quota tra i due peli liberi è pari a 20 m;***
- ***la lunghezza totale dei tubi è di 28 m;***
- ***il diametro dei condotti (tubi di acciaio usati) è di 15 cm;***
- ***assumere, per il calcolo della perdita di carico concentrata relativa al collegamento della pompa al circuito, una lunghezza equivalente (L_e) pari a 50 D;***
- ***viscosità dinamica = $\mu = 10^{-3}$ kg/m s;***
- ***densità dell'acqua = ρ = 1000 kg/m^3;***
- ***costo energia elettrica =0,0773 €/kWh;***
- ***rendimento pompa = η_P = 0,78;***
- ***rendimento motore elettrico = η_E = 0,9.***



Breve ripasso teorico:

$$g\,z_1 + P_1\,v + \frac{1}{2}V_1^{\,2} = g\,z_2 + P_2\,v + \frac{1}{2}V_2^{\,2} \qquad (senza\ \ perdite)$$

$$g\,z_1 + P_1\,v + \frac{1}{2}V_1^{\,2} = g\,z_2 + P_2\,v + \frac{1}{2}V_2^{\,2} + R \quad (eq.\,3.62\ \ pag.103) \quad (con\ \ perdite)$$

$$g\,z_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{1}{2}V_1^{\,2} = g\,z_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{1}{2}V_2^{\,2} + R$$

$$g\left(z_2 - z_1\right) + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{V_2^{\,2} - V_1^{\,2}}{2} + R = 0$$

$$g\left(z_2 - z_1\right) + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{V_2^{\,2} - V_1^{\,2}}{2} + R = L \qquad (con\ \ perdite,\ con\ \ lavoro\ esterno\ \ sul\ fluido)$$

Con L è indicata, in questo caso, la prevalenza della pompa connessa al circuito (L_P).

Prevalenza = energia per unità di massa fornita dalla pompa al fluido [J/kg].

Dividendo tutti i membri per g si ottengono delle altezze [m].

Moltiplicando, invece, per ρ si ottengono delle pressioni [Pa].

Per il calcolo della prevalenza della pompa si impiega l'equazione di Bernoulli scegliendo i due peli liberi come sezioni (sezione 1 = pelo libero più basso; sezione 2 = pelo libero più alto):

$$g\left(z_2 - z_1\right) + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{V_2^{\,2} - V_1^{\,2}}{2} + R_{12} = L_P$$

$P_2 = P_1$ (perché ambedue i peli liberi sono a pressione atmosferica);

$V_2 = V_1$ (perché sono ambedue approssimabili a zero (serbatoio grande));

quindi l'equazione di Bernoulli diviene:

$$g\left(z_2 - z_1\right) + R_{12} = L_P$$

Per far si che la pompa sia in grado di far circolare l'acqua dal serbatoio inferiore a quello superiore, essa deve avere una prevalenza tale da equilibrare la somma delle perdite di carico (ripartite e concentrate) e il carico dovuto alla differenza di quota tra i due serbatoi.

$$g\left(z_2 - z_1\right) = 9{,}81 \cdot 20 = 196{,}2\ \frac{J}{kg} \qquad \left(\frac{m}{s^2} \cdot m = \frac{N}{kg} \cdot m = \frac{J}{kg}\right)$$

Dividendo per g ottengo un'altezza (comunemente usate con Bernoulli)

$$\left(z_2 - z_1\right) = 20\ m$$

La questione del calcolo delle perdite di carico si divide in due problemi: uno inerente alle perdite di carico distribuite lungo tutto il condotto, l'altro relativo alle perdite di carico concentrate.

Analogamente al procedimento illustrato nell'esercizio 7, si calcola:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho\, V\, D}{\mu}\left(= \frac{V\, D}{\nu}\right)$$

Re < 2000 → moto laminare

2000 < Re < 3000 → transizione

Re > 3000 → moto turbolento

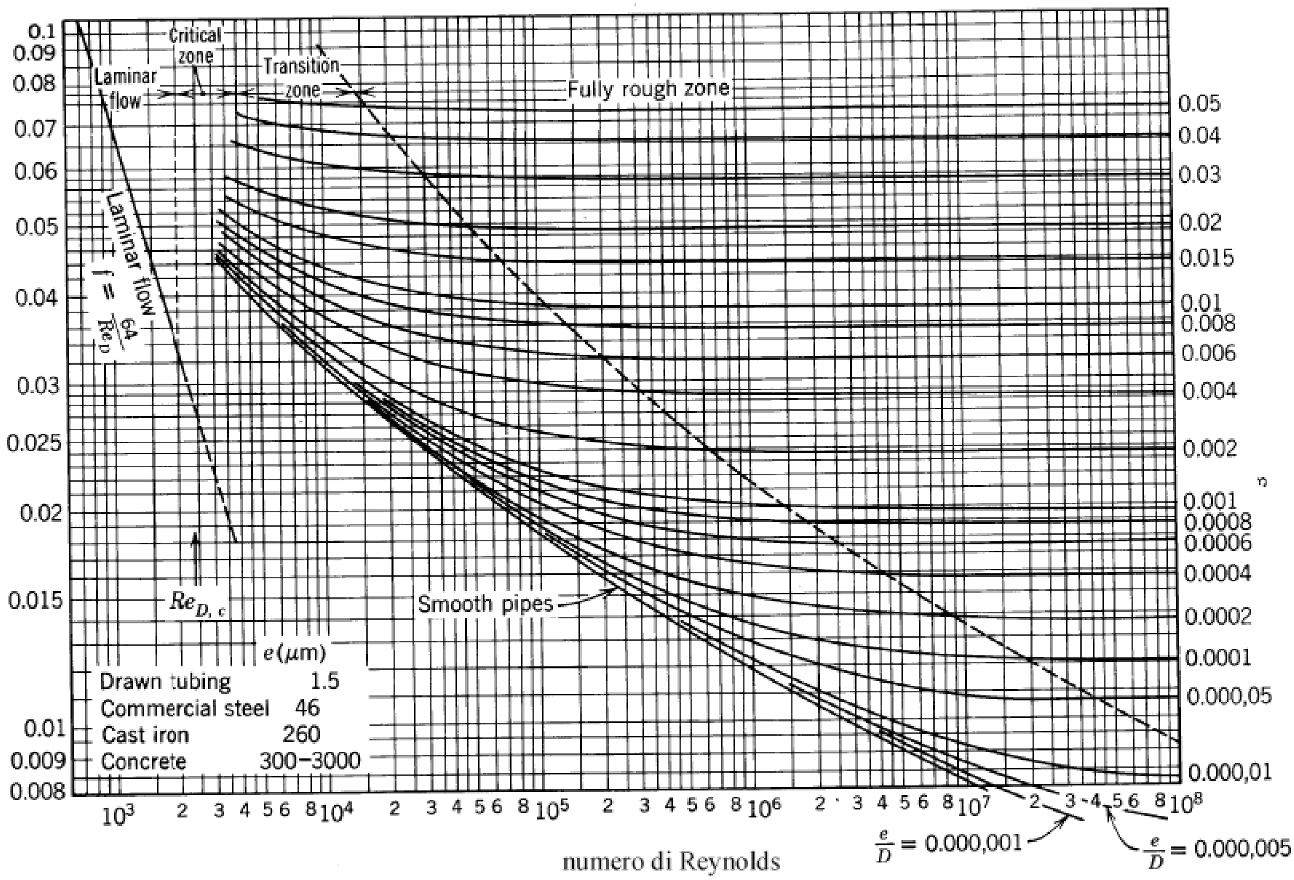
$$V = \frac{G_V}{A} = \frac{0{,}01}{\dfrac{\pi D^2}{4}} = \frac{0{,}01}{0{,}01767} = 0{,}566\ \frac{m}{s}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho\, V\, D}{\mu} = \frac{1000 \cdot 0{,}566 \cdot 0{,}15}{10^{-3}} = 84900 \quad \rightarrow \quad \text{moto turbolento}$$

In tal caso si fa riferimento all'equazione

$$\frac{dR}{dx} = \frac{f\ \rho\ V^2}{2\, D} \rightarrow R = \frac{f\, \rho V^2\, l}{2\, D}$$

Per trovare *f* si utilizza il diagramma di Moody (fig. 4.12 pag. 135).



Per muoversi all'interno del diagramma di Moody occorre conoscere due valori:

- il numero di Reynolds (Re); questo valore è già stato calcolato: Re = 84900.
- la scabrezza relativa (ε).

$$\varepsilon = \frac{e}{D} = \frac{indice\ di\ scabrezza}{diametro}$$

L'indice di scabrezza si trova tabellato (a seconda della tubazione che si utilizza).

Tabella 4.3: *indice di scabrezza* ***e*** *per alcuni tubi di comune impiego.*

Tipo di tubo	*Indice di scabrezza (mm)*
Tubi di acciaio nuovi	0.04 ÷ 0.15
Tubi di acciaio usati	0.10 ÷ 0.20
Tubi di acciaio incrostati	0.20 ÷ 0.50
Tubi di acciaio lisciati	0.30 ÷ 0.80
Polietilene	0.1
Fibra di vetro	0.05 ÷ 0.09
Vetro	0.0015

In questo caso (tubi di acciaio usati) prendiamo il valore centrale del range 0,1 ÷ 0,2 ovvero 0,15 mm (0,00015 m).

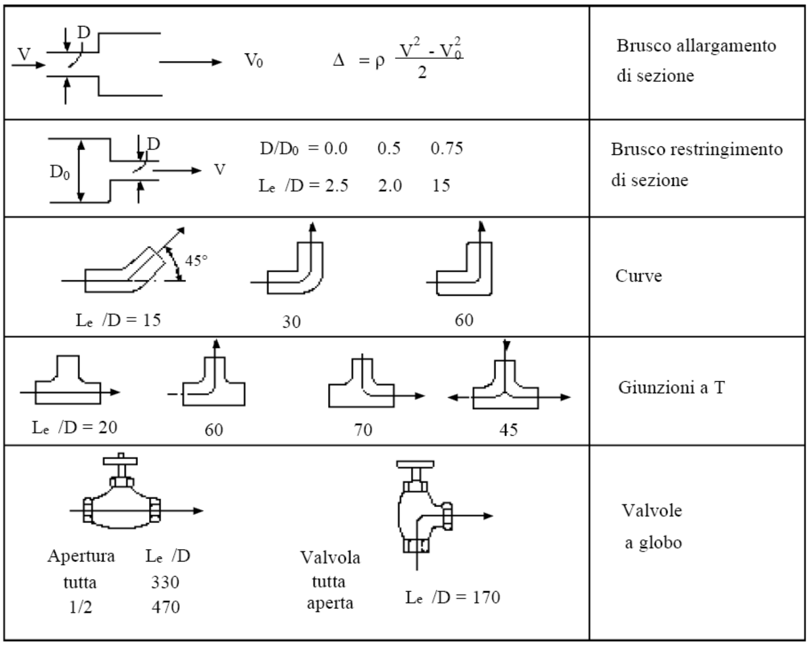
$$\varepsilon = \frac{e}{D} = \frac{0,00015}{0,15} = 0,001$$

Utilizzando i valori di *Re* e *ε* calcolati, si trova su diagramma di Moody il valore *f* = 0,023.

In questo caso, essendo presenti anche delle perdite di carico concentrate, occorre valutare la lunghezza equivalente.

Utilizzando il metodo della lunghezza equivalente trovo il valore da aggiungere alla lunghezza reale della tubazione. Per far ciò si utilizzano i valori della seguente tabella.

Tabella 4.2 pagina 139.



Occorre valutare la lunghezza equivalente relativa a quattro perdite di carico concentrate:

1) perdita di carico concentrata dovuta alla curva a 90°.

$$\frac{L_e}{D} = 60 \rightarrow L_e = 60 \cdot D = 60 \cdot 0{,}15 = 9\ m$$

2) perdita di carico concentrata dovuta al collegamento della pompa (effettuato, ad esempio, con flange).

L_e = 50 D (dai dati del problema) = 7,5 m

3) perdita di carico concentrata dovuta alla curva a 45°.

$$\frac{L_e}{D} = 15 \rightarrow L_e = 15 \cdot D = 15 \cdot 0{,}15 = 2{,}25\ m$$

4) perdita di carico concentrata dovuta alla curva a 45°.

Come per la precedente, si avrà $\frac{L_e}{D} = 15 \rightarrow L_e = 15 \cdot D = 15 \cdot 0{,}15 = 2{,}25\ m$

La lunghezza totale relativa alle perdite di carico concentrate è pari a 9 + 7,5 + 2,25 + 2, 25 = 21 m

Questa lunghezza va sommata alla lunghezza reale del circuito.

Il questo modo trovo l da inserire nella formula per il calcolo delle perdite R

l = 28 + 21 = 49 m

$$\frac{dR}{dx} = \frac{f\ \rho\ V^2}{2\ D} \rightarrow R = \frac{f\ \rho V^2\, l}{2\ D} = \frac{0{,}023 \cdot 1000 \cdot 0{,}566^2 \cdot 49}{0{,}3} = 1203\ Pa$$

Dividendo l'espressione $\frac{dR}{dx}=\frac{f\ \rho\ V^2}{2\ D}$ per ρg si ottiene

$\frac{dR}{dx}=\frac{f\ V^2}{2\ D\ g}$ (relazione di Darcy-Weisbach (eq. 4.16 pag. 134))

$$\frac{dR}{dx}=\frac{f\ V^2}{2\ D\ g}\rightarrow R=\frac{f\ V^2\ l}{2\ D\ g} \qquad \left(\text{dimensionalmente}=\frac{m^2}{s^2}\cdot m\cdot\frac{1}{m}\cdot\frac{s^2}{m}=m\right)$$

In questo caso:

$$R=1203\ Pa\rightarrow\frac{1203}{\rho g}=\frac{1203}{1000\cdot 9{,}81}=0{,}123\ m$$

Ci sono ora tutti i valori necessari per il calcolo della prevalenza della pompa:

$H_P=20+0{,}123=20{,}123\ m$ (prevalenza della pompa (espressa in *m*))

La pompa deve avere una prevalenza di almeno 20,123 *m* per poter trasportare acqua da un serbatoio all'altro.
Per il calcolo della potenza che deve avere la pompa, si impiega la formula:

$$W=G_V\cdot L_P\cdot\rho=G_V\cdot H_P g\cdot\rho=0{,}01\cdot 20{,}123\cdot 9{,}81\cdot 1000=1974\ W \qquad \left(\frac{m^3}{s}\cdot m\cdot\frac{m}{s^2}\cdot\frac{kg}{m^3}=\frac{m^2\ kg}{s^3}=W\right)$$

Questo valore rappresenta il lavoro netto da cedere all'acqua (per unità di tempo) affinché superi le perdite di carico e raggiunga il serbatoio superiore. La potenza elettrica richiesta per questa operazione include, però anche il rendimento del macchinario in questione (la pompa), nonché quello del motore elettrico che la muove (motore elettrico).
Se collegassi cioè questa pompa ad una rete elettrica, non impegnerei una potenza di 1974 W, bensì una potenza maggiore:

$$W=\frac{1974}{\eta_P\cdot\eta_E}=\frac{1974}{0{,}78\cdot 0{,}9}=2811\ W=2{,}8\ kW$$

Per il calcolo del consumo elettrico occorre sapere quanti kWh consuma la pompa per spostare 340 m^3 d'acqua.
Tramite la portata calcolo il tempo impiegato al trasporto suddetto:

$$t=\frac{quantit\grave{a}\ d'acqua}{portata}=\frac{340}{0{,}01}=34000\ s \qquad \left(m^3\cdot\frac{s}{m^3}=s\right)$$

Avendo il costo dell'energia in kWh, converto i secondi in ore:

$$t=34000\ s=\frac{34000}{3600}=9{,}44\ h$$

L'energia richiesta allo spostamento dell'acqua è ovviamente data dal prodotto

$$E=W\cdot t=2{,}8\cdot 9{,}44=26{,}55\ kWh$$

da cui:

$$C=consumo=26{,}55\cdot 0{,}0773=2{,}05\ €$$

10) Si consideri il ciclo Diesel, rappresentato in figura, percorso da un chilogrammo di gas ideale.

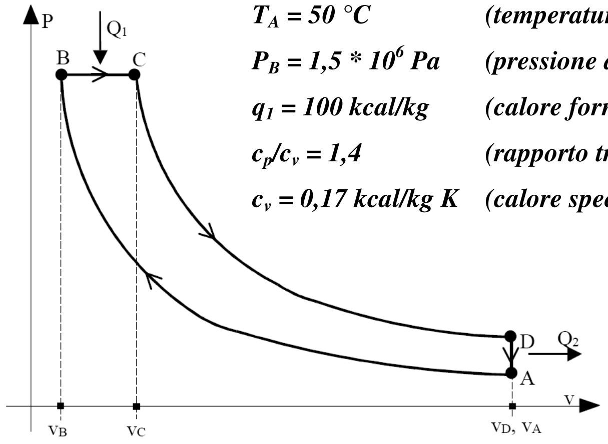
Calcolare:

- la quantità di calore q_2 ceduta all'esterno dal fluido;

- il rendimento del ciclo.

Dati:

v_A = 1 m^3/kg	***(volume specifico del gas all'inizio della compressione adiabatica);***
T_A = 50 °C	***(temperatura del gas all'inizio della compressione adiabatica);***
P_B = 1,5 * 10^6 Pa	***(pressione alla fine della compressione adiabatica);***
q_1 = 100 kcal/kg	***(calore fornito al fluido alla pressione P_2);***
c_p/c_v = 1,4	***(rapporto tra i calori specifici);***
c_v = 0,17 kcal/kg K	***(calore specifico a volume costante);***



Per calcolare il calore ceduto all'esterno q_2 ed il rendimento occorre conoscere tutte le temperature del ciclo (T_A, T_B, T_C, T_D); infatti:

$$q_2 = c_v (T_D - T_A) \qquad \text{e} \qquad \eta = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{c_v (T_D - T_A)}{c_p (T_C - T_B)}$$

T_A è fornita dal testo; T_A = 50 °C = 50 + 273 = 323 K.

T_B = ? è la temperatura di fine compressione.

La trasformazione AB è una compressione adiabatica; per una trasformazione adiabatica vale la nota espressione: $Pv^k = cost$; utilizzando l'equazione di stato dei gas prefetti ($Pv = RT$), si perviene anche alle seguenti relazioni:

$$TP^{\frac{1-k}{k}} = \text{cost} \qquad Pv^k = \text{cost} \rightarrow P\left(\frac{RT}{P}\right)^k = P\,T^k\,P^{-k} = P^{1-k}T^k \rightarrow \text{radice k}-\text{esima} \rightarrow \sqrt[k]{P^{1-k}T^k} = P^{\frac{1-k}{k}}T^{\frac{k}{k}} = TP^{\frac{1-k}{k}}$$

$$Tv^{k-1} = \text{cost} \qquad Pv^k = \text{cost} \rightarrow \frac{RT}{v}v^k = \frac{T}{v}v^k = Tv^k \cdot v^{-1} = Tv^{k-1}$$

Quindi si può calcolare T_B utilizzando l'espressione

$$TP^{\frac{1-k}{k}} = \text{cost} \quad \rightarrow \quad T_A P_A^{\frac{1-k}{k}} = T_B P_B^{\frac{1-k}{k}} \quad \rightarrow \quad \frac{T_B}{T_A} = \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{1-k}{k}} = \quad \rightarrow \quad T_B = T_A \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{1-k}{k}}$$

T_A, P_B sono fornite dal testo. P_A può essere calcolata con l'equazione dei gas perfetti.

$$P_A = \frac{RT_A}{v_A}$$ dove R è ricavabile dalla *Relazione di Mayer* ($c_p - c_v = R$)

c_v è fornita dal testo, mentre c_p è ricavabile dalla relazione

$$k = \frac{c_p}{c_v} \quad \rightarrow \quad c_p = k \cdot c_v = 1{,}4 \cdot 0{,}17 = 0{,}238 \frac{kcal}{kg \cdot K} = 238 \frac{cal}{kg \cdot K} = 238 \cdot 4{,}186 = 996{,}268 \frac{J}{kg \cdot K}$$

Occorre convertire anche c_v nel Sistema Internazionale: $c_v = 0{,}17 \cdot 1000 \cdot 4{,}186 = 711{,}62 \ \frac{J}{kg \cdot K}$

quindi $R = c_p - c_v = 996{,}268 - 711{,}62 = 284{,}65 \ \frac{J}{kg \cdot K}$

sostituendo i valori trovati si ricava P_A:

$$P_A = \frac{RT_A}{v_A} = \frac{284{,}65 \cdot 323}{1} = 91942 \ Pa$$

$$T_B = T_A \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{1-k}{k}} = 323 \left(\frac{91942}{1{,}5 \cdot 10^6}\right)^{\frac{1-1{,}4}{1{,}4}} = 323 \cdot (0{,}0613)^{-0{,}2857} = 717{,}22 \ K$$

Per il calcolo della temperatura T_C, si utilizza il calore q_1 (fornito dal testo).

$$q_1 = 100 \ \frac{kcal}{kg} = 100 \cdot 1000 \cdot 4{,}186 = 418600 \frac{J}{kg}$$

$$q_1 = c_p (T_C - T_B) \quad \rightarrow \quad T_C = \frac{q_1}{c_p} + T_B = \frac{418600}{996{,}268} + 717{,}22 = 1137{,}4 \ K$$

Per il calcolo della temperatura T_D, si utilizza una relazione relativa alle trasformazioni adiabatiche: $Tv^{k-1} = \text{cost}$.

$$Tv^{k-1} = \text{cost} \quad \rightarrow \quad T_C {v_C}^{k-1} = T_D {v_D}^{k-1} \quad \rightarrow \quad T_D = T_C \left(\frac{v_C}{v_D}\right)^{1{,}4-1}$$

$$v_D = ? \quad \rightarrow \quad v_D = v_A = 1 \frac{m^3}{kg}$$

$$v_C = ? \quad \rightarrow \quad \textit{dalla legge dei gas perfetti} \rightarrow P_C v_C = RT_C \rightarrow v_C = \frac{RT_C}{P_C} = \frac{284{,}65 \cdot 1137{,}5}{1{,}5 \cdot 10^6} = 0{,}21586 \ \frac{m^3}{kg}$$

(ricordando che $P_C = P_B$)

$$\rightarrow \ T_D = T_C \left(\frac{v_C}{v_D}\right)^{1{,}4-1} = 1137{,}4 \left(\frac{0{,}21586}{1}\right)^{0{,}4} = 616 \ K$$

Conoscendo, quindi, tutte le temperature, è possibile calcolare q_2 e η.

$$\boxed{q_2 = c_v (T_D - T_A) = 711{,}62 \cdot (616 - 323) = 208505 \ \frac{J}{kg} = 208{,}5 \ \frac{kJ}{kg}}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{c_v (T_D - T_A)}{c_p (T_C - T_B)} = 1 - \frac{711{,}62 \, (616 - 323)}{996{,}268 \, (1137{,}4 - 717{,}22)} = 1 - \frac{208505}{418612} = 0{,}502}$$

11) Si consideri un motore a ciclo Otto, in cui il fluido operante sia aria, con rapporto di compressione ρ pari a 10. Sapendo che il consumo di carburante è di 1 kg ogni 10 minuti, calcolare il rendimento del ciclo e la potenza meccanica sviluppata.

Dati:
- potere calorifico inferiore (= LHV = Lower Heating Value) = 10000 kcal/kg;
- k_{aria} = 1,4.

$$\boxed{\eta_{OTTO} = 1 - \left(\frac{1}{\rho}\right)^{k-1} = 1 - \left(\frac{1}{10}\right)^{1,4-1} = 0,602}$$

Il rendimento $\eta = \frac{L}{Q_1}$ può essere visto anche come rapporto di potenze (potenza = lavoro / tempo),

quindi: $\eta = \frac{W}{\dot{Q}_1} \rightarrow W = \dot{Q}_1 \, \eta$

$$LHV = 10000 \frac{kcal}{kg} = 10000000 \frac{cal}{kg} = 10000000 \cdot 4,186 = 41860000 \frac{J}{kg} = 41860 \frac{kJ}{kg}$$

In dieci minuti il motore brucia un chilogrammo di combustibile, quindi il calore a disposizione sarà:

$$Q_1 = 41860 \cdot 1 = 41860 \; kJ$$
$$t = 10 \cdot 60 = 600 \; s$$

La potenza termica è quindi $\dot{Q}_1 = \frac{41860000 \cdot 1}{10 \cdot 60} = 69767 \; \frac{J}{s} = 69,8 \; kW$

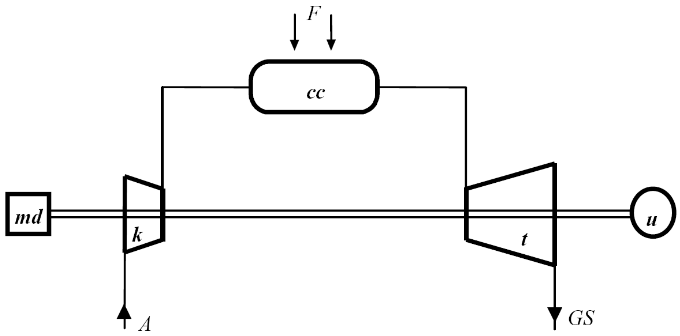
La potenza meccanica si ricava attraverso il rendimento:

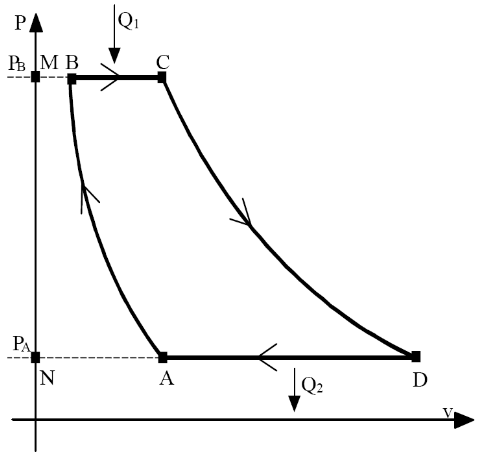
$$\boxed{W = \dot{Q}_1 \, \eta = 69,8 \cdot 0,602 = 42 \; kW}$$

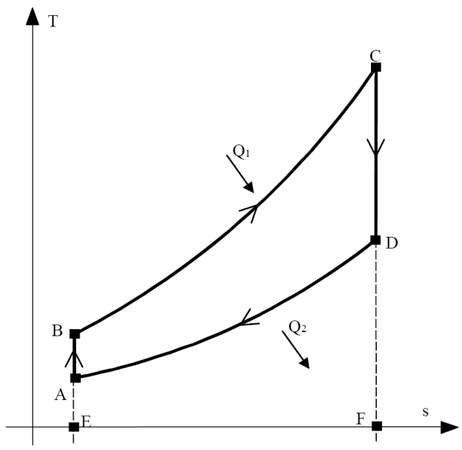
12) Un impianto di generazione elettrica operante con un ciclo Brayton fornisce 20000 CV ad un alternatore.
Le temperature massima e minima raggiunte nel ciclo valgono rispettivamente 16 °C e 840 °C.
La pressione massima raggiunta è di 4 bar, la minima di 1 bar.

Calcolare:
- la potenza sviluppata dalla turbina;
- la portata in massa necessaria.

Dati:
k = 1,4
R = 0,287 kJ/kgK







$L_A = L_T - L_C$ il lavoro prodotto dalla turbina è utilizzato dal compressore e dall'alternatore (o utilizzatore)

Il lavoro richiesto dal compressore è

$$L_C = h_B - h_A = c_P(T_B - T_A)$$

questo perché: $dh = TdS + vdP$

ma $TdS = 0$ perché è una trasformazione adiabatica,

vdP, invece, è il lavoro di un sistema aperto (ovvero il lavoro del compressore).

se si approssima il fluido ad un gas perfetto, si ha $dh = c_P dT$

T_A è fornita dal testo, T_B e c_P sono da calcolare.

$$TP^{\frac{1-k}{k}} = \text{cost} \qquad Pv^k = \text{cost} \rightarrow P\left(\frac{RT}{P}\right)^k = P\,T^k\,P^{-k} = P^{1-k}T^k \rightarrow \text{radice k} - \text{esima} \rightarrow \sqrt[k]{P^{1-k}T^k} = P^{\frac{1-k}{k}}T^{\frac{k}{k}} = TP^{\frac{1-k}{k}}$$

$$T_A P_A^{\frac{1-k}{k}} = T_B P_B^{\frac{1-k}{k}} \rightarrow T_B = T_A \cdot \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{1-k}{k}} = T_A \cdot \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 289 \cdot \left(\frac{4}{1}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 429,4K$$

$$c_P = ? \rightarrow \begin{cases} \dfrac{c_P}{c_v} = k \\ c_P - c_v = R \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c_P = k \cdot c_v \\ k \cdot c_v - c_v = R \end{cases} \rightarrow \begin{cases} - \\ c_v(k-1) = R \end{cases} \rightarrow \begin{cases} - \\ c_v = \dfrac{R}{(k-1)} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c_P = k\dfrac{R}{(k-1)} \\ c_v = \dfrac{R}{(k-1)} \end{cases}$$

$$L_C = h_B - h_A = c_P (T_B - T_A) = k\frac{R}{(k-1)} \cdot (T_B - T_A) = 1{,}4\frac{0{,}287}{0{,}4}(429{,}4 - 289) = 141\,\frac{kJ}{kg}$$

Analogamente si trova T_D, conoscendo T_C e il lavoro in turbina L_T

$$T_D = T_C \cdot \left(\frac{P_C}{P_D}\right)^{\frac{1-k}{k}} = 1113 \cdot \left(\frac{4}{1}\right)^{\frac{1-1{,}4}{1{,}4}} = 749\ K$$

$$L_T = h_C - h_D = c_P (T_C - T_D) = k\frac{R}{(k-1)} \cdot (T_C - T_D) = 1{,}4\frac{0{,}287}{0{,}4}(1113 - 749) = 365{,}6\,\frac{kJ}{kg}$$

Il lavoro netto, utilizzabile quindi dall'alternatore è

$$L_A = L_T - L_C = 365{,}6 - 141 = 224{,}6\ \frac{kJ}{kg}$$

Conoscendo questo dato e la potenza disponibile al generatore (dal testo), è possibile ricavare la portata in massa

$$\boxed{G_M = \frac{W_A}{L_A} = \frac{20000}{1{,}36} \cdot \frac{1}{224{,}6} = 65{,}47\,\frac{kg}{s} \qquad \left(\frac{kW}{\frac{kJ}{kg}} = \frac{\frac{kJ}{s}}{\frac{kJ}{kg}} = \frac{kJ}{s} \cdot \frac{kg}{kJ} = \frac{kg}{s}\right)}$$

La potenza sviluppata dalla turbina (quella che va al compressore + quella che va all'alternatore) è

$$\boxed{W_T = G_M \cdot L_T = 65{,}47 \cdot 365{,}6 = 24275{,}8\ kW = 32554\ CV}$$

13) Sia dato un ciclo di Rankine percorso da acqua. Sapendo che la temperatura di evaporazione in caldaia (T_e) è di 250°C e la temperatura di condensazione nel condensatore (T_c) è di 20°C, calcolare:

- il rendimento del ciclo;

- il lavoro prodotto dal ciclo per unità di massa che lo percorre;

- la potenza meccanica ideale sviluppata in turbina (supponendo una portata d'acqua di 2000 kg/h).

Si trascuri il lavoro della pompa di alimentazione del liquido in caldaia.

Dati:

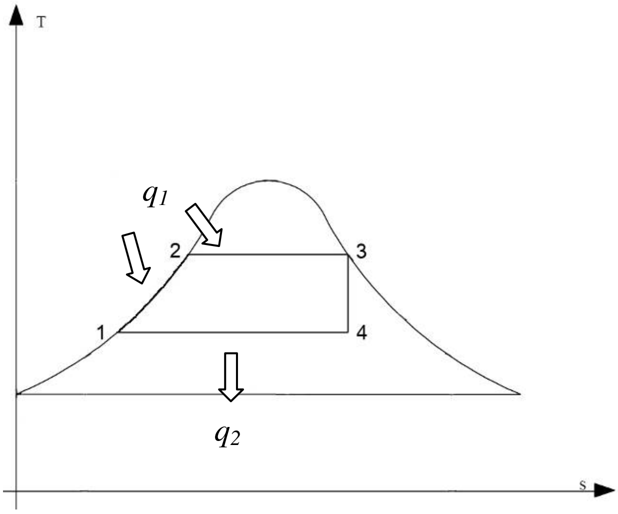
x_3 = titolo del vapore d'acqua all'ingresso in turbina = 1;

x_4 = titolo del vapore d'acqua alla fine dell'espansione in turbina = 0,7;

c_p = calore specifico dell'acqua (allo stato liquido) = 1 kcal/kg°C;

r_{T1} = calore di evaporazione alla temperatura di condensazione = 2453 kJ/kg;

r_{T2} = calore di evaporazione alla temperatura di evaporazione = 1715 kJ/kg.



Eq. 7.1 pag. 235: $$\eta = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{r_{T_1} \cdot x_4}{c_p (T_2 - T_1) + r_{T_2} \cdot x_3}$$

$$q_2 = r_{T_1} \cdot x_4 = 2453 \cdot 0{,}7 = 1717{,}1 \frac{kJ}{kg}$$

$$q_1 = c_p (T_2 - T_1) + r_{T_2} \cdot x_3 = 4{,}186 \cdot (250 - 20) + 1715 \cdot 1 = 962{,}78 + 1715 = 2677{,}8 \frac{kJ}{kg}$$

$$\boxed{\rightarrow \eta = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{1717{,}1}{2677{,}8} = 0{,}359}$$

$$\boxed{L = q_1 - q_2 = 2677{,}8 - 1717{,}1 = 960{,}7 \frac{kJ}{kg} \qquad (= \eta \cdot q_1)}$$

$$\boxed{W = L \cdot G_M = 960700 \frac{2000}{3600} = 533722 W = 533{,}7\ kW}$$

9.7 Il frigorifero domestico.

In fig. 9.10 è riportato il disegno schematico di un frigorifero domestico. La sezione di evaporazione a più bassa temperatura è posta nella parte superiore del frigorifero, denominata congelatore, mentre nella parte inferiore, dove è il reparto cibi freschi, avviene il completamento dell'evaporazione ed il surriscaldamento del refrigerante evaporato, ad evitare che gocce di liquido possano giungere all'aspirazione del compressore alternativo. Il condensatore è alloggiato esternamente al frigorifero, di solito nella parte posteriore, e riversa all'esterno il calore di condensazione.

Nell'evaporatore e nel condensatore il refrigerante fluisce all'interno del tubo, disposto a serpentina, a differenza di quanto accade nelle grandi macchine frigorifere, nelle quali l'evaporatore e il condensatore sono scambiatori a tubi e mantello ed il refrigerante fluisce dal lato mantello. Il compressore frigorifero, data la modesta potenzialità, è sempre di tipo alternativo.

Dal punto di vista energetico, il frigorifero restituisce all'esterno il calore Q_c al condensatore, raffreddato per mezzo dell'aria ambiente; inoltre il frigorifero riceve dall'ambiente il calore Q_2 eguale a:

$$Q_2 = Q_t + Q_a + Q_s + Q_{Lf} \tag{9.36}$$

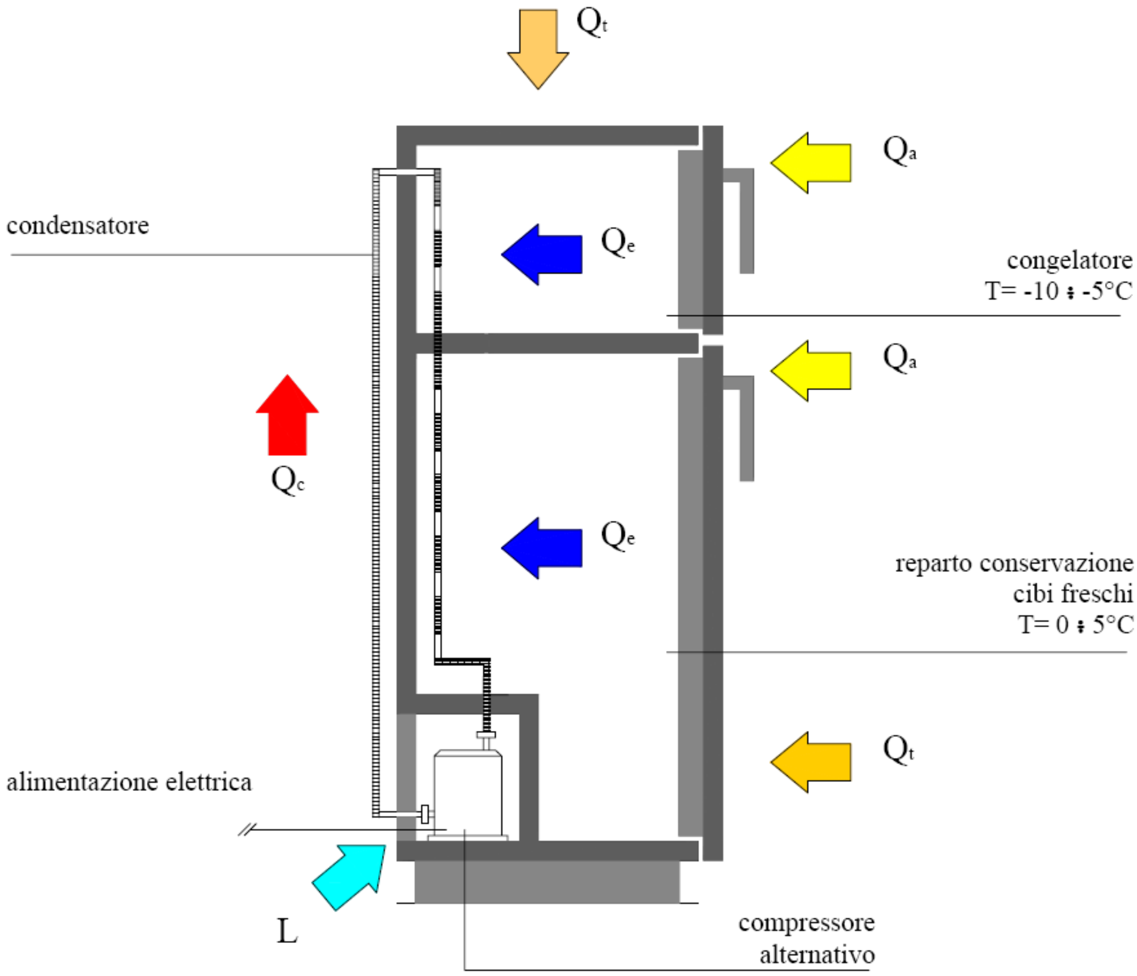
essendo:

Q_t = calore trasmesso attraverso le pareti del frigorifero;
Q_a = calore sensibile dell'aria entrante nel vano frigorifero a seguito dell'apertura periodica delle porte;

Q_s = calore sensibile delle vivande liquide e solide introdotte;
Q_{Lf} = calore latente di fusione dei liquidi introdotti che solidificano.

Se si vuole mantenere costante la temperatura all'interno del vano frigorifero, il calore Q_2 ricevuto dall'esterno deve essere completamente assorbito dall'evaporatore:

$$Q_2 = Q_e \tag{9.37}$$



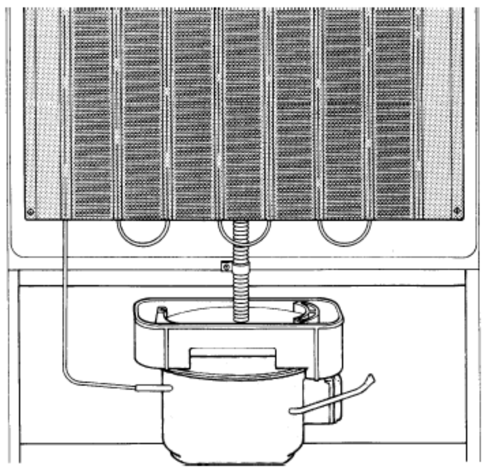


Fig 9.10: *disegno schematico di un frigorifero domestico, con indicazione dei flussi di calore.*

Particolare del condensatore e del compressore alternativo.

Per calcolare il calore Q_c restituito all'esterno del condensatore, si applica il Primo Principio della Termodinamica alla macchina frigorifera:

$$Q_c = Q_e + L \tag{9.38}$$

essendo L il lavoro speso nel compressore. A seguito della installazione di un frigorifero, un ambiente subisce un apporto globale di calore eguale a:

$$Q_l = Q_c - Q_t - Q_a \tag{9.39}$$

cioè, in base alle (9.36, 37, 38):

$$Q_l = L + Q_s + Q_{Lf} \tag{9.40}$$

Si conclude che *l'apporto di calore fornito da un frigorifero* all'ambiente nel quale esso è installato è eguale al lavoro speso nel compressore, aumentato del calore sensibile e latente corrispondente al raffreddamento ed eventuale solidificazione delle vivande introdotte.

ESERCIZIO FRIGO DOMESTICO

Si consideri un frigorifero domestico e si assumano le seguenti condizioni di esercizio:

- volume vano frigo 300 lt;
- dimensioni vano frigo: 0.6 m, 0.5 m, 1 m;
- volume vano congelatore: 90 lt;
- dimensioni vano congelatore: 0.6 m, 0.5 m, 0.3 m;
- temperatura ambiente: 20°C;
- temperatura vano frigo: 0°C;
- temperatura vano congelatore: -10°C;
- fluido refrigerante R-134a;
- temperatura di evaporazione: –20°C;
- temperatura di condensazione: 40°C;
- potenza elettrica assorbita: 200 W.

Calcolare l'effetto utile del frigorifero.
Le parti del frigorifero siano costituite da lamiere di acciaio di 1 mm con interposto uno strato di 5 cm di poliuretano. La trasmittanza risulta pari a:

$$H = \frac{1}{\frac{1}{k} + \frac{s_a}{\lambda_a} + \frac{s_{is}}{\lambda_{is}} + \frac{1}{k}} = 0.364 \quad \text{W/m}^2\text{K}$$

Le quantità di calore scambiate risultano quindi determinate dalle relazioni:

$$Q_{frigo} = S_{frigo} \cdot H \cdot \Delta T = 2.5 \cdot 0.364 \cdot 20 = 18.2 \quad \text{W}$$
$$Q_{congelatore} = S_{congelatore} \cdot H \cdot \Delta T = 0.96 \cdot 0.364 \cdot 30 = 10.5 \quad \text{W}$$
$$Q_{frigo-congelatore} = S \cdot H \cdot \Delta T = 0.3 \cdot 0.364 \cdot 10 = 1.1 \quad \text{W}$$

$$Q_t \cong 30 \quad \text{W}$$

Si può ammettere che, a seguito delle aperture della porta del vano frigo, si abbia mediamente un ricambio d'aria pari a 1 volume/ora. Il corrispondente calore Q_a è fornito da:

$$Q_a = \gamma \cdot \rho \cdot G_V \cdot (T_{est} - T_{\text{int}}) = 1005 \cdot 1.17 \cdot \frac{0.3}{3600} \cdot 20 = 2 \quad \text{W}$$

Per quanto riguarda $Q_s + Q_{Lf}$, si può assumere che gli alimenti siano introdotti a temperatura ambiente e portati all'equilibrio con l'aria nei due vani in un tempo di due ore; si ipotizza inoltre un riempimento del 50% del volume nel vano congelatore e del 50% nel vano frigo. Siano:

- γ_1 = 2480 J/kgK il calore specifico medio delle vivande al di sopra del punto di congelamento;
- γ_2 = 1450 J/kg K il calore specifico medio delle vivande al di sotto del punto di congelamento;
- ρ_v = 1120 kg/m^3 la densità media delle vivande;
- r = 163 kJ/kg il calore di trasformazione medio delle vivande.

$Q_s + Q_{Lf}$ è la somma del calore sensibile per il raffreddamento delle vivande, dalla temperatura ambiente fino alla temperatura di conservazione, e del calore latente per il congelamento delle vivande nel solo congelatore.

$$Q_s = \frac{1}{7200} \cdot \left(\frac{V_{frigo}}{2} \cdot \rho_v \cdot \gamma_1 \cdot \Delta T_f + \frac{V_{congelatore}}{2} \cdot \rho_v \cdot \left(\gamma_1 \cdot \Delta T_f + \gamma_2 \cdot \Delta T_c \right) \right) = 1605 \quad \text{W}$$
$$Q_{Lf} = \frac{1}{7200} \cdot \frac{V_{congelatore}}{2} \cdot \rho_v \cdot r = 1141 \quad \text{W}$$

segue:

$$Q_e = 30 + 2 + 1605 + 1141 = 2778 \quad \text{W}$$

La portata di fluido refrigerante è data da:

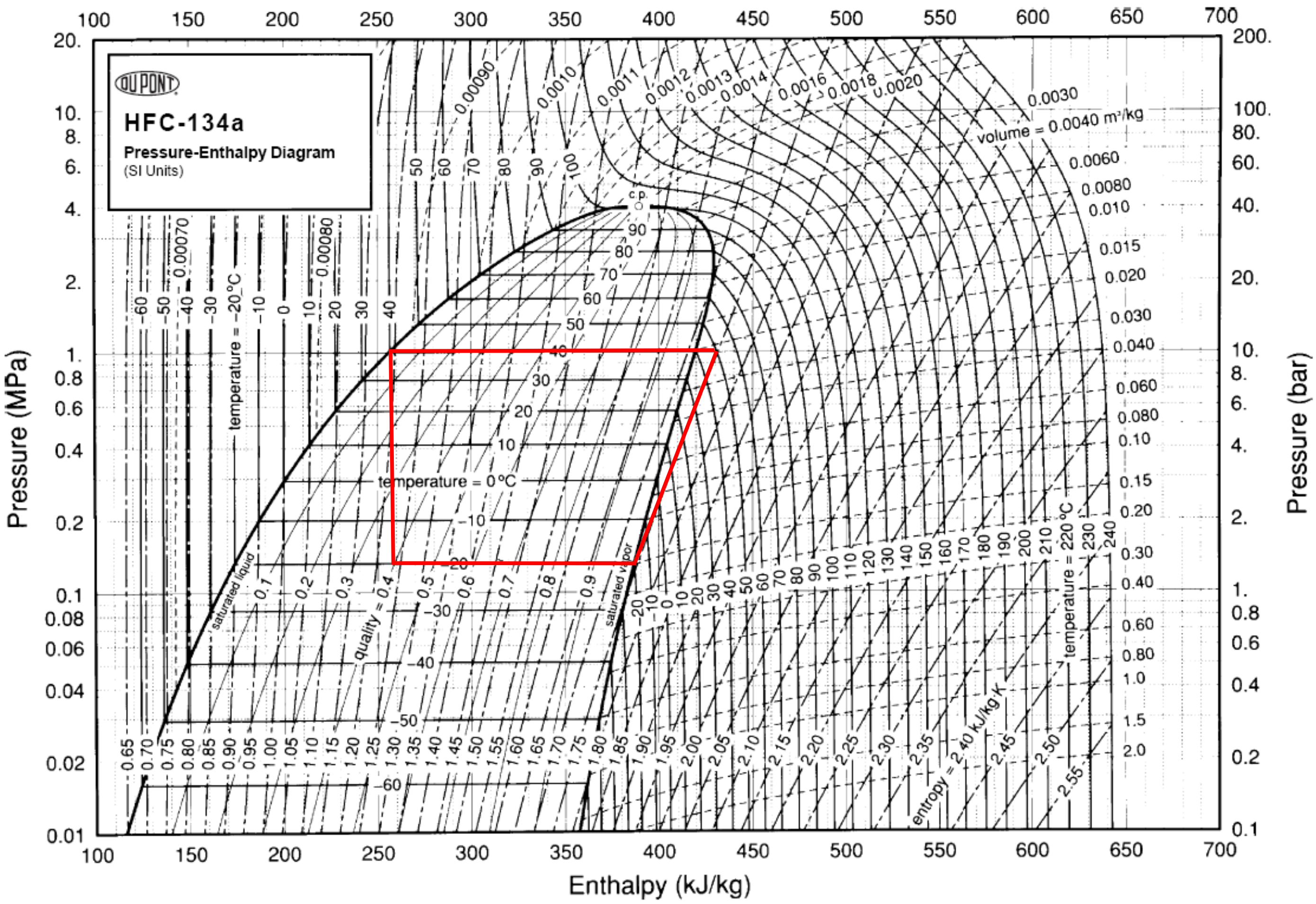
$$g_r = \frac{Q_e}{(h_B - h_A)} = \frac{2778}{(385 - 260)} = 22 \quad \text{g/s}$$

La potenza assorbita dal compressore è infine data da:

$$N_K = g_r \cdot (h_C - h_B) = 0.022 \cdot (430 - 385) = 1 \quad \text{kW}$$

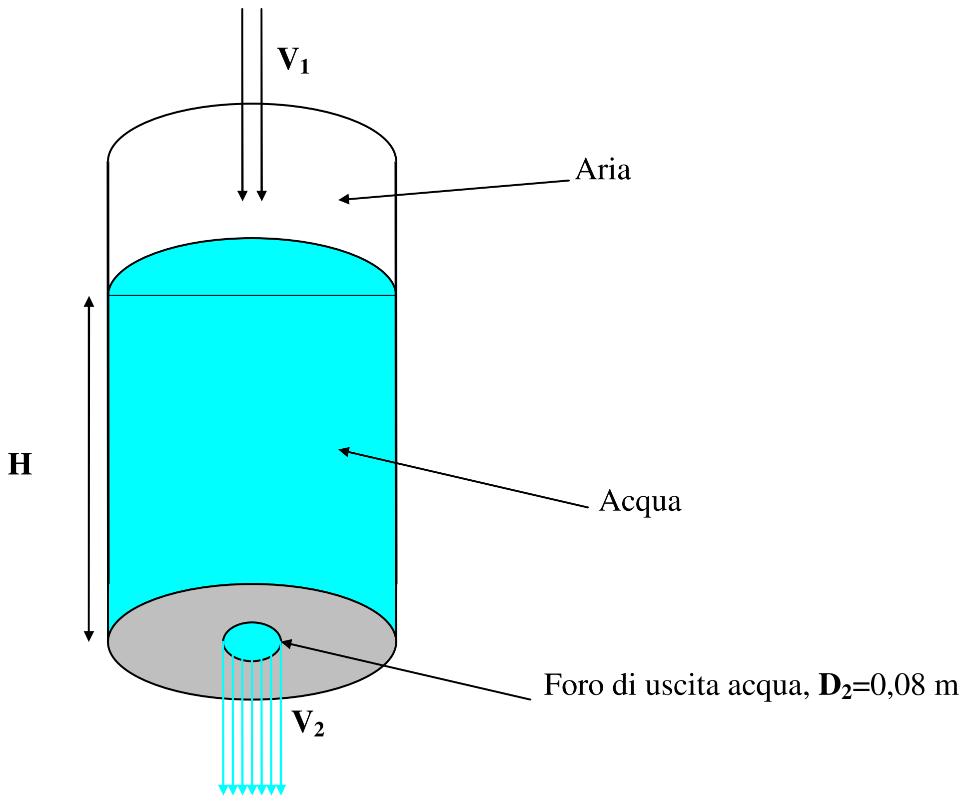
L'effetto utile del frigorifero risulta:

$$\xi = \frac{Q_e}{L} = \frac{2778}{1000} = 2.7$$



ESERCIZIO 2

Un serbatoio di forma cilindrica ha un diametro D e contiene acqua sino ad un livello H. Sul fondo di esso viene aperto un foro circolare con bordi smussati (coeff. di perdita localizzata β), con diametro pari a d, per cui l'acqua comincia ad uscire. Determinare la velocità iniziale di uscita dell'acqua ed il tempo necessario al completo svuotamento del serbatoio.



Chiamiamo V_2 la velocità media di uscita dell'acqua e V_1 quella superficiale di discesa.

La soluzione del problema si basa sull'equazione di Bernoulli nel caso di fluido incomprimibile e deflusso irreversibile:

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + v(P_2 - P_1) + R = 0$$

dove z sono le quote, la cui differenza vale - H (l'asse z è rivolto verso l'alto), g è l'accelerazione di gravità, P sono le pressioni (uguali per cui la differenza si annulla), R rappresenta le perdite di carico.
La V_1 è trascurabile rispetto a V_2 visto la scelta di prendere le due sezioni uno e due, rispettivamente al pelo libero e subito dopo lo sbocco. Ricordando la formula delle perdite di carico concentrate:

$$R_c = \beta \frac{V^2}{2} \rho$$

l'equazione di Bernoulli in questo caso specifico diventa:

$$\frac{V_2^2}{2} - gh + \beta\frac{V_2^2}{2} = 0$$

Da cui, ricavo V_2:

$$V_2 = \sqrt{\frac{2gh}{\beta+1}}$$

Questa velocità non è costante, perché va diminuendo con lo scendere del livello d'acqua nel serbatoio.

$$V_1 = -\frac{dh}{d\tau} = V_2\frac{A_2}{A_1} = \sqrt{\frac{2gh}{1+\beta}}\frac{d^2}{D^2}$$

$$-\frac{dh}{d\tau} = \frac{d^2}{D^2}\sqrt{\frac{2gh}{1+\beta}}$$

$$-\int_H^0 \frac{1}{\sqrt{h}}dh = \frac{d^2}{D^2}\sqrt{\frac{2g}{1+\beta}}\int_0^{\tau_s} d\tau$$

$$2\sqrt{H} = \frac{d^2}{D^2}\sqrt{\frac{2g}{1+\beta}}\cdot\tau_s$$

$$\tau_S = 2\sqrt{H}\,\frac{D^2}{d^2}\sqrt{\frac{\beta+1}{2g}}$$

E' possibile risolvere il problema anche valutando la quantità di liquido (dW) che esce nel tempo infinitesimo ($d\tau$)

$$dW = V_2 \cdot A \cdot d\tau$$

$$dW = \sqrt{\frac{2gh}{\beta+1}}\frac{\pi\cdot d^2}{4}d\tau$$

dW è valutabile in termini di abbassamento del pelo libero (mentre il volumetto dW esce dal foro, "scompare" dal serbatoio un volumetto dW pari a: $dW = A_S\cdot(-dh)$
dove A_S rappresenta la sezione del serbatoio.

$$dW = \pi\frac{D^2}{4}(-dh)$$

uguagliando:

$$\sqrt{\frac{2gh}{\beta+1}}\frac{\pi\cdot d^2}{4}d\tau = -\pi\frac{D^2}{4}dh$$

$$\sqrt{\frac{2g}{\beta+1}}\cdot\pi\cdot d^2\cdot d\tau=-\pi\cdot D^2 h^{-\frac{1}{2}}dh$$

integro il primo membro in $d\tau$ ed il secondo in dh:

$$\int_0^{\tau_S}\sqrt{\frac{2g}{\beta+1}}\cdot\pi\cdot d^2\cdot d\tau=-\int_H^0\pi\cdot D^2 h^{-\frac{1}{2}}dh$$

dove τ_S indica il tempo di svuotamento

$$\sqrt{\frac{2g}{\beta+1}}\cdot\pi\cdot d^2\cdot\int_0^{\tau_S}d\tau=-\pi\cdot D^2\int_H^0 h^{-\frac{1}{2}}dh$$

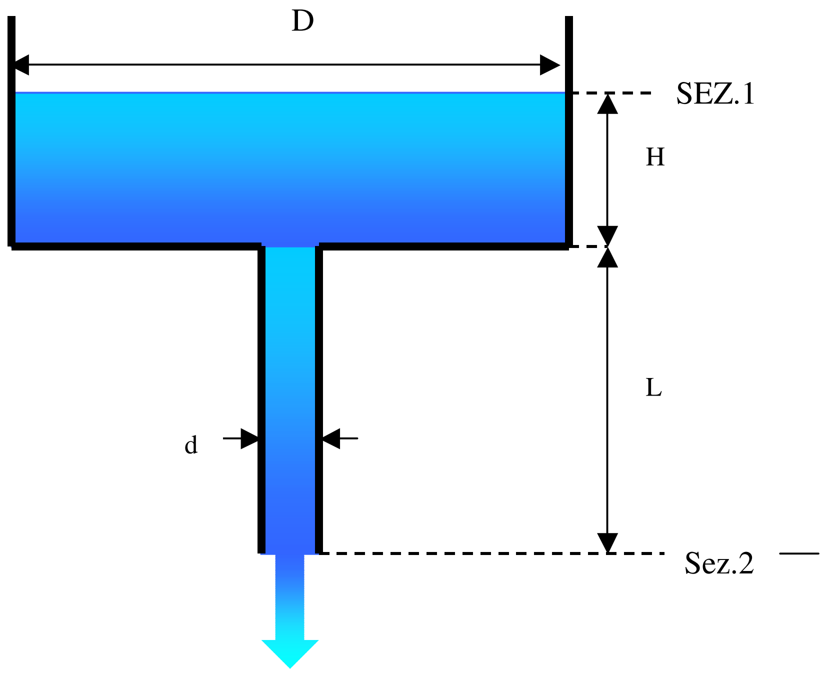
$$\sqrt{\frac{2g}{\beta+1}}\cdot\pi\cdot d^2\cdot\tau_S=2\cdot h^{\frac{1}{2}}\Big|_H^0\cdot\left(-\pi\cdot D^2\right)$$

$$\sqrt{\frac{2g}{\beta+1}}d^2\tau_S=2\pi\cdot D^2\sqrt{H}$$

$$\tau_S=2\sqrt{H}\,\frac{D^2}{d^2}\sqrt{\frac{\beta+1}{2g}}$$

ESERCIZIO 3

Si consideri il serbatoio dell'esercizio precedente a cui è stato applicato (all'estremità inferiore) un condotto di lunghezza *L* e diametro *d*. Determinare il tempo di svuotamento del condotto.



- Lunghezza condotto $L = 30\,\mathrm{m}$
- Altezza serbatoio $H = 6\,\mathrm{m}$
- Diametro serbatoio $D = 2\,\mathrm{m}$
- Diametro condotto $d = 0.05\,\mathrm{m}$
- Viscosità dell'acqua $\upsilon_{acqua} = 1 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}$

In questo caso, è necessario considerare anche le perdite di carico distribuite lungo il condotto la cui formula è:

$$R_d = \frac{f}{2}\frac{V_2^2}{d}\rho$$

$$R = R_c + R_d$$

Il fattore d'attrito *f* dipende da Re, che a sua volta dipende dalla velocità: $\mathrm{Re} = \dfrac{V_2 d}{\upsilon}$

Applico l'equazione di Bernoulli di bilancio dell'energia:

$$\frac{V_2^2}{2} - (h + L)g + \left(\beta\frac{V_2^2}{2} + \frac{L}{d}f\frac{V_2^2}{2}\right) = 0$$

Da cui ricavo il valore della velocità:

$$V_2 = \sqrt{\frac{2g(h+L)}{1+\beta+\frac{L}{d}f}}$$

Poiché $L >> H$ la velocità varia dunque tra valori poco differenti. **<u>E' sul valore medio dell'altezza che calcolo il fattore d'attrito</u>**: $L+\frac{H}{2}=33\ \ m$

La velocità incognita (V_2) dipende dal fattore d'attrito, che a sua volta dipende dalla stessa V_2; dunque è necessario procedere per tentativi mediante il metodo iterativo, in riferimento al valor medio di dislivello del serbatoio.

Ipotizzo di trascurare le perdite distribuite ponendo $f'=0$ (questo permette di considerare il condotto liscio).

$$V_2' \text{ (velocità di primo tentativo)} = \sqrt{\frac{2\cdot 9.81\cdot 33}{1+0.5}}\cdot\left[\frac{m}{s^2}\cdot m\right]\cong 20.77\ \ m/s$$

Da cui segue:

$$\mathrm{Re}'=\frac{20.77\cdot 0.05}{1\cdot 10^{-6}}\cdot\left[\frac{m/s\cdot m}{m^2/s}\right]\cong 1038500$$

Dal diagramma di Moody

$$\Rightarrow f''\cong 0.0117$$

Da questo valore ricavo la velocità di secondo tentativo:

$$V_2'' = \sqrt{\frac{2\cdot 9.81\cdot 33}{1.5+\frac{30}{0.05}\cdot 0.0117}}\cdot\left[\sqrt{\frac{m/s^2\cdot m}{m/m}}\right]\cong 8.7\ \ \ m/s$$

$$\Rightarrow \mathrm{Re}''=\frac{8.7\cdot 0.05}{1\cdot 10^{-6}}\cdot\left[\frac{m/s\cdot m}{m^2/s}\right]\cong 435000$$

Torno a stimare il valore f''' dal diagramma di Moody

$$\Rightarrow f'''\cong 0.0135$$

da questo valore calcolo: $V_2'''=\sqrt{\frac{2\cdot 9.81\cdot 33}{1.5+\frac{30}{0.05}\cdot 0.0135}}\cdot\left[\frac{m}{s}\right]\cong 8.2\ \ m/s$

$$\Rightarrow \mathrm{Re}'''=\frac{8.2\cdot 0.05}{1\cdot 10^{-6}}\cong 410000$$

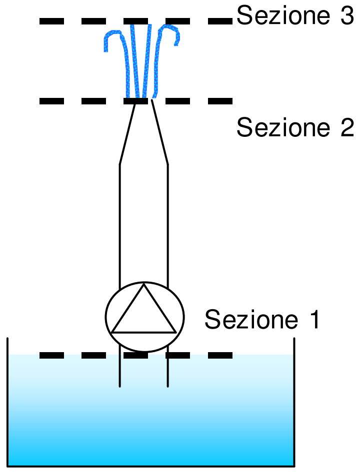
$$\Rightarrow \xi'''' \cong 0.0139 \Rightarrow W_2'''' = 8.11\ \ \ m/s$$

Si procede per iterazioni successive fino ad entrare nei limiti di tolleranza. Una volta raggiunto questo scopo, si considera il valore di fattore d'attrito trovato (*f*) e si applica la formula precedente per trovare il tempo di svuotamento:

$$\tau_S = 2\sqrt{H}\,\frac{D^2}{d^2}\sqrt{\frac{1+\beta+f\,\frac{L}{d}}{2g}}$$

ESERCIZIO 4

Determinare l'altezza del getto d'acqua di una fontana alimentata da una pompa di prevalenza $\Delta p = 4$ Bar



- $L = 6$ m
- $D = 0.08$ m
- $d = 0.02$ m
- $\rho = 10^3$ Kg/m^3
- $\nu = \mu/\rho = 10^{-6}$ m^2/s
- $L_{eq} = 0.55$ m

Per semplicità si considerino tubi lisci

Svolgimento

Prima di tutto applichiamo l'equazione di Bernoulli alle sezioni 1 e 2 indicate in figura

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \cancel{\frac{p_2 - p_1}{\rho}} + R = \frac{\Delta p}{\rho}$$

Il termine $\frac{p_2 - p_1}{\rho}$ è trascurabile poiché le due sezioni possono essere considerate entrambe a pressione atmosferica; R sono le perdite di carico totali, mentre $(z_2 - z_1)$ non è altro che L.
Sfruttando l'equazione di continuità, uguagliamo le portate massiche nelle due sezioni

$$\rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2$$

poiché $A = \pi \frac{D^2}{4}$ si ricava $V_2 = V_1 \frac{D^2}{d^2} = 16 V_1$
Si deve quindi risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(L) + R = \frac{\Delta p}{\rho} \\ V_2 = 16 V_1 \end{cases}$$

Ora dobbiamo calcolare le perdite di carico, in particolare per la perdita di carico concentrata, data dal restringimento dell'ugello, usiamo le lunghezze equivalenti, sfruttando l'apposito nomogramma in appendice.

$$L_{eq} = 0.55 m$$

$$R = \frac{V_1^2}{2} \frac{L + L_{eq}}{D} f = f \cdot V_1^2 \cdot 40.93$$

Andando a sostituire R nel sistema otteniamo V_1 in funzione di f

$$V_1 = \sqrt{\frac{341.2}{127.5 + f \cdot 40.93}}$$

Come sappiamo per individuare f sul diagramma di Moody ci occorre il numero di Reynolds . In questo caso non è però possibile calcolarlo poiché esso stesso dipende dalla velocità.
La risoluzione di questo problema richiede quindi un processo iterativo.
Per cominciare possiamo calcolare la velocità che avremmo con coefficiente di attrito nullo:

$$f' = 0 \quad \rightarrow \qquad V_1' = 1.635 \,{}^{m}\!/_{s}$$

Con questo valore di velocità possiamo calcolare il corrispondente numero di Reynolds:

$$\mathrm{Re} = \frac{V_1' D}{\rho} = \frac{1.62 \cdot 0.08}{10^{-6}} = 130800$$

Ora con questo valore di Re e sapendo che i tubi sono lisci dal diagramma di Moody ricavo una nuova f

$$f'' = 0.018$$

Con questo nuovo coefficiente di attrito ripeto i calcoli trovando una nuova velocità

$$V_1'' = 1.631 \,{}^{m}\!/_{s}$$

Questa nuova velocità differisce di pochissimo dalla precedente e posso quindi considerarla il mio valore definitivo. Sostituendo nel sistema iniziale, calcolo la velocità nella seconda sezione:

$$V_2 = 16 V_1 = 26.096 \,{}^{m}\!/_{s}$$

In fine considero le sezioni 2 e 3. La formula di Bernoulli si riduce ad una equazione molto semplice, e ricavo facilmente l'altezza del getto d'acqua:

$$H = \frac{w_2^2}{2g} = 34.744 m$$

ESERCIZIO 5

Calcolare la portata di carburante in condizioni stechiometriche di un motore a benzina 4 tempi nelle condizioni di massima potenza (120 kW a 6000 giri/min).

- Rapporto di compressione $\rho = 10$
- Potere calorifico inferiore benzina PCI = 42 MJ/kg

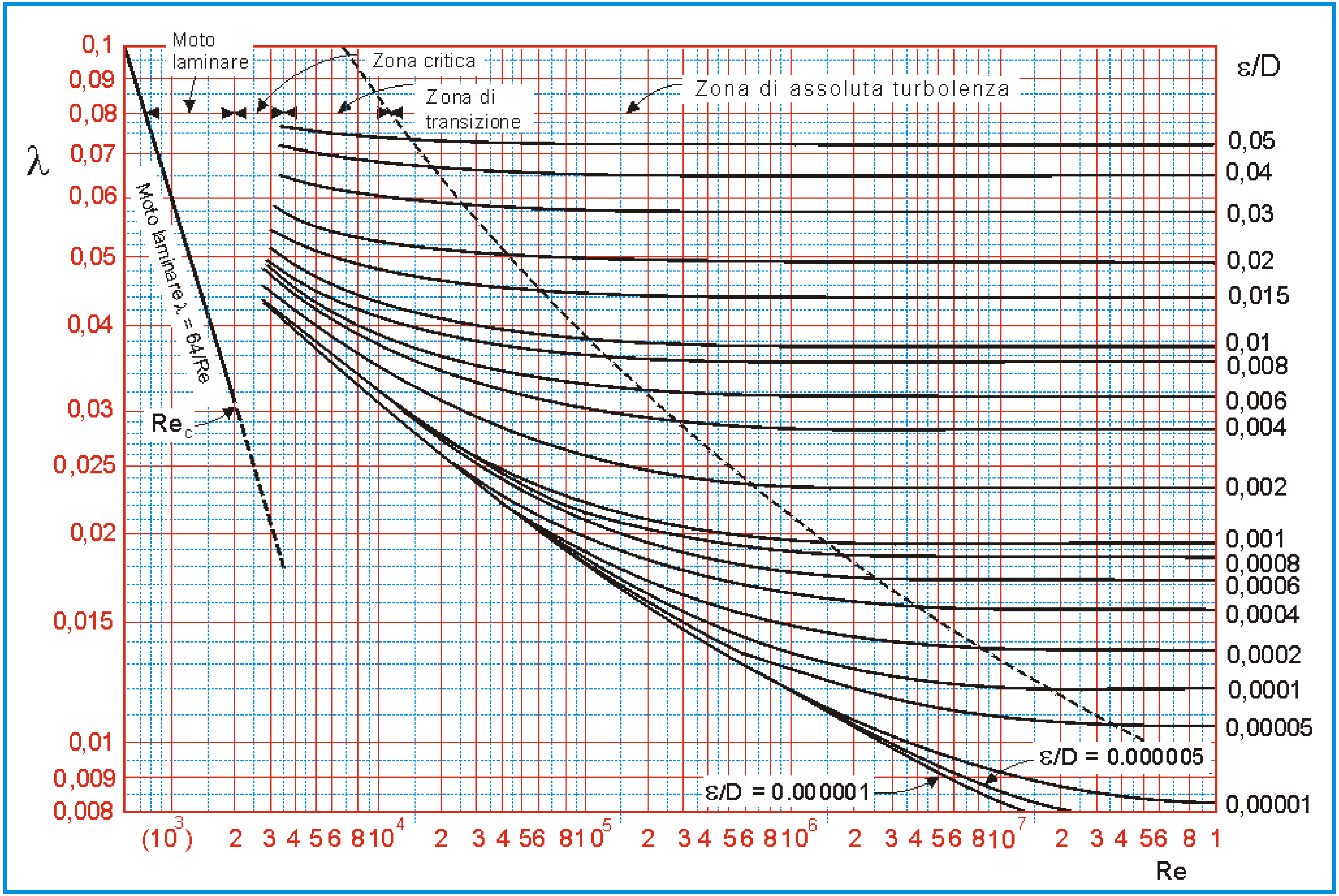
SVOLGIMENTO

Facendo riferimento alla curva del rendimento in funzione del rapporto di compressione di un ciclo Otto teorico, quando $\rho = 10$ il valore corrispondente del rendimento risulta pari a 0,6.
Calcoliamo la potenza termica che occorre fornire al motore per ottenere la corrispondente potenza meccanica di 100 kW:

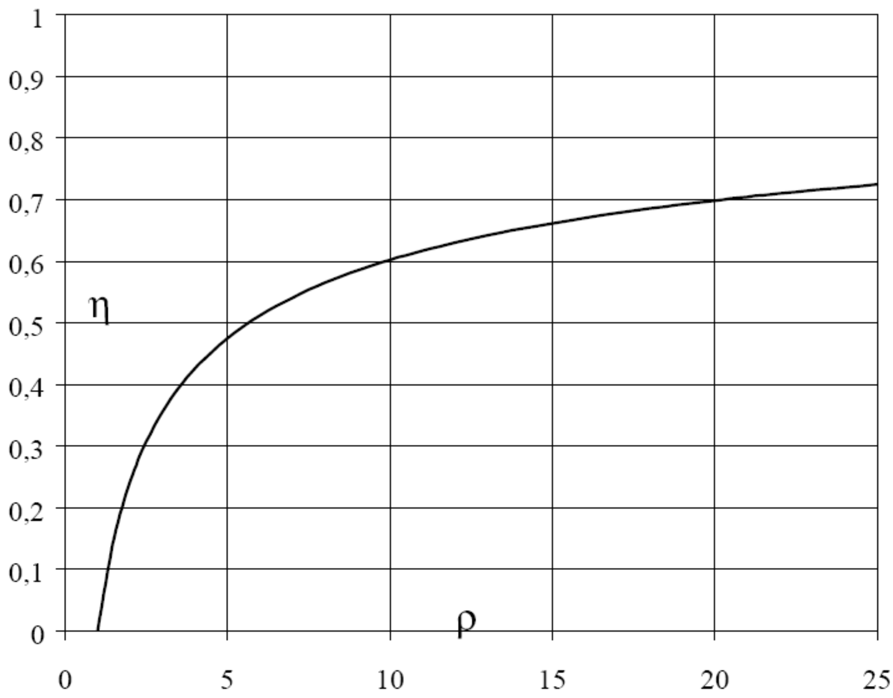
$$P_Q = \frac{P_M}{0.6} = 200 \text{ kW}$$

Il consumo di carburante risulta quindi pari al rapporto tra la potenza termica P_Q ed il potere calorifico inferiore PCI:

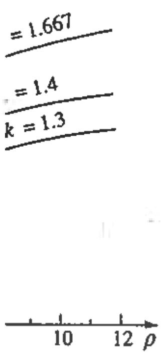
$$Q_m = \frac{P_Q}{PCI} = \frac{200}{42000} = 0.0047 \text{ kg/s}$$



λ
0,1
0,09
0,08
0,07
0,06
0,05
0,04
0,03
0,025
0,02
0,015
0,01
0,009
0,008
Moto laminare
Zona critica
Zona di transizione
Zona di assoluta turbolenza
Moto laminare λ = 64/Re
Re c
ε/D
0,05
0,04
0,03
0,02
0,015
0,01
0,008
0,006
0,004
0,002
0,001
0,0008
0,0006
0,0004
0,0002
0,0001
0,00005
0,00001
ε/D = 0.000005
ε/D = 0.000001
(10 3) 2 3 4 5 6 8 10 4 2 3 4 5 6 8 10 5 2 3 4 5 6 8 10 6 2 3 4 5 6 8 10 7 2 3 4 5 6 8 1
Re


1
0,9
0,8
0,7
0,6
η
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
ρ
0
5
10
15
20
25

ızione, come il piombo tetraetile, è stato possi-
ɔ termico dei motori a benzina elevando il rap-
netrico, fino a circa 12, senza che si verificasse
ione. Il piombo tetraetile veniva addizionato
Venti perché permette di aumentare, nel modo
ottano che è una misura del potere antidetonante
, la benzina addizionata di piombo ha un effet-
rabile poiché, durante la combustione, forma
ıte e inquinanti per l'ambiente. Per combattere
, la benzina al piombo è stata messa defini-
dalla metà degli anni Settanta, per cui le raffi-
sviluppare altre tecniche più complesse per
onante della benzina. La maggior parte delle
1975 sono state progettate per utilizzare ben-
, per evitare il problema della detonazione, è
valori più bassi per il rapporto volumetrico di
ıza di ciò, il rendimento termico è diminuito,
seguiti in altri settori (riduzione del peso del-
etto aerodinamico ecc.), le automobili odierne
ombustibile (e, conseguentemente, percorrono
di combustibile). Quanto detto dimostra come
risultato di più compromessi e che l'efficienza
presi in considerazione.
ı cui dipende il rendimento termico di un ciclo
dei calori specifici k. Per un dato rapporto
ıne, un ciclo Otto ideale che utilizzi un gas
n o l'elio, per i quali $k = 1.667$) come fluido
termico più elevato (Figura 7.18). Il rapporto
ıdi il rendimento termico del ciclo Otto ideale,



aeusebiu@yahoo.com

reali hanno rendimenti termici inferiori rispetto al ciclo Otto ideale ad aria standard. Il rendimento termico dei motori ad accensione comandata reali varia all'incirca tra il 25 e il 30 per cento.

ESEMPIO 7.2

Un ciclo Otto ideale ha un rapporto volumetrico di compressione pari a 8. All'inizio della trasformazione di compressione l'aria si trova alla pressione di 100 kPa e alla temperatura di 17°C; durante la trasformazione a volume costante viene fornita al fluido evolvente una quantità di calore pari a 800 kJ/kg. Determinare *a*) la massima temperatura e la massima pressione che si raggiungono nel ciclo; *b*) il lavoro netto prodotto; *c*) il rendimento termico; *d*) ~~la pressione media effettiva.~~

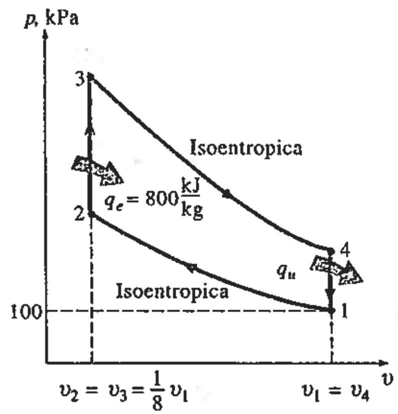


FIGURA 7.19
Il ciclo Otto dell'Esempio 7.2 sul diagramma p-v.

Soluzione Il ciclo Otto descritto è rappresentato sul diagramma p-v in Figura 7.19. L'aria contenuta nel cilindro costituisce un sistema chiuso e di ciò si deve tenere conto nell'applicare i principi della termodinamica alle singole trasformazioni. Si assumono costanti i calori specifici dell'aria, valutandoli a temperatura ambiente: $c_p = 1005$ J/(kg · K), $c_v = 718$ J/(kg · K), $k = 1.4$.

a) In un ciclo Otto la massima temperatura e la massima pressione vengono raggiunte alla fine della trasformazione a volume costante in cui si fornisce calore al fluido (stato 3). Dapprima, però, è necessario calcolare la temperatura e la pressione dell'aria alla fine della trasformazione isoentropica di compressione (stato 2):

$T_2 v_2^{k-1} = T_1 v_1^{k-1}$

$$T_2 = T_1\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = T_1\rho^{\,k-1} = 290\times 8^{1.4-1} = 666.2\ \text{K}$$

$$\frac{p_2 v_2}{T_2} = \frac{p_1 v_1}{T_1} \;\rightarrow\; p_2 = p_1\frac{T_2}{T_1}\frac{v_1}{v_2} = 100\times\frac{666.2}{290}\times 8 = 1837.8\ \text{kPa}$$

$p_2 = p_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^k$

Dall'equazione del primo principio della termodinamica applicata alla trasformazione a volume costante 2-3:

$$q_{23} - l_{23} = u_3 - u_2 = c_v\,(T_3 - T_2)$$

si ricava ($l_{23} = 0$):

$$T_3 = T_2 + \frac{q_{23}}{c_v} = 666.2 + \frac{800}{0.718} = 1780.4\ \text{K}$$

e quindi:

$$\frac{p_3 v_3}{T_3} = \frac{p_2 v_2}{T_2} \;\rightarrow\; p_3 = p_2\frac{T_3}{T_2}\frac{v_2}{v_3} = 1837.8\times\frac{1780.4}{666.2}\times 1 = 4911.5\ \text{kPa}$$

b) Il lavoro netto prodotto può essere determinato sia sommando i lavori di variazione di volume ($\int p\,dV$) scambiati con l'ambiente in ognuna delle trasformazioni del ciclo, sia calcolando il calore netto scambiato durante il ciclo, poiché è pari al lavoro netto prodotto. Scegliendo la seconda via, è necessario calcolare prima la temperatura dell'aria nello stato 4 per poter valutare la quantità di calore ceduta dal sistema q_u. Tenendo presente che la trasformazione 3-4 è un'espansione isoentropica di gas perfetto si ha:

$$T_4 = T_3\left(\frac{\upsilon_3}{\upsilon_4}\right)^{k-1} = T_3\left(\frac{1}{\rho}\right)^{k-1} = 1780.4\left(\frac{1}{8}\right)^{1.4-1} = 775.0\,\text{K}$$

Applicando il primo principio della termodinamica alla trasformazione 4-1 (sottrazione di calore a volume costante), si ottiene:

$$q_{41} - l_{41} = u_1 - u_4 = c_\upsilon\,(T_1 - T_4)$$

da cui ($l_{41} = 0$):

$$q_u = -q_{41} = c_\upsilon\,(T_4 - T_1) = 0.718 \times (775 - 290) = 348.2\ \text{kJ/kg}$$

e quindi il lavoro netto prodotto risulta:

$$l_n = q_n = q_e - q_u = 800 - 348.2 = 451.8\ \text{kJ/kg}$$

c) Il rendimento termico del ciclo viene determinato, in base alla sua definizione, con l'Equazione 7.1:

$$\eta_t = \frac{l_n}{q_e} = \frac{451.8}{800} = 0.565 = 56.5\%$$

Nell'ipotesi di ciclo ad aria standard, il rendimento termico può essere determinato anche con l'Equazione 7.8:

$$\eta_{t,\text{Otto}} = 1 - \frac{1}{\rho^{k-1}} = 1 - \rho^{1-k} = 1 - 8^{1-1.4} = 0.565 = 56.5\%$$

ottenendo lo stesso valore.

d) La pressione media effettiva può essere determinata, in base alla sua definizione, con l'Equazione 7.4:

$$p_{me} = \frac{l_n}{\upsilon_1 - \upsilon_2} = \frac{l_n}{\upsilon_1 - \upsilon_1/\rho} = \frac{l_n}{\upsilon_1\left(1 - 1/\rho\right)}$$

dove

$$\upsilon_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{0.287 \times 290}{100} = 0.832\ \text{m}^3/\text{kg}$$

Per cui:

$$p_{me} = \frac{451.8}{0.832 \times (1 - 1/8)} = 620.6\ \text{kPa}$$

7.6 IL CICLO DIESEL: CICLO IDEALE AD ACCENSIONE SPONTANEA

Il ciclo Diesel è il ciclo ideale dei motori alternativi a
nea. Il motore ad accensione spontanea, proposto per la p
Diesel intorno al 1890, è molto simile al motore ad ac
differendo sostanzialmente solo nel modo in cui avvi
combustibile. Nei motori ad accensione comandata (
benzina), la miscela di aria e combustibile viene comp
peratura inferiore a quella di autoaccensione del comb
stione viene innescata dalla scintilla di una candela. I
accensione spontanea (detti anche *motori diesel*), l'a
fino a raggiungere una temperatura superiore a quell
del combustibile e la combustione inizia spontanea
combustibile, iniettato nel cilindro, viene a contatto co
di, la candela e il carburatore dei motori ad accensi
sostituiti, nei motori diesel, dall'iniettore di combustil

Nei motori a benzina, durante la fase di compress
tiene una miscela di aria e combustibile e ciò limita il r
di compressione onde evitare il problema dell'autoacc
nazione. Nei motori diesel, invece, durante la fase di c
dro contiene soltanto aria, per cui non esiste possibili
Pertanto, i motori diesel possono essere progettati per
porti volumetrici di compressione molto più elevati,
24. Inoltre, non essendo soggetti al problema dell'autc
diesel hanno un altro vantaggio: molte delle stringenti
combustibile nei motori a benzina possono essere rim
no utilizzare combustibili meno raffinati (e quindi me

Nei motori diesel l'iniezione del combustibile ini
si avvicina al PMS e continua durante la prima parte d
ne. Pertanto, la combustione ha una durata maggiore
benzina e ciò comporta che la trasformazione in cu
nistrazione di calore possa essere considerata, nel c
pressione costante. Questa è l'unica trasformazione in
ciclo Diesel differiscono; le rimanenti tre trasformaz
stesse (Figura 7.21), per cui la trasformazione 1-2
isoentropica, la trasformazione 3-4 è una espansione
sformazione 4-1 è una sottrazione di calore a volum
La somiglianza tra i due cicli è evidente confrontand
zioni sui diagrammi p-υ e T-s.

Una misura delle prestazioni dei cicli diretti è fo
termico. Di seguito verrà ricavata, utilizzando le ass
aria standard, l'espressione del rendimento termico
consentirà di esaminare gli effetti dei principali param
dei motori diesel

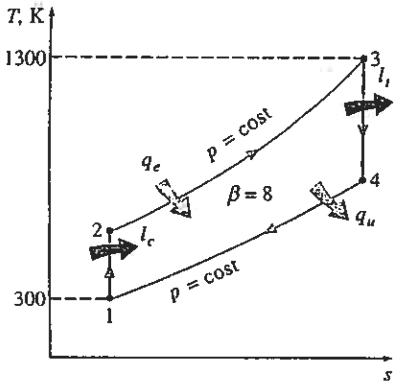


FIGURA 7.31
Il ciclo Brayton dell'Esempio 7.4 sul diagramma *T-s*.

flusso stazionario è proporzionale al volume specifico del fluido evolvente ($l = -\int v\,dp$) se le variazioni di energia cinetica e di energia potenziale sono trascurabili.

ESEMPIO 7.4

Un impianto motore fisso funzionante secondo un ciclo Brayton ideale ha un rapporto manometrico di compressione pari a 8. La temperatura del gas all'ingresso del compressore è di 300 K mentre quella all'ingresso della turbina è di 1300 K. Con riferimento al ciclo ad aria standard, determinare *a)* la temperatura del gas all'uscita del compressore e all'uscita della turbina; *b)* il rapporto tra lavoro di compressione e lavoro fornito dalla turbina; *c)* il rendimento termico.

Soluzione Il ciclo è rappresentato sul diagramma *T-s* in Figura 7.31. Con riferimento al ciclo ad aria standard, il fluido evolvente è aria che si comporta come un gas perfetto e le quattro trasformazioni che costituiscono il ciclo sono internamente reversibili; inoltre, il processo di combustione e quello di rinnovo dei gas combusti sono sostituiti rispettivamente da una somministrazione e da una sottrazione di calore entrambe a pressione costante e, infine, i calori specifici dell'aria sono assunti costanti, valutati a temperatura ambiente: $c_p = 1.005$ kJ/(kg · K), $c_v = 0.718$ kJ/(kg · K), $k = 1.4$.

a) Le temperature dell'aria all'uscita del compressore e all'uscita della turbina possono essere determinate applicando alle trasformazioni 1-2 e 3-4 l'equazione dell'isoentropica che, per un gas perfetto, è una politropica di esponente k.

Trasformazione 1-2 (compressione isoentropica di un gas perfetto):

$$T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k} = 300 \times 8^{0.4/1.4} = 543.4 \text{ K}$$

Trasformazione 3-4 (espansione isoentropica di un gas perfetto):

$$T_4 = T_3\left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{(k-1)/k} = 1300 \times \frac{1}{8}^{0.4/1.4} = 717.7 \text{ K}$$

b) Per determinare il rapporto tra il lavoro di compressione e il lavoro fornito dalla turbina è necessario calcolare i due lavori. Se si trascurano le variazioni dell'energia cinetica e dell'energia potenziale, l'equazione del primo principio della termodinamica per sistemi aperti a flusso stazionario si semplifica nell'Equazione 7.14:

$$l_{c,e} = h_2 - h_1 = c_p\,(T_2 - T_1) = 1.005 \times (543.4 - 300) = 244.6 \text{ kJ/kg}$$

$$l_{t,u} = h_3 - h_4 = c_p\,(T_3 - T_4) = 1.005 \times (1300 - 717.7) = 585.2 \text{ kJ/kg}$$

per cui il rapporto tra il lavoro di compressione e il lavoro fornito dalla turbina vale:

$$\frac{l_{c,e}}{l_{t,u}} = \frac{244.16}{585.2} = 0.418$$

c) Il rendimento termico è il rapporto tra il lavoro netto prodo[tto e la quantità] di calore fornita al sistema:

$$q_e = h_3 - h_2 = c_p\,(T_3 - T_2) = 1.005 \times (1300 - 543.4) =$$

$$l_n = l_u - l_e = 585.2 - 244.6 = 362.7 \text{ kJ/kg}$$

per cui:

$$\eta_t = \frac{l_n}{q_e} = \frac{362.7}{851.62} = 0.448 = 44.8\%$$

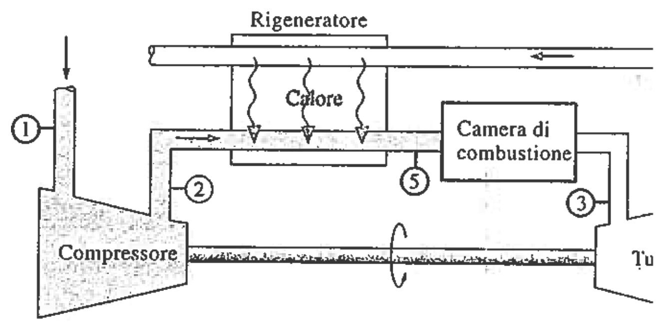
Il rendimento termico potrebbe essere determinato anche co

$$\eta_{t,\,\text{Brayton}} = 1 - \frac{1}{\beta^{(k-1)/k}} = 1 - \frac{1}{8^{(1.4-1)/1.4}} = 0.44$$

7.8 IL CICLO BRAYTON CON RIGENE

Nei motori a turbina a gas, la temperatura dei gas comb turbina è spesso considerevolmente più elevata della te all'uscita del compressore. Pertanto, l'aria a pressione compressore può essere riscaldata mediante uno scam gas combusti ancora caldi, realizzato in uno scambiato corrente che prende il nome di *rigeneratore* o *ricupera* un impianto motore a turbina a gas con rigeneratore e del ciclo termodinamico sul diagramma *T-s* sono ripor nelle Figure 7.32 e 7.33.

Per effetto della rigenerazione, il rendimento termic aumenta perché l'energia dei gas combusti di scarico, plice è ceduta all'ambiente, viene ora utilizzata in par l'aria prima che entri in camera di combustione. In ta quantità di calore (e quindi di combustibile) che dev fluido evolvente per produrre lo stesso lavoro netto. che la rigenerazione è da raccomandare soltanto se la t



e percento. Tuttavia, ciò non deve sorprendere, poiché
ori a vapore viene compresso un liquido invece che un
r una trasformazione reversibile in un sistema aperto a
è proporzionale al volume specifico del fluido evolvente
ariazioni di energia cinetica e di energia potenziale sono

---

fisso funzionante secondo un ciclo Brayton ideale ha un rap-
di compressione pari a 8. La temperatura del gas all'ingresso
di 300 K mentre quella all'ingresso della turbina è di 1300 K.
ciclo ad aria standard, determinare *a*) la temperatura del gas
essore e all'uscita della turbina; *b*) il rapporto tra lavoro di com-
ornito dalla turbina; *c*) il rendimento termico.

) è rappresentato sul diagramma *T-s* in Figura 7.31. Con riferi-
ia standard, il fluido evolvente è aria che si comporta come un
attro trasformazioni che costituiscono il ciclo sono internamente
processo di combustione e quello di rinnovo dei gas combusti
ttivamente da una somministrazione e da una sottrazione di
pressione costante e, infine, i calori specifici dell'aria sono as-
iti a temperatura ambiente: $c_p = 1.005$ kJ/(kg · K), $c_v = 0.718$ kJ/

ell'aria all'uscita del compressore e all'uscita della turbina pos-
ninate applicando alle trasformazioni 1-2 e 3-4 l'equazione
e, per un gas perfetto, è una politropica di esponente *k*.

(compressione isoentropica di un gas perfetto):

$$T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k} = 300 \times 8^{0.4/1.4} = 543.4 \text{ K}$$

(espansione isoentropica di un gas perfetto):

$$T_4 = T_1\left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{(k-1)/k} = 1300 \times \frac{1}{8}^{0.4/1.4} = 717.7 \text{ K}$$

il rapporto tra il lavoro di compressione e il lavoro fornito dalla
calcolare i due lavori. Se si trascurano le variazioni dell'ener-
nergia potenziale, l'equazione del primo principio della termo-
i aperti a flusso stazionario si semplifica nell'Equazione 7.14:

$$l_1 = c_p (T_2 - T_1) = 1.005 \times (543.4 - 300) = 244.6 \text{ kJ/kg}$$

$$l_t = c_p (T_3 - T_4) = 1.005 \times (1300 - 717.7) = 585.2 \text{ kJ/kg}$$

e quindi 41.8 per cento del lavoro fornito dalla turbina viene utilizzato per muovere il compressore.

c) Il rendimento termico è il rapporto tra il lavoro netto prodotto e la quantità totale di calore fornita al sistema:

$$q_e = h_3 - h_2 = c_p (T_3 - T_2) = 1.005 \times (1300 - 543.4) = 760.4 \text{ kJ/kg}$$

$$l_n = \cancel{585.2 - 244.6} = \cancel{362.7} \text{ kJ/kg}$$

$q_e - q_u$ 340,6

$q_u = c_p (T_4 - T_1) = 419,78$

per cui:

340,62

$$\eta_t = \frac{l_n}{q_e} = \frac{\cancel{362.7}}{\cancel{851.62}\ 760,4} = 0.448 = 44.8\%$$

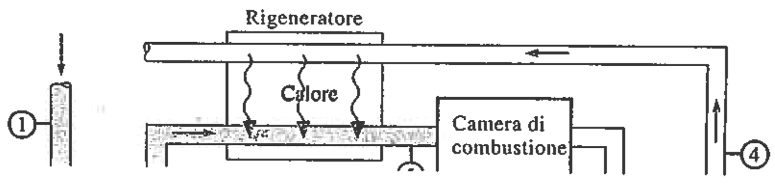
Il rendimento termico potrebbe essere determinato anche con l'Equazione 7.16:

$$\eta_{t,\text{Brayton}} = 1 - \frac{1}{\beta^{(k-1)/k}} = 1 - \frac{1}{8^{(1.4-1)/1.4}} = 0.448$$

7.8 IL CICLO BRAYTON CON RIGENERAZIONE

Nei motori a turbina a gas, la temperatura dei gas combusti all'uscita della turbina è spesso considerevolmente più elevata della temperatura dell'aria all'uscita del compressore. Pertanto, l'aria a pressione elevata in uscita dal compressore può essere riscaldata mediante uno scambio di calore con i gas combusti ancora caldi, realizzato in uno scambiatore di calore controcorrente che prende il nome di *rigeneratore* o *ricuperatore*. Lo schema di un impianto motore a turbina a gas con rigeneratore e la rappresentazione del ciclo termodinamico sul diagramma *T-s* sono riportati rispettivamente nelle Figure 7.32 e 7.33.

Per effetto della rigenerazione, il rendimento termico del ciclo Brayton aumenta perché l'energia dei gas combusti di scarico, che nel ciclo semplice è ceduta all'ambiente, viene ora utilizzata in parte per preriscaldare l'aria prima che entri in camera di combustione. In tal modo si riduce la quantità di calore (e quindi di combustibile) che deve essere fornita al fluido evolvente per produrre lo stesso lavoro netto. Si osservi, tuttavia, che la rigenerazione è da raccomandare soltanto se la temperatura dei gas



ra dei fluidi che attraversano il rigeneratore è la
ombusti che escono dalla turbina ed entrano nel
è possibile preriscaldare l'aria nel rigeneratore a
. Normalmente, l'aria esce dal rigeneratore a una
olo nel caso limite ideale può aversi $T_{5'} = T_4$
Assumendo che il rigeneratore sia ben isolato
trascurabili le variazioni di energia cinetica e di
antità di calore scambiate tra i gas combusti e
caso limite ideale sono rispettivamente:

$$q_{rig} = h_5 - h_2 \quad (7.18)$$

$$q_{rig,\,max} = h_{5'} - h_2 = h_4 - h_2 \quad (7.19)$$

e la misura in cui un rigeneratore approssima un
a **efficacia** ε, definita come:

$$\varepsilon = \frac{q_{rig}}{q_{rig,\,max}} = \frac{h_5 - h_2}{h_4 - h_2} \quad (7.20)$$

ia standard, l'espressione dell'efficacia diviene:

$$\varepsilon \approx \frac{T_5 - T_2}{T_4 - T_2} \quad (7.21)$$

naggiore efficacia consente un minor consumo di
scalda l'aria fino a una temperatura maggiore pri-
a di combustione. Tuttavia, ottenere una più ele-
lizzare un rigeneratore con una maggiore superfi-
on conseguente aumento del costo e delle perdite
vo, l'utilizzo di un rigeneratore avente un'effica-
ı essere economicamente giustificato a meno che
combustibile non superi i costi che il rigeneratore
te dei rigeneratori utilizzati nella pratica ha un'ef-

d aria standard, il rendimento termico di un ciclo
erazione totale vale:

$$\eta_{t,\,rig} = 1 - \left(\frac{T_1}{T_3}\right)\beta^{(k-1)/k} \quad (7.22)$$

il suo valore dipende, oltre che dal rapporto
sione e dal rapporto dei calori specifici del fluido

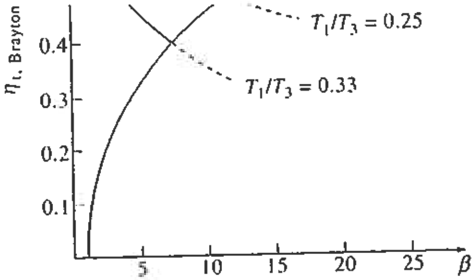


FIGURA 7.34
Rendimento termico del ciclo Brayton ideale con rigenerazione totale e senza rigenerazione, in funzione del rapporto manometrico di compressione β.

evolvente, anche dal rapporto tra la temperatura minima e la temperatura massima nel ciclo. Il diagramma di Figura 7.34, che riporta il rendimento termico del ciclo Brayton ideale senza rigenerazione e con rigenerazione totale in funzione del rapporto manometrico di compressione e per vari valori del rapporto tra le temperature minima e massima del ciclo, dimostra che la rigenerazione è più efficace per bassi valori sia del rapporto manometrico di compressione sia del rapporto tra le temperature minima e massima.

ESEMPIO 7.5

Determinare il rendimento termico dell'impianto motore a turbina a gas descritto nell'Esempio 7.4 nel caso in cui si installi un rigeneratore avente un'efficacia dell'80 per cento.

Soluzione In Figura 7.35 è riportata la rappresentazione del ciclo sul diagramma *T-s*. Si determina prima l'entalpia dell'aria all'uscita del rigeneratore utilizzando la definizione di efficacia:

$$\varepsilon = \frac{h_5 - h_2}{h_4 - h_2} = \frac{c_p(T_5 - T_2)}{c_p(T_4 - T_2)} = \frac{T_5 - T_2}{T_4 - T_2}$$

Per cui:

$$0.80 = \frac{T_5 - 543.4}{717.7 - 543.4} \rightarrow T_5 = 682.8 \text{ K}$$

$$q_e = h_3 - h_5 = c_p(T_3 - T_5) = 1.005 \times (1300 - 682.8) = 620.3 \text{ kJ/kg}$$

Si ha, quindi, un risparmio della quantità di calore da fornire in camera di combustione di 140.1 kJ/kg. L'installazione di un rigeneratore, se si trascurano le perdite di carico, non modifica il lavoro netto fornito dall'impianto. Per cui:

$$\eta_t = \frac{l_n}{q_e} = \frac{340.6}{620.3} = 0.549 = 54.9\%$$

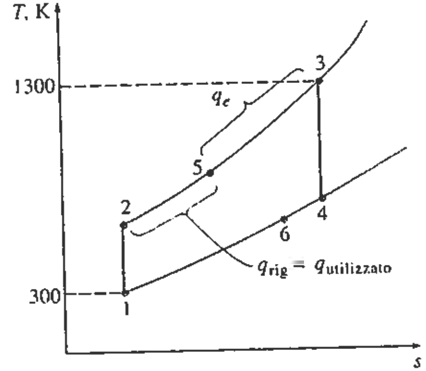


FIGURA 7.35
Il ciclo Brayton rigenerativo dell'Esempio 7.5 sul diagramma *T-s*.

ESERCIZIO G.05

Una portata di aria umida, alla pressione barometrica di 1 *bar*, con una temperatura di 45 °*C* ed una umidità relativa del 30 %, viene raffreddata, con un processo di umidificazione adiabatica, fino a 30 °*C*.

Si determini la quantità di acqua aggiunta all'aria e l'umidità relativa finale.

I dati forniti dal problema sono i seguenti

$$t_1 = 45\ °C \qquad p = 1\ bar$$
$$t_2 = 30\ °C \qquad \varphi_1 = 30\ \%$$

Inoltre, dalle tabelle del vapor d'acqua si ha, a 45 °*C*

$$p_{s1} = 0.0959\ bar$$

per cui il titolo in vapore della miscela vale

$$x_1 = 0.622 \cdot \frac{p_{v1}}{p - p_{v1}} = 0.622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{s1}}{p - \varphi \cdot p_{s1}}$$

e, in termini numerici,

$$x_1 = 0.622 \cdot \frac{0.3 \cdot 0.0959}{1 - 0.3 \cdot 0.0959} = 0.622 \cdot \frac{0.02877}{1 - 0.02877} = 0.01842$$

L'entalpia della miscela nelle condizioni iniziali vale, in base alla definizione data a suo tempo

$$h_1 = h_{a1} + x_1 \cdot h_{v1} = c_{pa} \cdot t_1 + x_1 \cdot [h_{fg,0} + c_{pv} \cdot t_1]$$

e cioè

$$h_1 = 1 \cdot 45 + 0.01842 \cdot [2500 + 1.9$$

mentre, nelle condizioni finali, risulta

$$h_2 = h_{a2} + x_2 \cdot h_{v2} = c_{pa} \cdot t_2 + x_2 \cdot$$

vale a dire

$$h_2 = 1 \cdot 30 + x_2 \cdot [2500 + 1.9 \cdot 30]$$

Ma è anche

$$h_2 = h_1$$

cioè

$$30 + x_2 \cdot 2557 = 92.625$$

ed ancora

$$x_2 = \frac{92.625 - 30}{2557} = \frac{62.625}{2557} = 0.02$$

L'acqua aggiunta all'aria è pari alla va

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 0.02449 - 0.01842$$

Inoltre, essendo anche

$$x_2 = 0.622 \cdot \frac{p_{v2}}{p - p_{v2}}$$

ı, alla pressione barometrica di 1 *bar*, con
ɪ una umidità relativa del 30 %, viene raf-
umidificazione adiabatica, fino a 30 °*C*.
acqua aggiunta all'aria e l'umidità relativa

nti

ı si ha, a 45 °C

'e

$$\frac{\cdot p_{s1}}{- \varphi \cdot p_{s1}}$$

$$622 \cdot \frac{0.02877}{1-0.02877} = 0.01842$$

ni iniziali vale, in base alla definizione data a suo

$$\cdot [h_{fg,0} + c_{pv} \cdot t_1]$$

e cioè

$$h_1 = 1 \cdot 45 + 0.01842 \cdot [2500 + 1.9 \cdot 45] = 92.625 \ kJ/kg$$

mentre, nelle condizioni finali, risulta

$$h_2 = h_{a2} + x_2 \cdot h_{v2} = c_{pa} \cdot t_2 + x_2 \cdot [h_{fg,0} + c_{pv} \cdot t_2]$$

vale a dire

$$h_2 = 1 \cdot 30 + x_2 \cdot [2500 + 1.9 \cdot 30] = 30 + x_2 \cdot 2557$$

Ma è anche

$$h_2 = h_1$$

cioè

$$30 + x_2 \cdot 2557 = 92.625$$

ed ancora

$$x_2 = \frac{92.625-30}{2557} = \frac{62.625}{2557} = 0.02449$$

L'acqua aggiunta all'aria è pari alla variazione di titolo, in altre parole

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 0.02449 - 0.01842 = 0.00607 \ \frac{kg_{acqua}}{kg_{aria}}$$

Inoltre, essendo anche

$$x_2 = 0.622 \cdot \frac{p_{v2}}{p - p_{v2}}$$

si ha

$$p_{v2} = \frac{x_2 \cdot p}{x_2 + 0.622} = \frac{0.02449}{0.02449 + 0.622} = 0.03788\ bar$$

Ma è anche, sempre dalle tabelle, a 30 °C

$$p_{s2} = 0.04246\ bar$$

e quindi

$$\varphi_2 = \frac{p_{v2}}{p_{s2}} = \frac{0.03788}{0.04246} = 89.2\ \%$$

ESERCIZIO G.06

In un impianto di co
aria umida fresca, ad u
tiva dell'80 %, viene m
pressione di 1 *bar*, cor
clata, ad una temperat

Si vogliono determi
miscela all'uscita.

I dati relativi alle due correnti c

$$G_1 = 0.84\ kg/s \qquad t_1 =$$
$$G_2 = 1.68\ kg/s \qquad t_2 =$$

Dalle tabelle si ricavano i valo
temperature; si trova così, a 29 °C

$$p_{s1} = 0.04008\ bar$$

e a 20 °C

$$p_{s2} = 0.02339\ bar$$

I titoli in vapore risultano quin

$$x_1 = 0.622 \cdot \frac{\varphi_1 \cdot p_{s1}}{p - \varphi_1 \cdot p_{s1}} =$$

e per la seconda

$$x_2 = 0.622 \cdot \frac{\varphi_2 \cdot p_{s2}}{p - \varphi_2 \cdot p_{s2}} =$$

$= 0.03788\ bar$

ESERCIZIO G.06

In un impianto di condizionamento, una portata pari a 0.84 kg/s di aria umida fresca, ad una temperatura di 29 °C e con un'umidità relativa dell'80 %, viene miscelata, in un processo adiabatico ed isobaro alla pressione di 1 bar, con una portata pari a 1.68 kg/s di aria umida riciclata, ad una temperatura di 20 °C e con un'umidità relativa del 30 %.

Si vogliono determinare la temperatura e l'umidità relativa della miscela all'uscita.

I dati relativi alle due correnti d'aria risultano dal problema

$$G_1 = 0.84\ kg/s \qquad t_1 = 29\ °C \qquad \varphi_1 = 80\ \%$$
$$G_2 = 1.68\ kg/s \qquad t_2 = 20\ °C \qquad \varphi_2 = 30\ \%$$

Dalle tabelle si ricavano i valori delle pressioni di saturazione corrispondenti alle due temperature; si trova così, a 29 °C

$$p_{s1} = 0.04008\ bar$$

e a 20 °C

$$p_{s2} = 0.02339\ bar$$

I titoli in vapore risultano quindi, per la prima corrente

$$x_1 = 0.622 \cdot \frac{\varphi_1 \cdot p_{s1}}{p - \varphi_1 \cdot p_{s1}} = 0.622 \cdot \frac{0.8 \cdot 0.04008}{1 - 0.8 \cdot 0.04008} = 0.020604$$

e per la seconda

$$x_2 = 0.622 \cdot \frac{\varphi_2 \cdot p_{s2}}{p - \varphi_2 \cdot p_{s2}} = 0.622 \cdot \frac{0.3 \cdot 0.02339}{1 - 0.3 \cdot 0.02339} = 0.004395$$

Dalla definizione

$$x = \frac{G_v}{G_a}$$

si ha ancora

$$1 + x = 1 + \frac{G_v}{G_a} = \frac{G_a + G_v}{G_a} = \frac{G}{G_a}$$

e quindi

$$G_a = \frac{G}{1 + x}$$

Si ottengono così i valori

$$G_{a1} = \frac{G_1}{1 + x_1} = \frac{0.84}{1 + 0.020604} = 0.823\ kg/s$$

e per l'altra corrente

$$G_{a2} = \frac{G_2}{1 + x_2} = \frac{1.68}{1 + 0.004395} = 1.673\ kg/s$$

Il bilancio di massa per l'aria fornisce

$$G_{a3} = G_{a1} + G_{a2} = 0.823 + 1.673 = 2.496\ kg/s$$

e quello del vapore

$$G_{v3} = G_{v1} + G_{v2}$$

o anche

$$G_{a3} \cdot x_3 = G_{a1} \cdot x_1 + G_{a2} \cdot x_2$$

da cui si può ricavare il valore del titolo ir

$$x_3 = \frac{G_{a1} \cdot x_1 + G_{a2} \cdot x_2}{G_{a3}}$$

e, in termini numerici,

$$x_3 = \frac{0.823 \cdot 0.020604 + 1.673 \cdot 0}{2.496}$$

L'entalpia della prima corrente vale

$$h_1 = c_{pa} \cdot t_1 + x_1 \cdot [h_{fg,0} + c_{pv} \cdot$$

e cioè

$$h_1 = 1.0045 \cdot 29 + 0.020604 \cdot [2.$$

e quella della seconda

$$h_2 = c_{pa} \cdot t_2 + x_2 \cdot [h_{fg,0} + c_{pv} \cdot$$

e in termini numerici

$$h_2 = 1.0045 \cdot 20 + 0.004395 \cdot [2$$

Dall'equazione di bilancio entalpico

$$G_{a3} \cdot h_3 = G_{a1} \cdot h_1 + G_{a2} \cdot h_2$$

si ricava l'entalpia complessiva della cor

$$h_3 = \frac{G_{a1} \cdot h_1 + G_{a2} \cdot h_2}{G_{a3}} = \frac{0.82}{}$$

23 kg/s

73 kg/s

2.496 kg/s

da cui si può ricavare il valore del titolo in uscita, che risulta

$$x_3 = \frac{G_{a1} \cdot x_1 + G_{a2} \cdot x_2}{G_{a3}}$$

e, in termini numerici,

$$x_3 = \frac{0.823 \cdot 0.020604 + 1.673 \cdot 0.004395}{2.496} = 0.009740$$

L'entalpia della prima corrente vale

$$h_1 = c_{pa} \cdot t_1 + x_1 \cdot [h_{fg,0} + c_{pv} \cdot t_1]$$

e cioè

$$h_1 = 1.0045 \cdot 29 + 0.020604 \cdot [2500 + 1.9 \cdot 29] = 81.8 \ kJ/kg$$

e quella della seconda

$$h_2 = c_{pa} \cdot t_2 + x_2 \cdot [h_{fg,0} + c_{pv} \cdot t_2]$$

e in termini numerici

$$h_2 = 1.0045 \cdot 20 + 0.004395 \cdot [2500 + 1.9 \cdot 20] = 31.24 \ kJ/kg$$

Dall'equazione di bilancio entalpico

$$G_{a3} \cdot h_3 = G_{a1} \cdot h_1 + G_{a2} \cdot h_2$$

si ricava l'entalpia complessiva della corrente in uscita, che vale

$$h_3 = \frac{G_{a1} \cdot h_1 + G_{a2} \cdot h_2}{G_{a3}} = \frac{0.823 \cdot 81.8 + 1.673 \cdot 31.24}{2.496} = 47.91 \ kJ/kg$$

D'altro canto è anche

$$h_3 = c_{pa} \cdot t_3 + x_3 \cdot [h_{fg,0} + c_{pv} \cdot t_3] = [c_{pa} + x_3 \cdot c_{pv}] \cdot t_3 + h_{fg,0} \cdot x_3$$

da cui

$$t_3 = \frac{h_3 - h_{fg,0} \cdot x_3}{c_{pa} + x_3 \cdot c_{pv}}$$

ed ancora

$$t_3 = \frac{47.91 - 2500 \cdot 0.00974}{1.0045 + 0.00974 \cdot 1.9} = \frac{23.56}{1.023} = 23.03\ °C \approx 23\ °C$$

alla quale corrisponde una pressione di saturazione

$$p_{s3} = 0.0281\ bar$$

Dalla relazione

$$x_3 = 0.622 \cdot \frac{\varphi_3 \cdot p_{s3}}{p - \varphi_3 \cdot p_{s3}}$$

si ricava

$$\varphi_3 = \frac{x_3 \cdot p}{(0.622 + x_3) \cdot p_{s3}}$$

ed infine

$$\varphi_3 = \frac{0.00974 \cdot 1}{(0.622 + 0.00974) \cdot 0.0281} = 0.549 = 54.9\ \%$$

ESERCIZIO G.07

Una miscela di aria e v
una umidità relativa del
fino a 20 °C; si determir
variazione del titolo in va

Dalle tabelle del vapor d'acqua, la

$$p_{sat} = 0.07381\ bar$$

e quindi la pressione parziale del vapo

$$p_{v1} = \varphi_1 \cdot p_{sat} = 0.6 \cdot 0.0738$$

ed il titolo in vapore della miscela risu

$$x_1 = 0.622 \cdot \frac{p_{v1}}{p - p_{v1}} = 0.622 \cdot$$

A 20 °C, la pressione di saturazio

$$p_{sat} = 0.02339\ bar$$

che è minore della pressione parziale
guenza, ci troviamo in condizioni di ar

$$p_{v2} = p_{sat} = 0.02339\ bar$$
$$\varphi_2 = 100\ \%$$

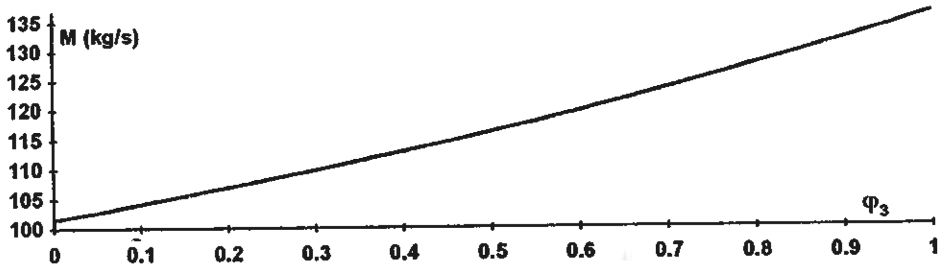


Figura 76. Portata di aria secca al variare dell'umidità relativa dell'aria atmosferica.

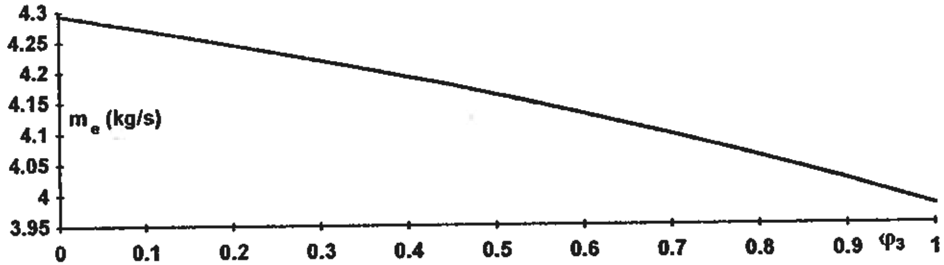


Figura 77. Portata di acqua evaporata nella torre in funzione dell'umidità relativa dell'aria atmosferica.

ESERCIZIO 69

Aria atmosferica a pressione ambiente si trova alla temperatura T_1 = 32 °C con umidità relativa φ_1 = 80%. Prima di essere inviata in una abitazione, l'aria viene deumidificata mediante una unità di trattamento dell'aria (UTA), costituita da una prima sezione in cui l'aria viene deumidificata e raffreddata in uno scambiatore di calore, e da una seconda sezione in cui l'aria viene riscaldata in un secondo scambiatore di calore (Figura 78). Per eliminare vapore acqueo dall'aria umida, l'aria esce dalla prima sezione in condizioni di saturazione (φ_2=1) ma ad una temperatura T_2 eccessivamente bassa. Per essere inviata nella abitazione l'aria umida viene riscaldata nella seconda sezione dell'UTA, fino a raggiungere la temperatura desiderata T_3=22 °C, con umidità relativa φ_3=40 %.

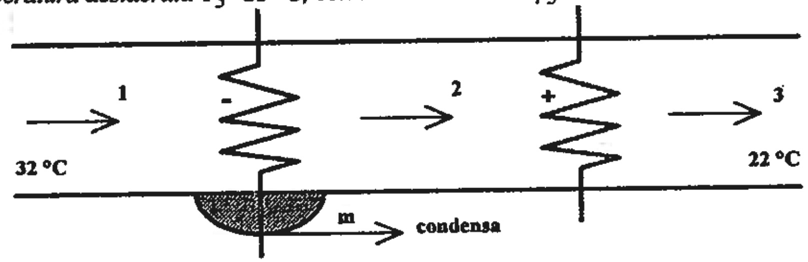


Figura 78. Unità di trattamento dell'aria umida, deumidificazione con riscaldamento.

La portata m di condensa si trovi alla temperatura T_2. Con riferimento ad una massa unita di aria secca entrante nell'UTA, calcolare

1) il titolo dell'aria nella sezione di ingresso x_1 e di uscita x_3, la massa m di acq condensata nella sezione di raffreddamento nella trasformazione 1-2,

2) la temperatura T_2 dell'aria uscente dalla sezione di raffreddamento (si deduca temperatura di rugiada dal diagramma psicrometrico),

3) il calore $|q_{12}|$ ceduto dall'aria allo scambiatore nella trasformazione 1-2, specificand quantità di calore ceduto nelle trasformazioni 1-S e S-2,

4) il calore q_{23} ricevuto dall'aria nella sezione riscaldante, nella trasformazione 2-3 e rapporto R_{23} tra calore sensibile e calore totale. I dati disponibili sono:

pressione di saturazione a 32 °C ed a 22 °C $\quad$ *p_{s1}=0.04759 bar* $\quad$ *p_{s3}=0.02645 bar*

calore specifico dell'acqua uscente dalla prima sezione dell'UTA $\quad$ *c=4.2 kJ/kgK*

Soluzione

1) Il titolo nella sezione di ingresso dell'UTA é:

$$x_1 = 0.622\frac{\varphi_1 p_{s1}}{p-\varphi_1 p_{s1}} = 0.622\frac{0.8\,(0.04759)}{1.013-0.8\,(0.04759)} = 0.02429$$

mentre nella sezione di uscita é:

$$x_3 = 0.622\frac{\varphi_3 p_{s3}}{p-\varphi_3 p_{s3}} = 0.622\frac{0.4\,(0.02645)}{1.013-0.4\,(0.02645)} = 0.00656$$

Nella trasformazione 2-3 il titolo non varia, quindi x_2=x_3. La massa m di acqua condens nella prima sezione dell'UTA é ricavabile da un bilancio di massa nella trasformazione 1-2:

$$m = x_1 - x_2 = 0.02429\text{-}0.00656 = 0.01773 \quad kg/kg_a.$$

2) Nella trasformazione 1-2 l'aria viene raffreddata a titolo costante fino alla temperatura rugiada (trasformazione 1-S nel diagramma psicrometrico di Figura 79), quindi la temperatu decresce in una trasformazione S-2 che procede sulla curva di saturazione fino a raggiunge il titolo x_2 (si veda il diagramma psicrometrico di Figura 79).

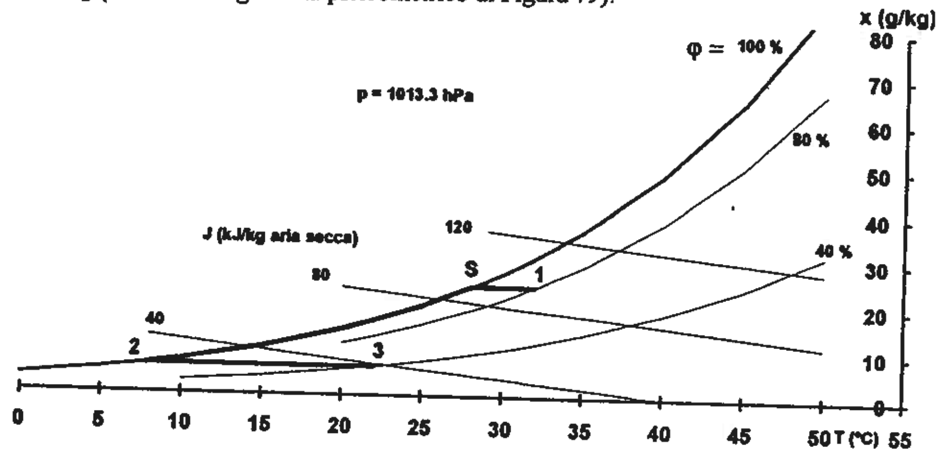


Figura 79. Trasformazione 1-S-2-3 nel diagramma psicrometrico.

$g_a h_1 - Q_{12} = g_a h_2 + g_w h_w \Rightarrow Q_{12} = g_a h_1 - g_a h_2 - g_w h_w$

$g_a x_1 = g_a x_2 + g_w \Rightarrow g_w = x_1 - x_2$

Infine l'aria fredda satura (punto 2) viene riscaldata a titolo costante fino allo stato fisico finale desiderato (punto 3). Dal diagramma psicrometrico si deduce la temperatura T_2= 8 °C, che rappresenta la temperatura di rugiada a titolo x_2=0.00656.

3) Il calore ceduto dall'unità di massa di aria al primo scambiatore nella sezione 1, viene ricavata dall'equazione di bilancio energetico in regime stazionario per il sistema aperto tra le sezioni 1 e 2 (trascurando variazioni di energia cinetica e potenziale), osservando che nel sistema aperto entra aria umida dalla sezione 1, esce aria umida dalla sezione 2 ed esce una massa m (per ogni chilogrammo di aria secca entrante in 1) di acqua liquida condensata alla temperatura T_2 ed entalpia h:

$$|q_{12}| = J_1 - J_2 - m\,h = 1.005\,T_1 + x_1\,(2501.7+1.82\,T_1) - 1.005\,T_2 - x_2\,(2501.7+1.82\,T_2) - mcT_2 =$$
$$= 69.8 - 0.01773 \times 4.2 \times 8 = 69.2 \text{ kJ/kg}_a$$

Si osservi che l'entalpia associata alla massa m di acqua condensata é quasi trascurabile.

La temperatura di rugiada a titolo x_1= 0.02429 é, dal diagramma psicrometrico, T_S= 28.1 °C.

Quindi il calore ceduto dall'unità di massa di aria nella trasformazione 1-S a titolo costante é:

$$|q_{1S}| = J_1 - J_S = 1.005\,T_1 + x_1\,(2501.7+1.82\,T_1) - 1.005\,T_S - x_S\,(2501.7+1.82\,T_S) = 4.1 \text{ kJ/kg}_a$$

Si osservi che in questa trasformazione il calore scambiato coincide con il calore sensibile, essendo nullo il calore latente 2501.7 (x_1-x_S); il rapporto R_{1S} tra calore sensibile e calore totale é quindi uguale ad uno.

Nella trasformazione S-2 lungo la curva di saturazione, in cui la temperatura diminuisce da 28.1 °C a 8 °C e la massa m esce dal sistema, risulta:

$$|q_{S2}| = J_S - J_2 - mh = 1.005\,T_S + x_S\,(2501.7+1.82\,T_S) - 1.005\,T_2 - x_2\,(2501.7+1.82\,T_2) - mcT_2 =$$
$$= 65.7 - 0.01773 \times 4.2 \times 8 = 65.1 \text{ kJ/kg}_a$$

4) Il calore ricevuto dall'unità di massa di aria nella trasformazione a titolo costante 2-3, da 8 °C a 22 °C, é dedotto dalla usuale equazione di bilancio energetico:

$$q_{23} = J_3 - J_2 = 1.005\,T_3 + x_3\,(2501.7+1.82\,T_3) - 1.005\,T_2 - x_2\,(2501.7+1.82\,T_2) = 14.2 \text{ kJ/kg}_a$$

In questa trasformazione il calore latente scambiato é nullo, pertanto R_{23} é uguale a uno; la retta di lavoro della trasformazione 2-3 é una retta orizzontale. La trasformazione 1-S-2-3 si chiama deumidificazione con riscaldamento.

ESERCIZIO 70

In climi desertici l'aria atmosferica é spesso calda ed a bassi valori dell'umidità relativa φ. Per ottenere il benessere termoigrometrico, anziché ricorrere a costosi sistemi di raffreddamento, é possibile effettuare un raffrescamento evaporativo utilizzando un'unità di trattamento dell'aria in cui in una corrente di aria umida viene iniettato uno spray di acqua che evapora nel flusso di aria umida, sottraendo energia all'aria (che quindi diminuisce la propria temperatura ed aumenta la propria umidità relativa). Si consideri allora un'UTA, dove entra aria alla pressione p = 1.013 bar, a temperatura T_1= 36 °C con umidità relativa

Nella trasformazione 2-3 il calore scambiato dall'aria umida é:

$$q_{totale} = J_3 - J_2 = 76.99 - 31.55 = 45.44 \quad \frac{kJ}{kg_a}$$

mentre il calore sensibile (associato alla variazione di temperatura dell'aria) é:

$$q_{sensibile} = q_{totale} - q_{latente} = J_3 - J_2 - 2501.7(x_3 - x_2) = 45.44 - 43.63 = 1.81 \quad \frac{kJ}{kg_a}$$

Il rapporto R_{23} é pertanto:

$$R_{23} = \frac{q_{sensibile}}{q_{totale}} = \frac{1.81}{45.44} = 0.04$$

ESERCIZIO 72

In estate l'aria in un piccolo locale riceve (dall'ambiente esterno, dall'irraggiamento solare, dalle persone o dai macchinari) una potenza termica Q=10 kW ed una portata di vapore (da traspirazione delle persone o da presenza di acqua) m = 1 g/s. L'aria nell'ambiente viene mantenuta alla temperatura T_1= 22 °C con umidità relativa φ_1= 50% mediante una unità di trattamento dell'aria costituita da una batteria di raffreddamento, nella quale una portata m_a= 0.5 kg/s di aria secca cede una potenza Q, e una portata m di vapore condensa. L'aria, a pressione p = 1.0133 bar, entra nell'UTA nello stato fisico 1 ed esce nello stato fisico 2 alla temperatura T_2 (Figura 84). Poiché nella trasformazione 1-2 l'aria deve essere raffreddata e umidificata per ottenere la condensazione della portata m, necessariamente nello stato fisico 2 l'umidità relativa é φ_2= 1. Calcolare:

1) la temperatura T_2 dell'aria entrante nel locale ed uscente dall'UTA,

2) ~~il rapporto R_{21} tra calore sensibile~~ e calore ~~totale~~ trasferito nella trasformazione 2-1,

3) la portata in volume V dell'aria entrante nell'UTA.

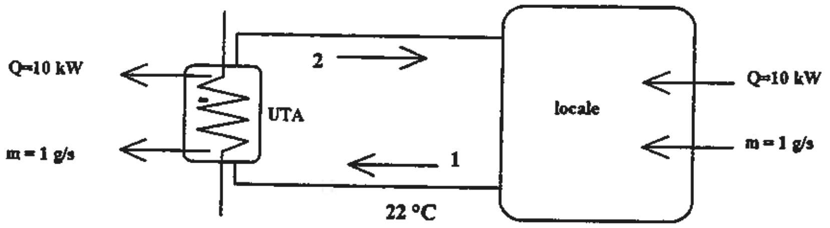


Figura 84. Schema del condizionamento con batteria di raffreddamento condensante.

Dati

pressione di saturazione a 22 °C	p_{s1}=0.02645 bar
calore specifico dell'acqua a 22 °C	c = 4.18 kJ/kg K
costante universale dei gas perfetti	R_0= 8.314 J/mol K
massa molare dell'aria secca	μ_a= 28.97 g/mol
massa molare del vapore	μ_v= 18 g/mol

Soluzione

1) Il titolo nella sezione di ingresso dell'UTA é:

$$x_1 = 0.622\frac{\varphi_1 p_{s1}}{p-\varphi_1 p_{s1}} = 0.622\frac{0.5\,(0.02645)}{1.0133-0.5\,(0.02645)} = 0.00823$$

Per il principio di conservazione della massa di vapore tra le sezioni 1 e 2 risulta l'equazione $m_a x_2 = m_a x_1 - m$, dalla quale si ricava il titolo incognito x_2:

$$x_2 = x_1 - \frac{m}{m_a} = 0.00823 - \frac{0.001}{0.5} = 0.00623$$

L'entalpia specifica dell'aria umida nella sezione 1 é:

$$J_1 = 1.005 T_1 + x_1(2501.7 + 1.82\, T_1) = 22.11 + 0.00823(2501.7 + 40.0) = 43.03 \quad \frac{kJ}{kg_a}$$

L'entalpia specifica h dell'acqua che vaporizza nel locale é l'entalpia del liquido a 22 °C, quindi:

$$h = c\, T_1 = 4.18x22 = 91.96 \quad \frac{kJ}{kg}$$

L'equazione di bilancio di potenza per il sistema aperto tra le sezioni 2 e 1 tra ingresso ed uscita dal locale da condizionare, in regime stazionario, trascurando variazioni di energia cinetica e potenziale, diviene:

$$m_a J_2 = m_a J_1 - mh - Q$$

$g_a h_2 = g_a h_1 - q - g_w h_w$

da cui, esplicitando il termine J_2, si ottiene la temperatura incognita T_2:

$$T_2 = \frac{J_1 - \frac{m}{m_a}h - \frac{Q}{m_a} - 2501.7\, x_2}{1.005 + 1.82\, x_2} = \frac{43.03 - 0.18 - 20 - 15.59}{1.016} = 7.1 \quad °C$$

Si osservi che il termine numerico associato all'entalpia dell'acqua che vaporizza nel locale (0.18) é trascurabile rispetto agli altri termini.

La trasformazione 1-2 nell'UTA é a titolo costante fino alla curva di saturazione φ=1 (dove la temperatura di rugiada risulta di circa 11 °C, dal diagramma psicrometrico), quindi procede lungo tale curva fino al punto 2 (a 7.1 °C).

La trasformazione termodinamica 2-1 dell'aria nel locale é indicata dal segmento di retta 2-1, in cui titolo e temperatura aumentano con continuità (Figura 85).

2) Il calore totale trasferito dall'aria nella trasformazione 2-1 é:

$$q_{totale} = J_1 - J_2 = 1.005(T_1 - T_2) + 1.82(x_1 T_1 - x_2 T_2) + 2501.7(x_1 - x_2) = 20.22 \quad \frac{kJ}{kg_a}$$

Il calore latente é:

$$q_{latente} = 2501.7(x_1 - x_2)$$

Il calore sensibile é:

$$q_{sensibile} = 1.005(T_1 - T_2) + 1.82(x_1 T_1 - x_2 T_2) = J_1 - J_2 - 2501.7(x_1 - x_2)$$

Il rapporto R_{21} é dunque:

$$R_{21} = \frac{J_1 - J_2 - 2501.7(x_1 - x_2)}{J_1 - J_2} = 1 - \frac{2501.7(x_1 - x_2)}{J_1 - J_2} = 1 - \frac{5.00}{20.23} = 0.75$$

3) Nell'unità di trattamento dell'aria, in 1 secondo, entra una massa totale di 0.5 kg (aria secca) + 0.001 kg (vapore). Essendo entrambi gas perfetti, il volume specifico può essere determinato considerando il gas che si trova ad una pressione pari alla sua pressione parziale e alla temperatura T_1. I volumi specifici per l'aria secca v_a e per il vapore v_v risultano quindi dalla equazione di stato dei gas perfetti:

$$v_a = \frac{R_0}{\mu_a}\frac{T_1}{p_a} = \frac{8.314}{28.97x10^{-3}}\frac{273.15+22}{(1.0133-0.5x0.02645)x10^5} = 286.99x295.13x10^{-5} = 0.847$$

$$v_v = \frac{R_0}{\mu_v}\frac{T_1}{p_v} = \frac{8.314}{18x10^{-3}}\frac{273.15+22}{0.5x0.02645x10^5} = 461.89x0.223 = 103.08\,\frac{m^3}{kg}$$

La portata in volume di aria secca V_a é il rapporto tra portata in massa e volume specifico:

$$V_a = m_a\, v_a = 0.5x0.847 = 0.4235\,\frac{m^3}{s}$$

Analogamente, la portata in volume di vapore acqueo V_v diviene:

$$V_v = m_v\, v_v = 0.001x103.08 = 0.10308\,\frac{m^3}{s}$$

La portata totale in volume $\breve{V}$ entrante nell'UTA é la somma $V_a + V_v$; risulta pertanto 0.527 m^3/s.

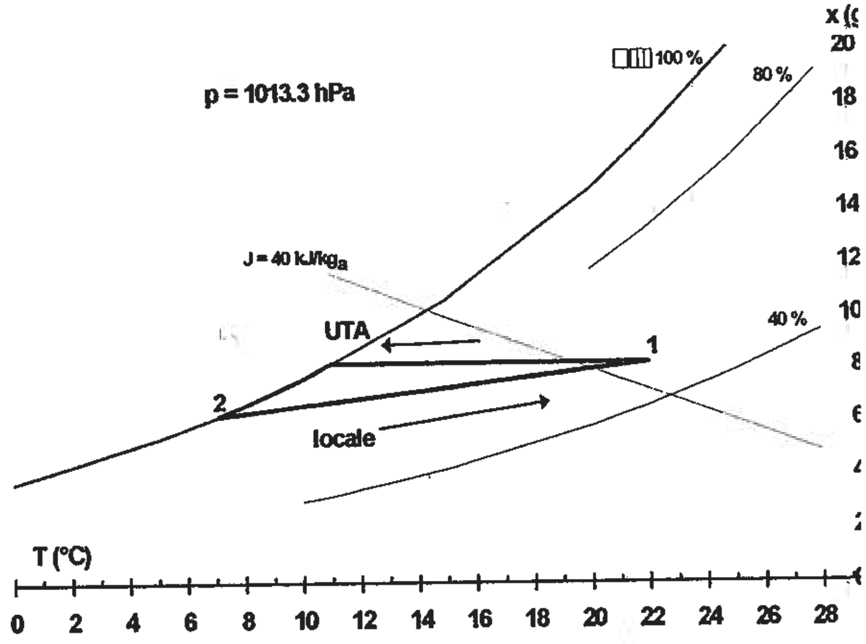


Figura 85. Trasformazione 1-2 (nell'UTA) e 2-1 (nel locale) nel diagramma psicrome

superfici prima che vengano compresse una contro l'altra. Questo accorgimento si adotta comunemente quando si incollano componenti elettronici tipo transistori di potenza ai dissipatori.

ESEMPIO 10.5

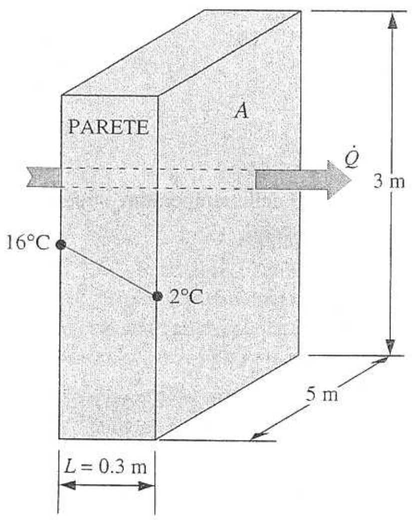


FIGURA 10.34
Schema per l'Esempio 10.5.

Si consideri una parete alta 3 m, larga 5 m e spessa 0.3 m, di conducibilità termica λ = 0.9 W/(m · °C) (Figura 10.34). Le temperature delle superfici interna ed esterna della parete, misurate in un certo giorno, risultano essere 16°C e 2°C, rispettivamente. Si determini la potenza termica dissipata attraverso la parete.

Soluzione Si ipotizza che le temperature delle superfici della parete rimangano costanti sufficientemente a lungo in modo da considerare la trasmissione di calore stazionaria. Si assume inoltre monodimensionale la trasmissione di calore attraverso la parete, dal momento che solo in direzione normale alla parete si avrà un gradiente termico significativo.

Tenendo presente che la trasmissione di calore attraverso la parete avviene per conduzione e che l'area della superficie della parete è A = 3 m × 5 m = 15 m², la potenza termica stazionaria trasmessa attraverso la parete calcolata con l'Equazione10.4 è:

$$\dot{Q} = \lambda A \frac{T_1 - T_2}{L} = 0.9 \times 15 \times \frac{16-2}{0.3} = 630 \text{ W}$$

Lo stesso valore di potenza termica stazionaria trasmessa si ottiene utilizzando la resistenza termica:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T_{\text{parete}}}{R_{\text{parete}}}$$

dove

$$R_{\text{parete}} = \frac{L}{\lambda A} = \frac{0.3}{0.9 \times 15} = 0.02222 ^\circ\text{C/W}$$

Sostituendo, si ottiene:

$$\dot{Q} = \frac{16-2}{0.02222} = 630 \text{ W}$$

ESEMPIO 10.6

Si consideri una finestra vetrata delle dimensioni 0.8 m × 1.5 m e dello spessore di 8 mm, caratterizzata da una conducibilità termica λ = 0.78 W/(m · °C). Si determinino la potenza termica stazionaria trasmessa attraverso la finestra e la temperatura della superficie interna della finestra in un giorno durante il quale l'ambiente interno è mantenuto a 20°C mentre la temperatura esterna è di −10°C. Si assumano quali coefficienti di scambio termico sulle superfici interna ed esterna della finestra h_1 = 10 W/(m² · °C) e h_2 = 40 W/(m² · °C), includendo in essi gli effetti della radiazione.

Soluzione Si ipotizza che le temperature interna ed esterna rimangano costanti per un tempo sufficientemente lungo tanto da poter considerare stazionaria la trasmissione di calore attraverso il vetro della finestra. Si assume inoltre monodimensionale la trasmissione di calore attraverso la finestra, dal momento che solo in direzione normale alla parete si avrà un gradiente termico significativo.

Questo problema, che comprende la conduzione termica attraverso il vetro della finestra e la convezione termica in corrispondenza delle sue superfici esterna e interna, può essere convenientemente trattato facendo uso del concetto di resistenza termica, come mostrato in Figura 10.35. Tenendo presente che l'area della superficie della finestra è $A_s = 0.8 \times 1.5 = 1.2\ \text{m}^2$, le singole resistenze sono:

$$R_i = R_{\text{conv},1} = \frac{1}{h_1 A} = \frac{1}{10 \times 1.2} = 0.08333°\text{C/W}$$

$$R_{\text{vetro}} = \frac{L}{\lambda A} = \frac{0.008}{0.78 \times 1.2} = 0.00855°\text{C/W}$$

$$R_e = R_{\text{conv},2} = \frac{1}{h_2 A} = \frac{1}{40 \times 1.2} = 0.02083°\text{C/W}$$

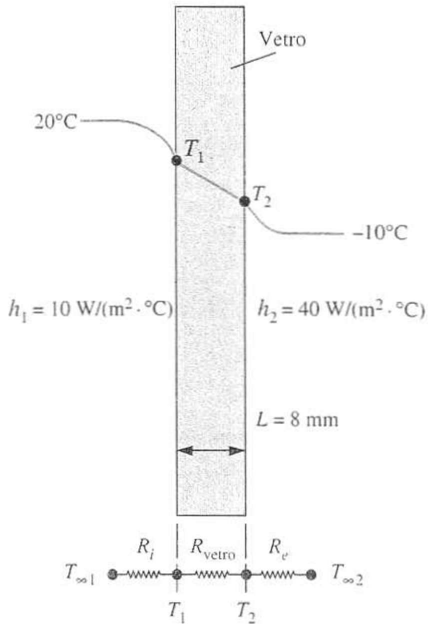


FIGURA 10.35
Schema per l'Esempio 10.6.

Tenendo presente che le tre resistenze sono in serie, la resistenza termica totale risulta essere:

$$R_{\text{totale}} = R_{\text{conv},1} + R_{\text{vetro}} + R_{\text{conv},2} = 0.08333 + 0.00855 + 0.02083$$
$$= 0.1127°\text{C/W}$$

La potenza termica stazionaria trasmessa attraverso la finestra è:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{totale}}} = \frac{20 - (-10)}{0.1127} = 266\ \text{W}$$

Conoscendo la potenza termica, la temperatura superficiale interna del vetro della finestra è:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{R_{\text{conv},1}} \rightarrow T_1 = T_{\infty 1} - \dot{Q}R_{\text{conv},1}$$
$$= 20°\text{C} - (266 \times 0.08333) = -2.2°\text{C}$$

NO

ESEMPIO 10.7

Si consideri una finestra, alta 0.8 m e larga 1.5 m, costituita da due strati di vetro dello spessore di 4 mm [λ = 0.78 W/(m · °C)] separati da un'intercapedine di aria ferma spessa 10 mm [λ = 0.026 W/(m · °C)]. Si determinino la potenza termica stazionaria trasmessa attraverso questa finestra a doppio vetro e la temperatura della sua superficie interna per un giorno durante il quale la temperatura dell'ambiente viene mantenuta a 20°C mentre la temperatura esterna è di −10°C. Si assumano quali coefficienti di scambio termico sulle superfici interna ed esterna della finestra h_1 = 10 W/(m² · °C) e h_2 = 40 W/(m² · °C), includendo in essi gli effetti della radiazione.

Soluzione Questo problema è identico al precedente, eccetto che il vetro singolo da 8 mm di spessore è sostituito da due vetri da 4 mm di spessore ciascuno, che racchiudono un'intercapedine di aria ferma, dello spessore di 10 mm. La resistenza termica comprenderà in questo caso due resistenze conduttive addizionali corrispondenti ai due strati addizionali, come mostrato in Figura 10.36. Tenendo presente che l'area della superficie della finestra è $A = 0.8 \times 1.5 = 1.2\ \text{m}^2$, le singole resistenze sono:

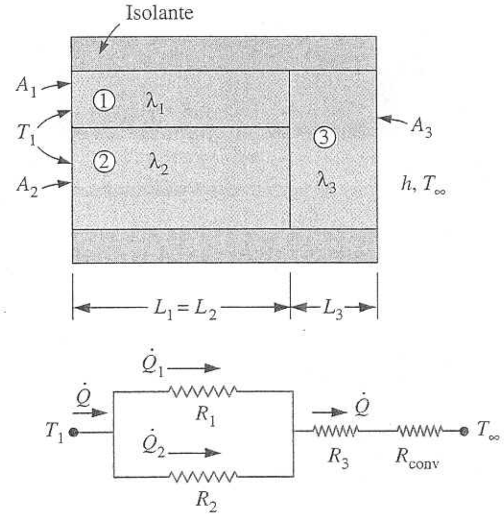


FIGURA 10.38
Rete di resistenze termiche per combinazioni serie-parallelo.

Si noti che, valutate le singole resistenze termiche, la resistenza termica totale e la potenza termica totale trasmessa si possono facilmente determinare con le precedenti relazioni.

Il risultato ottenuto sarà in qualche misura approssimato, dal momento che probabilmente le superfici del terzo strato non saranno isoterme e si avrà scambio termico tra i primi due strati.

Complessi problemi di scambio termico multidimensionali possono essere trattati come monodimensionali (riferiti esclusivamente, per esempio, all'asse x) con le reti di resistenze termiche, se si può ipotizzare che qualunque piano della parete normale all'asse x sia *isotermo* (ossia, che la temperatura vari soltanto lungo l'asse x), e che qualunque piano parallelo all'asse x sia *adiabatico* (ossia, che la trasmissione di calore avvenga soltanto nella direzione x). Queste due ipotesi applicate separatamente portano a reti di resistenze termiche differenti e di conseguenza a valori differenti (anche se non molto) di resistenza termica totale e, quindi, di scambio termico. Il risultato reale è compreso tra questi due valori. In geometrie in cui la trasmissione di calore è essenzialmente monodimensionale, entrambi gli approcci forniscono risultati soddisfacenti.

ESEMPIO 10.8

Una parete alta 3 m e larga 5 m è costituita da lunghi mattoni orizzontali [λ = 0.72 W/(m · °C)] da 16 cm × 22 cm in sezione trasversale, separati da strati di malta [λ = 0.22 W/(m · °C)] da 3 cm di spessore. Vi sono anche strati di malta da 2 cm di spessore su ciascuna faccia del mattone e una schiuma rigida [λ = 0.026 W/(m · °C)] da 3 cm di spessore sul lato interno della parete, come mostrato in Figura 10.39. Le temperature interna ed esterna sono di 20°C e −10°C e i coefficienti di scambio termico convettivo sulle superfici interna ed esterna sono h_1 = 10 W/(m^2 · °C) e h_2 = 25 W/(m^2 · °C), rispettivamente. Nell'ipotesi che la trasmissione di calore sia monodimensionale, trascurando la radiazione, si determini la potenza termica trasmessa attraverso la parete.

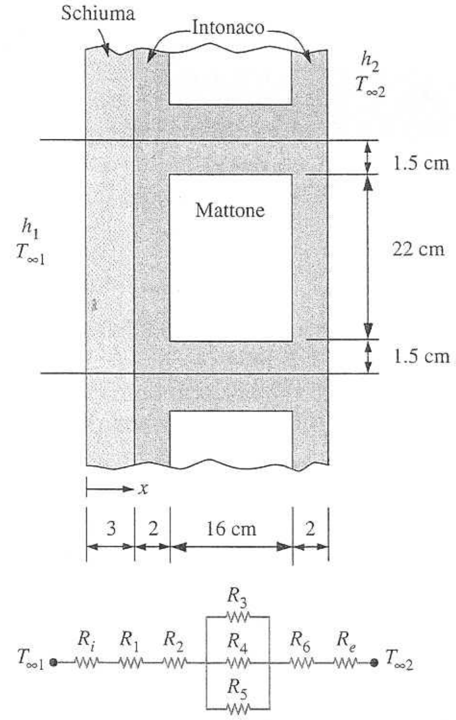


FIGURA 10.39
Schema per l'Esempio 10.8.

Soluzione La trasmissione di calore in questo caso è multidimensionale, ma si può considerare approssimativamente monodimensionale, dal momento che prevale lungo l'asse x. Nella costruzione di questa parete vi è una disposizione che si ripete ogni 25 cm nella direzione verticale, mentre in quella orizzontale non vi sono variazioni. Si considera, pertanto, una porzione della parete di larghezza 1m e altezza 0.25 m, dal momento che essa è rappresentativa dell'intera parete.

Assumendo *isoterma* ogni sezione trasversale della parete normale all'asse x, la rete di resistenze termiche per la sezione rappresentativa della parete diventa quella mostrata in Figura 10.39. Le singole resistenze sono:

$$R_i = R_{\text{conv},1} = \frac{1}{h_1 A} = \frac{1}{10 \times 0.25 \times 1} = 0.4°\text{C/W}$$

$$R_1 = R_{\text{schiuma}} = \frac{L}{\lambda A} = \frac{0.03}{0.026 \times 0.25 \times 1} = 4.6°\text{C/W}$$

$$R_2 = R_6 = R_{\text{malta, laterale}} = \frac{L}{\lambda A} = \frac{0.02}{0.22 \times 0.25 \times 1} = 0.36°\text{C/W}$$

$$R_3 = R_5 = R_{\text{malta, centrale}} = \frac{L}{\lambda A} = \frac{0.16}{0.22 \times 0.015 \times 1} = 48.48°\text{C/W}$$

$$R_4 = R_{\text{mattone}} = \frac{L}{\lambda A} = \frac{0.16}{0.72 \times 0.22 \times 1} = 1.01°\text{C/W}$$

$$R_e = R_{\text{conv},2} = \frac{1}{h_2 A} = \frac{1}{25 \times 0.25 \times 1} = 0.16°\text{C/W}$$

Poiché al centro le tre resistenze R_3, R_4 e R_5 sono in parallelo, la resistenza equivalente è:

$$\frac{1}{R_{\text{centrale}}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{48.48} + \frac{1}{1.01} + \frac{1}{48.48} = 1.03°\text{C/W}$$

che fornisce $$R_{\text{centrale}} = 97°\text{C/W}$$

Essendo ora tutte le resistenze in serie, la resistenza totale risulta essere:

$$\begin{aligned} R_{\text{totale}} &= R_i + R_1 + R_2 + R_{\text{centrale}} + R_6 + R_e \\ &= 0.4 + 4.6 + 0.36 + 0.97 + 0.36 + 0.16 \\ &= 6.85°\text{C/W} \end{aligned}$$

La potenza termica stazionaria trasmessa attraverso la parete è:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{totale}}} = \frac{20 - (-10)}{6.85} = 4.38 \text{ W (per una superficie di area pari a } 0.25 \text{ m}^2)$$

o 4.38/0.25 = 17.5 W per m^2 di superficie. Poiché l'area totale della superficie della parete è $A = 3 \times 5 = 15$ m^2, la potenza termica trasmessa attraverso l'intera parete è:

$$\dot{Q} = 17.5 \times 15 = 262.5 \text{ W}$$

Naturalmente, questo risultato è approssimato, avendo ipotizzato che la temperatura all'interno della parete vari solo in direzione normale alla parete stessa e avendo ignorato ogni variazione di temperatura (e il relativo scambio termico) nelle altre due direzioni.

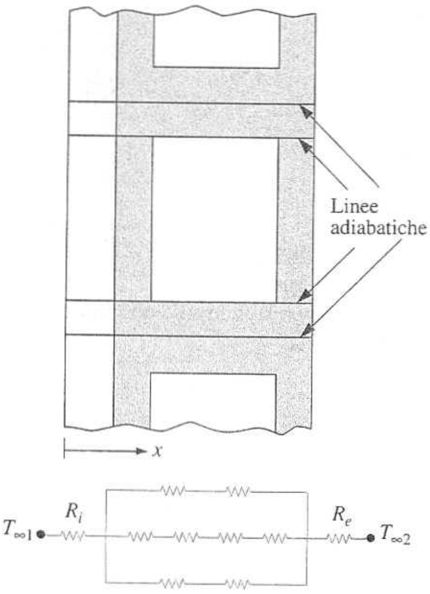


FIGURA 10.40
Rete alternativa di resistenze termiche per l'Esempio 10.8 nel caso di superfici adiabatiche parallele alla direzione primaria di trasmissione del calore.

Discussione Nella soluzione precedente, si è fatta l'ipotesi che ogni sezione trasversale della parete normale all'asse x sia *isoterma*. Questo problema si potrebbe anche risolvere facendo l'altra ipotesi, vale a dire assumendo *adiabatiche* le superfici parallele all'asse x. Così facendo la rete di resistenze termiche è quella mostrata in Figura 10.40. La resistenza termica totale è ora $R_t = 6.97°$C/W, quasi identica al valore di 6.85°C/W ottenuto prima. Questo esempio mostra che in pratica si possono usare entrambe le ipotesi, prima riportate, ottenendo risultati soddisfacenti.

NO

10.6 LA CONDUZIONE TERMICA IN CILINDRI E SFERE

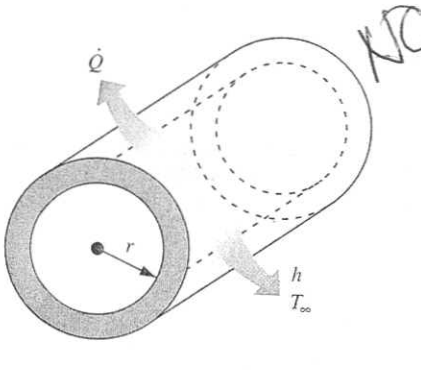


FIGURA 10.41
Trasmissione di calore da una lunga tubazione considerata come monodimensionale.

Si consideri la conduzione termica attraverso la parete di un tubo di acqua calda che disperde continuamente calore verso l'esterno. Intuitivamente si può pensare che la trasmissione di calore attraverso il tubo avvenga in direzione radiale senza scambi termici significativi nelle altre direzioni (Figura 10.41). Se le temperature all'esterno e all'interno del tubo si mantengono costanti, la trasmissione di calore attraverso il tubo può essere considerata oltre che monodimensionale anche *stazionaria*. La temperatura del tubo in questo caso è indipendente dall'angolo azimutale e dalla distanza assiale e, dipendendo solo dalla direzione radiale r, può essere espressa come $T = T(r)$.

Poiché, in condizioni *stazionarie*, in ciascun punto del tubo non vi sono variazioni di temperatura nel tempo, la potenza termica trasmessa attraverso il tubo deve essere costante, $\dot{Q}_{\text{cond, cil}} =$ costante.

ESERCIZIO H.12

Un canale circolare, avente un diametro interno di 25 mm ed una lunghezza di 3 m, è percorso ad una velocità media di 15 m/s da una corrente d'aria a pressione atmosferica, con una temperatura, in corrispondenza della sezione di ingresso, di 200 $°C$.

Determinare il flusso scambiato per unità di lunghezza nell'ipotesi che il flusso termico alla parete possa essere ritenuto costante e che la differenza di temperatura parete-fluido sia uguale a 20 $°C$ lungo tutto il condotto; determinare infine l'aumento complessivo di temperatura subito dal fluido nel canale.

Dalle tabelle delle proprietà si ricavano i valori

$$\rho = 0.746\ kg/m^3 \qquad k = 0.0393\ W/m/K \qquad Pr = 0.679$$
$$c_p = 1.026\ kJ/kg/K \qquad \nu = 3.485 \cdot 10^{-5}\ m^2/s$$

Regime turbolento convezione forzata entro condotti

che consentono di valutare il numero di Reynolds

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu} = \frac{15 \cdot 0.025}{3.485 \cdot 10^{-5}} = 10760$$

Con le condizioni poste dal problema si può utilizzare l'equazione di Dittus-Boelter

$$Nu = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.4} = 0.023 \cdot (10760)^{0.8} \cdot (0.679)^{0.4} = 33.1$$

da cui si ottiene il coefficiente di scambio

$$h = \frac{k}{d} \cdot Nu = \frac{0.0393}{0.025} \cdot 33.1 = 52.03\ W/m^2/K$$

e quindi il flusso termico per unità di lunghezza

$$\frac{\Phi}{L} = h \cdot \overset{2\pi r}{\pi \cdot d} \cdot (t_w - t_b) = 52.03 \cdot \pi \cdot 0.025 \cdot 20 = 81.7 \ W/m$$

Un'equazione di bilancio termico su tutto il condotto fornisce l'espressione

$$G \cdot c_p \cdot \Delta t = \left(\frac{\Phi}{L}\right) \cdot L$$

da cui si ricava

$$\Delta t = \frac{(\Phi/L) \cdot L}{G \cdot c_p}$$

Essendo d'altro canto

$$G = \rho \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot w = 0.746 \cdot \frac{\pi \cdot (0.025)^2}{4} \cdot 15 = 5.493 \cdot 10^{-3} \ kg/s$$

si ottiene in definitiva

$$\Delta t = \frac{81.7 \cdot 3}{5.493 \cdot 10^{-3} \cdot 1026} = 43.5 \ °C$$

3.5 Convezione forzata esterna ad un tubo

Determinare la potenza scambiata fra una superficie cilindrica, di raggio $R = 10$ cm e lunghezza $L = 2$ m, posta alla temperatura $T_s = 80$ °C, ed aria alla temperatura $T_a = 20$ °C, nei casi in cui l'aria venga soffiata alla velocitá:
a) $v = 2$ m/s
b) $v = 20$ m/s.
Si supponga che il sistema si trovi in regime stazionario e che l'influenza dell'irraggiamento termico sia trascurabile.

Soluzione

Le proprietá dell'aria vanno valutate alla temperatura:

$$T_f = \frac{T_s + T_a}{2} = 50 \text{ °C} \tag{3.31}$$

Le proprietá dell'aria alla temperatura T_f ed alla pressione atmosferica sono le seguenti:

$$\begin{aligned} k &= 0.0297 \text{ W/(m K)} \\ \mathrm{Pr} &= 0.7 \\ \nu &= 17.85 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \end{aligned} \tag{3.32}$$

a)
Il numero di Reynolds vale:

$$\mathrm{Re} = \frac{v\,D}{\nu} = \frac{2 \times 0.2}{17.85 \times 10^{-6}} = 2.2409 \times 10^4 \tag{3.33}$$

Si avrá perció flusso turbolento, e il numero di Nusselt medio sará:

$$\begin{aligned} \mathrm{Nu} &= \frac{hD}{k} = 0.193\mathrm{Re}^{0.618}\mathrm{Pr}^{1/3} = \\ &= 0.193 \times 488.16 \times 0.8879 = 83.65 \end{aligned} \tag{3.34}$$

Quindi si avrá:

$$h = \frac{k\ \mathrm{Nu}}{D} = \frac{0.0297 \times 83.65}{0.2} = 12.42\ \mathrm{W/(m^2\ K)} \tag{3.35}$$

Da cui:

$$Q = hS(T_s - T_a) = 12.42 \times 0.2 \times \pi \times 2 \times 60 = 936.6\ \mathrm{W} \tag{3.36}$$

b)

Il numero di Reynolds vale:

$$\mathrm{Re} = \frac{v\ D}{\nu} = \frac{20 \times 0.2}{17.85 \times 10^{-6}} = 2.2409 \times 10^5 \tag{3.37}$$

Si avrá perció flusso turbolento, e il numero di Nusselt medio sará:

$$\begin{aligned} \mathrm{Nu} &= \frac{hD}{k} = 0.027\mathrm{Re}^{0.805}\mathrm{Pr}^{1/3} = \\ &= 0.027 \times 20281 \times 0.8879 = 486.2 \end{aligned} \tag{3.38}$$

Quindi si avrá:

$$h = \frac{k\ \mathrm{Nu}}{D} = \frac{0.0297 \times 486.2}{0.2} = 72.2\ \mathrm{W/(m^2\ K)} \tag{3.39}$$

Da cui:

$$Q = hS(T_s - T_a) = 72.2 \times 0.2 \times \pi \times 2 \times 60 = 5.44\ \mathrm{kW} \tag{3.40}$$

Materiale	Coefficiente di assorbimento	Emissivitá
Alluminio lucido	0.09	0.03
Alluminio anodizzato	0.14	0.84
Rame lucido	0.18	0.03
Rame ossidato	0.65	0.75
Calcestruzzo	0.60	0.88
Marmo bianco	0.46	0.95
Vernice bianca	0.14	0.93
Vernice nera	0.97	0.97

Tab. 1: Coefficiente di assorbimento solare ed emissivitá termica di alcuni materiali comuni

4.1 Irraggiamento

Un'astronave parcheggiata sulla Luna riceve dal sole allo zenith una potenza pari a $Q = 1300\ \mathrm{W/m^2}$. Calcolare a che temperatura si porta la superficie dell'astronave (supponendo che sia schematizzabile con un piano di area $A = 40\ \mathrm{m}^2$, come in Fig. 4.1) nei casi in cui sia:

a) verniciata di nero ($a = 0.97$,$e = 0.97$)

b) verniciata di bianco ($a = 0.14$,$e = 0.93$)

d) ricoperta da piastrelle di marmo ($a = 0.46$,$e = 0.95$)

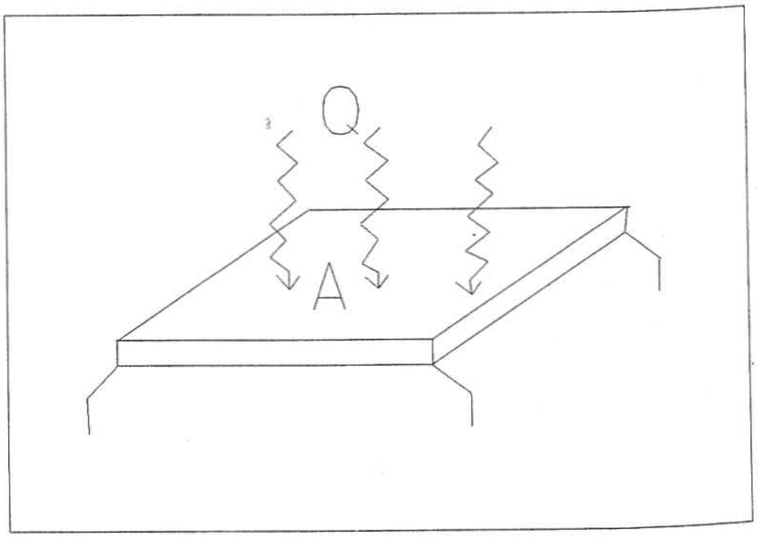


Figura 4.1: Tetto di un'astronave sulla Luna

Soluzione

All'equilibrio la potenza assorbita dalla superficie dell'astronave eguaglia la potenza emessa dalla superficie stessa:

$$Q_a = Q_e \tag{4.3}$$

a)

Dall'equazione (4.3) si ottiene:

$$Q_a = a \times Q \times A = Q_e = a \times \sigma_0 \times A \times T^4 \tag{4.4}$$

da cui la temperatura della superficie vale:

$$T = \sqrt[4]{\frac{Q}{\sigma_0}} = \sqrt[4]{\frac{1300}{5.67 \times 10^{-8}}} = 389.13\ \mathrm{K} = 116\ ^\circ\mathrm{C} \tag{4.5}$$

b)

Dall'equazione 4.3 si ottiene:

$$Q_a = a \times Q \times A = Q_e = e \times \sigma_0 \times A \times T^4 \tag{4.6}$$

da cui la temperatura della superficie vale:

$$T = \sqrt[4]{\frac{aQ}{e\sigma_0}} = \sqrt[4]{\frac{0.14 \times 1300}{0.93 \times 5.67 \times 10^{-8}}} = 242.4\ \mathrm{K} = -30.8\ ^\circ\mathrm{C} \tag{4.7}$$

d)

Dall'equazione 4.3 si ottiene:

$$Q_a = a \times Q \times A = Q_e = e \times \sigma_0 \times A \times T^4 \tag{4.8}$$

da cui la temperatura della superficie vale:

$$T = \sqrt[4]{\frac{aQ}{e\sigma_0}} = \sqrt[4]{\frac{0.46 \times 1300}{0.95 \times 5.67 \times 10^{-8}}} = 324.6\ \mathrm{K} = 51.5\ ^\circ\mathrm{C} \tag{4.9}$$

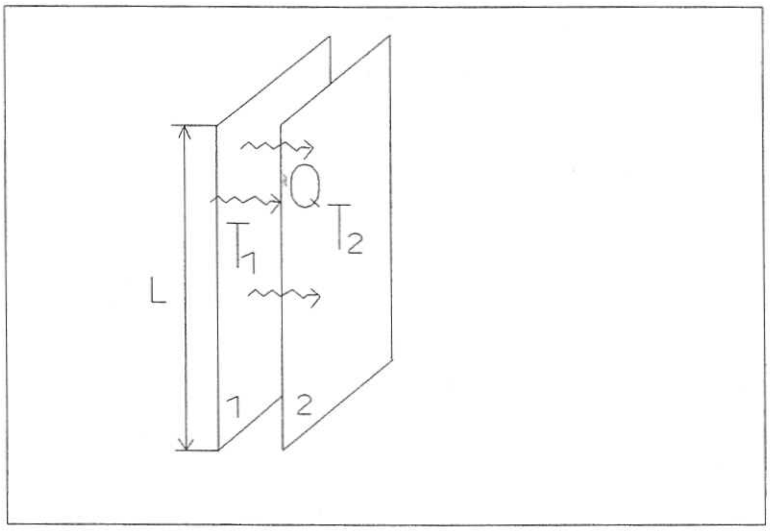


Figura 4.2: Irraggiamento fra superfici piane

4.2 Superfici piane e parallele

Determinare la potenza scambiata per irraggiamento fra due superfici 1 e 2, piane, quadrate di lato $L = 2$ m, parallele e completamente affacciate, distanti $s = 1$ cm l'una dall'altra, e poste rispettivamente alle temperature $T_1 = 20$ °C e $T_2 = 0$ °C se:

a) le due superfici 1 e 2 sono entrambe nere

b) la superficie 1 é nera e la 2 é di ferro ossidato ($a = 0.64$)

c) la superficie 2 é nera e la 1 é di ferro ossidato ($a = 0.64$)

d) le due superfici 1 e 2 sono entrambe di ferro ossidato

Soluzione

a)

La potenza emessa dalla superficie 1 vale:

$$Q_1 = \sigma_0 \times S \times T_1^4 \tag{4.10}$$

La potenza emessa dalla superficie 2 vale:

$$Q_2 = \sigma_0 \times S \times T_2^4 \tag{4.11}$$

Facendo il bilancio sulla superficie 1 (essendo $L >> s$), si ottiene la potenza scambiata Q_s:

$$\begin{aligned} Q_s = Q_e - Q_a = Q_1 - Q_2 = \sigma_0 \times S \times (T_1^4 - T_2^4) = \\ = 5.67 \times 10^{-8} \times 4 \times (293.15^4 - 273.15^4) = 412.4 \text{ W} \end{aligned} \tag{4.12}$$

b)

La potenza emessa dalla superficie 2 vale:

$$Q_2 = a \times \sigma_0 \times S \times T_2^4 \tag{4.13}$$

quindi facendo il bilancio sulla superficie 1, si ottiene la potenza scambiata Q_s:

$$\begin{aligned} Q_s = Q_1 - Q_2 = \sigma_0 \times S \times (T_1^4 - a \times T_2^4) = \\ = 5.67 \times 10^{-8} \times 4 \times (293.15^4 - 0.64 \times 273.15^4) = 866.9 \text{ W} \end{aligned} \tag{4.14}$$

c)

La potenza emessa dalla superficie 1 vale:

$$Q_1 = a \times \sigma_0 \times S \times T_1^4 \tag{4.15}$$

La potenza incidente sulla superficie 1 vale:

$$Q_1' = \sigma_0 \times S \times T_2^4 \tag{4.16}$$

Facendo il bilancio sulla superficie 1 si ottiene la potenza scambiata Q_s:

$$\begin{aligned} Q_s = Q_1 - a \times Q_1' = a \times \sigma_0 \times S \times (T_1^4 - T_2^4) = \\ = 0.64 \times 5.67 \times 10^{-8} \times (293.15^4 - 273.15^4) = 263.9 \text{ W} \end{aligned} \tag{4.17}$$

d)

La potenza emessa dalla superficie 1 vale:

$$Q_1 = a \times \sigma_0 \times S \times T_1^4 \tag{4.18}$$

La potenza emessa dalla superficie 2 vale:

$$Q_2 = a \times \sigma_0 \times S \times T_2^4 \tag{4.19}$$

La potenza incidente sulla superficie 1 vale:

$$Q_1' = Q_2 \tag{4.20}$$

La potenza incidente sulla superficie 2 vale:

$$Q_2' = Q_1 \tag{4.21}$$

Facendo il bilancio sulla superficie 1 si ottiene la potenza scambiata:

$$\begin{aligned} Q_s = Q_1 - a \times Q_1' = a \times \sigma_0 \times S \times (T_1^4 - a \times T_2^4) = \\ = 0.64 \times 5.67 \times 10^{-8} \times (293.15^4 - 0.64 \times 273.15^4) = 554.8 \text{ W} \end{aligned} \tag{4.22}$$