Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria **Compito A**	**I prova parziale** **26 Novembre 2014**

DOMANDA 1

Si consideri un sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

dove A è una matrice $n \times n$ e $\mathbf{x}$, $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^n$

1. (T) Si enuncino due possibili criteri di arresto per un metodo iterativo per risolvere il sistema.
2. (T) Si dica sotto quali condizioni sulla matrice A è possibile utilizzare per la soluzione del sistema il metodo del gradiente.
3. (T) A quale problema di minimizzazione è equivalente la soluzione del sistema?
4. (T) Si ricavi il metodo del gradiente (non è necessario dimostrare l'equivalenza tra la soluzione del sistema e il problema di minimizzazione).
5. (M) Si considerino

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 2 & -1 & & & & & \\ 2 & 6 & 2 & -1 & & & & \\ -1 & 2 & 6 & 2 & -1 & & & \\ & -1 & 2 & 6 & 2 & -1 & & \\ & & -1 & 2 & 6 & 2 & -1 & \\ & & & -1 & 2 & 6 & 2 & -1 \\ & & & & -1 & 2 & 6 & 2 \\ & & & & & -1 & 2 & 6 \end{bmatrix} \quad , \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 7 \\ 9 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 9 \\ 7 \end{bmatrix}$$

   A soddisfa le condizioni del metodo del gradiente?

6. (M) Si implementi il metodo del gradiente e si risolva il sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con A e $\mathbf{b}$ definite nel punto precedente, con $\mathbf{x}_0 = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$ e con tolleranza sul residuo 10^{-5}.

DOMANDA 2

Si consideri il sistema di due equazioni in due incognite non lineare

$$\begin{cases} F_1(x, y) = \cos(x^2 + y^2) = 0 \\ F_2(x, y) = x^3 - \sin y = 0\,. \end{cases}$$

1. (T) Si ricavi il metodo di Newton semplice per la ricerca di zeri di sistemi non lineari.
2. (T) Si enunci un risultato sulla velocità di convergenza del metodo di Newton.
3. (E) Si calcoli la matrice jacobiana della funzione $F(x, y)$.
4. (M) Si scrivano le anonymous functions Matlab che preso in input una coppia di numeri (x, y), restituiscono rispettivamente $F(x, y)$ e la matrice jacobiana.
5. (M) Si implementi in Matlab l'algoritmo illustrato al punto 1 e si calcoli la soluzione (α, β) dell'equazione a partire del punto $(x_0, y_0) = (1, 1)$ con tolleranza $tol = 1e - 8$.
6. (M) Osservando l'andamento di $e_n = |(x_n, y_n) - (\alpha, \beta)|$, si stimi l'ordine di convergenza dell'algoritmo e lo si confronti con un risultato teorico. (Suggerimento: si tracci un grafico in scala semilogartmica.)

Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria **Compito B**	**I prova parziale** **26 Novembre 2014**

DOMANDA 1
Si consideri un sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

dove A è una matrice $n \times n$ e $\mathbf{x}$, $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^n$

1. (T) Si enuncino due possibili criteri di arresto per un metodo iterativo per risolvere il sistema.
2. (T) Si dica sotto quali condizioni sulla matrice A è possibile utilizzare per la soluzione del sistema il metodo del gradiente.
3. (T) A quale problema di minimizzazione è equivalente la soluzione del sistema?
4. (T) Si ricavi il metodo del gradiente (non è necessario dimostrare l'equivalenza tra la soluzione del sistema e il problema di minimizzazione).
5. (M) Si considerino

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 & & & & & \\ 1 & 4 & 1 & 2 & & & & \\ 2 & 1 & 4 & 1 & 2 & & & \\ & 2 & 1 & 4 & 1 & 2 & & \\ & & 2 & 1 & 4 & 1 & 2 & \\ & & & 2 & 1 & 4 & 1 & 2 \\ & & & & 2 & 1 & 4 & 1 \\ & & & & & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad , \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1.4 \\ 1.6 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 1.6 \\ 1.4 \end{bmatrix}$$

   A soddisfa le condizioni del metodo del gradiente?

6. (M) Si implementi il metodo del gradiente e si risolva il sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con A e $\mathbf{b}$ definite nel punto precedente, con $\mathbf{x}_0 = [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]^T$ e con tolleranza sul residuo 10^{-5}.

DOMANDA 2
Si consideri il sistema di due equazioni in due incognite non lineare

$$\begin{cases} F_1(x, y) = \sin(\pi/2 - x^2 - y^2) = 0 \\ F_2(x, y) = y^3 - \sin x = 0\,. \end{cases}$$

1. (T) Si scriva il metodo di Newton semplice per la ricerca di zeri di sistemi non lineari.
2. (T) Si enunci un risultato sulla velocità di convergenza del metodo di Newton.
3. (E) Si calcoli la matrice jacobiana della funzione $F(x, y)$.
4. (M) Si scrivano le anonymous functions Matlab che preso in input una coppia di numeri (x, y), restituiscono rispettivamente $F(x, y)$ e la matrice jacobiana.
5. (M) Si implementi in Matlab l'algoritmo illustrato al punto 1 e si calcoli la soluzione (α, β) dell'equazione a partire del punto $(x_0, y_0) = (1, 1)$ con tolleranza $tol = 1e - 8$.