Matricola:

⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪
①	①	①	①	①	①
②	②	②	②	②	②
③	③	③	③	③	③
④	④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

Istruzioni: riempire ***completamente*** *le bolle con le cifre del numero di matricola (una cifra per colonna); nella parte sotto del foglio, riempire* ***completamente*** *le bolle con le risposte alle domande a scelta multipla. Per riempire, usare penna o matita nera, colorando tutto l'interno e cercando di non uscire dal bordo. Non sono ammesse correzioni, dato che il foglio verrà analizzato da un computer.*

Cognome:..**Nome**:...

Segnare le risposte delle domande a scelta multipla

(1) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ

(2) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ

(3) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ

(4) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ

(5) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ

(6) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ

(7) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ

(8) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ

(9) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ

(10) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ

Domande a scelta multipla

(1) Sia $\{x_i\}_{i=1}^n$ un campione casuale di ampiezza $n > 1$. Se la media campionaria è $\bar{x}_n$, la varianza campionaria è sempre pari a:

˜ *(a)* [=] $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{n}{n-1}\bar{x}^2$.

˜ *(b)* $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}_n^2$. *(*) Qui manca la correzione per il fattore $\bar{x}_n^2$.*

˜ *(c)* $\bar{x}_n(1-\bar{x}_n)$. *(*) Questa è sempre vera solo per i campione casuali Bernoulliani.*

˜ *(d)* $\bar{x}_n(1-\bar{x}_n)/(n-1)$. *(*) Questa formulazione non ha nulla a che vedere.*

(2) Si consideri la famiglia di funzioni

$$f_k(x) := \begin{cases} k & x \in [0,6] \\ 0 & x \notin [0,6]. \end{cases}$$

Sia $k_0 \in \mathbb{R}$ tale che f_{k_0} è una densità di una variabile assolutamente continua (sia essa X). Quanto vale $P(X > 1)$?

˜ *(a)* $1/2$

˜ *(b)* [=] $5/6$

˜ *(c)* $1/6$

˜ *(d)* $1 - \phi(1)$

(3) Riportiamo qui i dati ordinati prelevati da un campione di ampiezza 51:

2.3, 2.31, 2.51, 2.53, 2.64, 2.73, 2.75, 2.82, 2.83, 2.85,
2.92, 2.93, 2.97, 2.98, 3.06, 3.11, 3.12, 3.16, 3.16, 3.29,
3.35, 3.37, 3.4, 3.43, 3.55, 3.55, 3.57, 3.59, 3.61, 3.62,
3.71, 3.73, 3.77, 3.78, 3.91, 3.95, 3.98, 4.04, 4.12, 4.17,
4.25, 4.35, 4.52, 4.64, 4.67, 4.89, 5.02, 5.44, 5.54, 5.71,
8.35

Per comodità sappiate che la somma di questi dati è 188.55 mentre la somma dei quadrati è 752.73. Quanto vale la media campionaria?

˜ *(a)* 3.55 *(*) Questa è la mediana*

˜ *(b)* 1.113 *(*) Questa è la varianza*

˜ *(c)* $(8.35 + 2.3)/2 = 5.825$ *(*) Questo è il punto medio tra il max ed il min e non ha nessun particolare significato statistico.*

˜ *(d)* [=] 3.697.

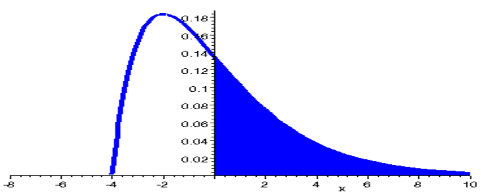
(4) Riportiamo qui i dati ordinati prelevati da un campione di ampiezza 51:

2.3, 2.31, 2.51, 2.53, 2.64, 2.73, 2.75, 2.82, 2.83, 2.85,
2.92, 2.93, 2.97, 2.98, 3.06, 3.11, 3.12, 3.16, 3.16, 3.29,
3.35, 3.37, 3.4, 3.43, 3.55, 3.55, 3.57, 3.59, 3.61, 3.62,
3.71, 3.73, 3.77, 3.78, 3.91, 3.95, 3.98, 4.04, 4.12, 4.17,
4.25, 4.35, 4.52, 4.64, 4.67, 4.89, 5.02, 5.44, 5.54, 5.71,
8.35

Per comodità sappiate che la somma di questi dati è 188.55 mentre la somma dei quadrati è 752.73. Quanto vale la mediana?

- *(a)* $(8.35 + 2.3)/2 = 5.825$ *(*) Questo è il punto medio tra il max ed il min e non ha nessun particolare significato statistico.*
- *(b)* 1.113 *(*) Questa è la varianza*
- *(c)* 3.697. *(*) Questa è la media campionaria.*
- *(d)* [=] 3.55

(5) Nella seguente figura è rappresentato il grafico della densità di una certa variabile aleatoria X. Quanto vale la misura di probabilità dell'area colorata?



- *(a)* 0.
- *(b)* $X > 0$.
- *(c)* [=] $\mathbb{P}(X > 0)$.
- *(d)* $F(0)$ (dove F è la funzione di distribuzione di X).

(6) Se A e B sono due eventi disgiunti, allora si ha necessariamente che

- *(a)* [=] $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$
- *(b)* $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$. *(*) Questo è verificato, per definizione, quando due eventi sono indipendenti.*
- *(c)* $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$ *(*) Questo è verificato se e solo se almeno uno dei due eventi ha probabilità* 0.
- *(d)* $\mathbb{P}(A \cup B) = 1$ *(*) Questo accade quando un evento contiene il complementare dell'altro (a meno di eventi di misura nulla).*

(7) Siano X_1 e X_2 due variabili aleatorie indipendenti Binomiali $\mathcal{B}(5, p)$ e sia X_3 una variabile Binomiale $\mathcal{B}(10, p)$ (non necessariamente indipendente dalle precedenti). Sia A l'evento "almeno una delle due variabili X_1 o X_2 è diversa da 0" e B l'evento "la variabile X_3 è diversa da 0". Quale dei due valori, $\mathbb{P}(A)$ e $\mathbb{P}(B)$ è maggiore?

˜ *(a)* Sempre $\mathbb{P}(A)$.

˜ *(b)* Sempre $\mathbb{P}(B)$.

˜ *(c)* [=] Sono sempre uguali.

˜ *(d)* Dipende da p.

(8) Data $X \sim \mathcal{P}(3)$, allora è vero che

˜ *(a)* $\mathbb{P}(X = 5) = e^{-3}\frac{5^3}{5!}$.

˜ *(b)* [=] $\mathbb{P}(X = 5) = e^{-3}\frac{3^5}{5!}$

˜ *(c)* $\mathbb{P}(X = 5) = e^{-3}\frac{3^5}{3!}$

˜ *(d)* $\mathbb{P}(X = 5) = e^{-5}\frac{5^3}{5!}$

(9) Si sa che il 60% degli studenti del corso studia solo la prima metà del programma mentre il rimanente 40% studia il programma intero. Supponiamo che tutti gli studenti imparino ciò che studiano, che il docente scelga a caso due domande indipendentemente nelle due metà del corso (cioè ciascuna domanda ha probabilità $1/2$ di appartenere alla prima metà del corso) e che basti rispondere ad almeno una delle due domande per superare l'esame. Se uno studente passa l'esame, qual è la probabilità che abbia studiato solo la prima metà del corso?

˜ *(a)* $4/7$.

˜ *(b)* $3/4$.

˜ *(c)* [=] $9/17$.

˜ *(d)* 0.6.

(10) Sia X una variabile aleatoria discreta che può assumere solo i valori -1, 0, 1 e 2 con probabilità 0.1, 0.4, 0.4 e 0.1 rispettivamente. Allora si ha:

˜ *(a)* $\mathbb{E}(X) = 0.3$.

˜ *(b)* $\mathbb{E}(X) = 1$.

˜ *(c)* [=] $\mathbb{E}(X) = 0.5$.

˜ *(d)* $\mathbb{E}(X) = 0.2$.