Matricola:

⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪
①	①	①	①	①	①
②	②	②	②	②	②
③	③	③	③	③	③
④	④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

*Istruzioni: riempire **completamente** le bolle con le cifre del numero di matricola (una cifra per colonna); nella parte sotto del foglio, riempire **completamente** le bolle con le risposte alle domande a scelta multipla. Per riempire, usare penna o matita nera, colorando tutto l'interno e cercando di non uscire dal bordo. Non sono ammesse correzioni, dato che il foglio verrà analizzato da un computer.*

Cognome:.. **Nome**:..

Segnare le risposte delle domande a scelta multipla

(1) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ
(2) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ
(3) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ
(4) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ
(5) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ
(6) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ
(7) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ
(8) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ
(9) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ
(10) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ
(11) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ
(12) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

Domande a scelta multipla

* Gli esercizi marcati con un asterisco valgono più punti e vanno giustificati in maniera sintetica e chiara sul retro del primo foglio. In particolare, per i test specificare: tipo di test, ipotesi nulla ed alternativa, statistica utilizzata e suo valore numerico, regione di rifiuto o P-value con relativa stima (a seconda dei casi e di quanto richiesto nel testo).

(1) * In un test d'ipotesi per la media a varianza nota con $H_0 : \mu \geq \mu_0$ e $H_1 : \mu < \mu_0$ si rifiuta H_0 ad un livello $\alpha = 0.05$ in corrispondenza ad un campione di ampiezza n. Si prenda ora un campione di ampiezza $m > n$ tale che $\overline{x}_m = \overline{x}_n$; cosa succede al $P - value\ \overline{\alpha}$? (Sugg: ricordarsi che $\phi(x) < 1/2$ se e solo se $x < 0$.)

- ☐ *(a)* aumenta.
- ☐ *(b)* non cambia.
- ☐ *(c)* diminuisce.
- ☐ *(d)* dipende dal valore della deviazione standard σ.
- ☐ *(e)* dipende dal segno di $\overline{x}_n$.

(2) Siano X e Y due variabili aleatorie normali indipendenti, $X \sim \mathcal{N}(a, \sigma^2)$, $Y \sim \mathcal{N}(b, \kappa^2)$. Che legge ha $X - Y$?

- ☐ *(a)* $\mathcal{N}(a + b, \sigma^2 + \kappa^2)$.
- ☐ *(b)* $\mathcal{N}(a - b, \sigma^2 - \kappa^2)$.
- ☐ *(c)* $\mathcal{N}(a - b, (\sigma - \kappa)^2)$.
- ☐ *(d)* $\mathcal{N}(a - b, \sigma^2 + \kappa^2)$.
- ☐ *(e)* $\mathcal{N}(a - b, \sigma^2\kappa^2)$.

(3) Sia $\{X_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ una successione di v.a. indipendenti identicamente distribuite con valore atteso μ e varianza σ^2. Per n grande si ha:

- ☐ *(a)* $\overline{X}_n - \sigma^2/n \sim \mathcal{N}(\mu, 0)$.
- ☐ *(b)* $\overline{X}_n - \sigma^2/n \sim \mathcal{N}(\mu - \sigma^2/n, 0)$.
- ☐ *(c)* $\overline{X}_n - \sigma^2/n \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2/n)$.
- ☐ *(d)* $\overline{X}_n - \sigma^2/n \sim \mathcal{N}(\mu - \sigma^2/n, \sigma^2/n)$.
- ☐ *(e)* $\overline{X}_n - \sigma^2/n \sim \mathcal{N}(0, 1)$.

(4) Un dado viene lanciato 600 volte ottenendo le seguenti frequenze relative: $f_r(1) = 1/8$, $f_r(2) = 5/24$, $f_r(3) = 1/6$, $f_r(4) = 1/8$, $f_r(5) = 3/20$ e $f_r(6) = 9/40$. Cosa possiamo concludere sul fatto che il dado sia equilibrato a livello 5%, 2.5% e 1%?

- ▢ *(a)* Accetto all'1%, rifiuto al 2.5% e al 5%.
- ▢ *(b)* Accetto all'1%, al 2.5% e al 5%.
- ▢ *(c)* Rifiuto all'1%, al 2.5% e al 5%.
- ▢ *(d)* Accetto all'1% e al 2.5%, rifiuto al 5%.
- ▢ *(e)* Rifiuto all'1% e al 2.5%, accetto al 5%.

(5) Il tempo di lavorazione di un pezzo meccanico è una variabile aleatoria di media $\mu = 2$ minuti e deviazione standard $\sigma = 0.3$ minuti. Qual è il minimo numero di pezzi che dobbiamo misurare per essere certi almeno al 95% che la media dei loro tempi di lavorazione non differisca da 2 minuti per più di 4 secondi?

- ▢ *(a)* Almeno 67.
- ▢ *(b)* Almeno 78.
- ▢ *(c)* Almeno 93.
- ▢ *(d)* Almeno 104.
- ▢ *(e)* Almeno 50.

(6) * Due tipi di pezzi A e B vengono lavorati contemporaneamente da due macchine che operano in maniera indipendente. Siano $\{X_i\}_{i=1}^{10}$ e $\{Y_i\}_{i=1}^{10}$ i tempi di lavorazione (che si suppongono indipendenti) di 10 pezzi di tipo A e 10 pezzi di tipo B rispettivamente. Supponendo che, per ogni $i = 1, \dots, 10$, valga $X_i \sim \mathcal{N}(1,4)$ e $Y_i \sim \mathcal{N}(4,1)$; quanto vale la probabilità che per qualche i si verifichi $X_i > Y_i$?

- ▢ *(a)* Circa 0.0116.
- ▢ *(b)* Circa 0.9173.
- ▢ *(c)* Circa 0.6097.
- ▢ *(d)* Circa 0.3274.
- ▢ *(e)* Circa 0.5.

(7) Supponiamo di calcolare un intervallo di confidenza I_1 per la media di una popolazione normale a varianza incognita, al livello α_1. Cosa accade se calcoliamo poi (con gli stessi dati) l'intervallo di confidenza I_2 al livello α_2, con $\alpha_2 < \alpha_1$?

- ▢ *(a)* I_2 è più stretto di I_1.
- ▢ *(b)* La numerosità del campione aumenta.
- ▢ *(c)* Non ci sono regole.
- ▢ *(d)* I_2 è più ampio di I_1.
- ▢ *(e)* La varianza campionaria diminuisce.

(8) * Nella produzione di semiconduttori non è possibile controllare esattamente la resistenza degli elementi prodotti. Supponiamo che vengano misurati i valori della resistenza per $n = 20$ semiconduttori, ottenendo una media campionaria $\bar{x} = 12.3$ ed una varianza campionaria $s^2 = 40$.

Determinare l'intervallo bilaterale di confidenza al 95% per la media della resistenza dei semiconduttori prodotti.

- ☐ *(a)* $[9.34, 14.15]$.
- ☐ *(b)* $[9.34, 15.26]$.
- ☐ *(c)* $[7.12, 17.48]$.
- ☐ *(d)* $[10.45, 14.15]$.
- ☐ *(e)* $[11.05, 13.55]$.

(9) Che cos'è l'errore di prima specie?

- ☐ *(a)* Quello che si commette rifiutando H_0 quando in realtà è vera.
- ☐ *(b)* Quello che accade quando H_0 è falsa.
- ☐ *(c)* Una ipotesi statistica.
- ☐ *(d)* Quello che si commette accettando H_0 quando in realtà è falsa.
- ☐ *(e)* Quello che si commette rifiutando H_0 quando si accetta H_1.

(10) Supponiamo di voler eseguire un test d'ipotesi di livello α per testare l'ipotesi H_0 contro l'ipotesi H_1. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?

- ☐ *(a)* Se accetto H_0, essa è vera con probabilità al massimo α.
- ☐ *(b)* Se H_0 è vera, la probabilità di rifiutarla è al massimo α.
- ☐ *(c)* Se H_0 è falsa la probabilità di rifiutarla è al massimo α.
- ☐ *(d)* Se H_0 è falsa la probabilità di accettarla è al massimo α.
- ☐ *(e)* Se H_0 è vera, la probabilità di accettarla è almeno α.

(11) * Un amico di Romualdo, di nome Procopio, ha un problema particolare. Da anni Procopio, quando cammina per strada, sbatte la testa contro i cartelli stradali sistematicamente almeno in 25 uscite su 30, quasi ne fosse attratto da una forza misteriosa. Romualdo ha deciso quindi di mettere in atto il seguente rimedio: prima di ogni uscita lo fa ubriacare sperando che l'andatura barcollante lo aiuti ad evitare i cartelli. Dall'inizio di questa "cura" su 20 passeggiate Procopio ha sbattuto contro qualche cartello solo in 15 uscite. Valutare se il rimedio di Romualdo 'e davvero efficace, proponendo un test e calcolandone il P-value. Quale tra le seguenti affermazioni è corretta?

- ☐ *(a)* Ci sono abbastanza evidenze dell'efficacia della cura.
- ☐ *(b)* Non si hanno sufficienti informazioni per poter stabilire il valore del p-value, ma possiamo dire che la cura non è efficace al livello di significatività del 5%.
- ☐ *(c)* Non ci sono abbastanza evidenze dell'efficacia della cura.
- ☐ *(d)* Non si hanno sufficienti informazioni per poter stabilire il valore del p-value, ma possiamo dire che la cura non è efficace al livello di significatività del 10%.
- ☐ *(e)* Il P-value è circa 0.22.

(12) * Si cerca di capire se vi siano evidenze del fatto che la lunghezza media delle foglie di una certa pianta sia differente dai $9/100$ dell'altezza della pianta stessa. Da un campione di 100 foglie si ottiene una media campionaria pari a $\bar{x} = 8.848/100$. Sapendo che la deviazione standard vera è $\sigma = 8 \cdot 10^{-4}$, quali conclusioni possiamo trarre ai livelli di significatività del 1%, 5% e del 7%?

- ☐ *(a)* Rifiuto H_0 all'1%, al 5% e al 7%.
- ☐ *(b)* Accetto H_0 all'1%, al 5% e al 7%.
- ☐ *(c)* Accetto H_0 al 7% ma non al 5% e nemmeno all'1%.
- ☐ *(d)* Accetto H_0 all'1%, al 5% ma non al 7%.
- ☐ *(e)* Accetto H_0 all'1% ma non al 5% e nemmeno al 7%.