FORMULARIO STATISTICA

$\mathbb{P}(\Omega) = 1$
$\mathbb{P}(\emptyset) = 0$
$\mathbb{P}(\emptyset \cap A) = \mathbb{P}(\emptyset)$
$\mathbb{P}(\Omega \cap A) = \mathbb{P}(\Omega)\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A)$
$\mathbb{P}(A^C) = 1 - \mathbb{P}(A)$ il valore $\mathbb{P}(A \cap B)$ cambia se gli eventi sono indipendenti o incompatibili (ovvero disgiunti)
$\mathbb{P}(A \cup B \cup C) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(C) - \mathbb{P}(A \cap B) - \mathbb{P}(A \cap C) - \mathbb{P}(B \cap C) + \mathbb{P}(A \cap B \cap C)$
$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$
$\mathbb{P}(A|B) = \dfrac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$
$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A|B)\mathbb{P}(B)$
$\mathbb{P}(A|A) = 1$
$\mathbb{P}(B_k|A) = \dfrac{\mathbb{P}(A|B_k)\mathbb{P}(B_k)}{\sum \mathbb{P}(A|B_j)\,\mathbb{P}(B_j)}$
Se $\mathbb{P}(A)$ nota la forma di Bayes diventa: $\frac{\mathbb{P}(A|B_k)\mathbb{P}(B_k)}{\mathbb{P}(A)}$
$\mathbb{P}(A) = \sum \mathbb{P}(A|B_j)\,\mathbb{P}(B_j)$
$\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(B \cap A) + \mathbb{P}(B \cap A^C) = \mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B|A^C)\mathbb{P}(A^C)$
$\mathbb{P}(A|B)\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A)$

Eventi disgiunti (o incompatibili, ma non per forza indipendenti)

$A \cap B = \emptyset$
$A \cap A^C = \emptyset$
$\mathbb{P}(A \cap B) = 0$
$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$

Eventi indipendenti

$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$
se $A \cup B = \Omega \rightarrow \mathbb{P}(A \cup B) = 1$
se $A \cap B = \emptyset \rightarrow \mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$
se $\mathbb{P}(A) = \emptyset$ oppure $\mathbb{P}(B) = \emptyset \rightarrow \mathbb{P}(A \cap B) = 0$
$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$
$\mathbb{P}(A \cap B \cap C) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)\mathbb{P}(C)$
$\mathbb{P}(A \cup B \cup C) = 1 - \mathbb{P}(\overline{A})\mathbb{P}(\overline{B})\mathbb{P}(\overline{C})$
$\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A)$

Eventi impossibili
$\mathbb{P}(A|\emptyset) = \dfrac{\mathbb{P}(A \cap \emptyset)}{\mathbb{P}(\emptyset)} = \dfrac{\mathbb{P}(\emptyset)}{\mathbb{P}(\emptyset)} = indefinita$
$\mathbb{P}(\emptyset|A) = \dfrac{\mathbb{P}(\emptyset \cap A)}{\mathbb{P}(\emptyset)} = \dfrac{\mathbb{P}(\emptyset)}{\mathbb{P}(A)} = 0$

$$\mathbb{P}(A) = \frac{\binom{k}{m}\binom{N-k}{t}}{\binom{N}{m+t}}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

Formule valore atteso e varianza per variabili aleatorie discrete:

$\mathbb{E}(aX+b) = a\mathbb{E}(X) + b$
$\mathbb{E}(X+Y) = \mathbb{E}(X) + \mathbb{E}(Y)$
$Var(X) = \mathbb{E}\left(\left(X - \mathbb{E}(X)\right)^2\right)$
$Var(X) \geq 0$
$Var(X) = \mathbb{E}(X^2) - \left(\mathbb{E}(X)\right)^2$
$Var(aX+b) = a^2 Var(X)$
$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y) + 2Cov(X,Y)$
$Cov(X,Y) = \mathbb{E}(XY) - \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$
$\mathbb{E}(X \cdot Y) = \mathbb{E}(X) \cdot \mathbb{E}(Y)$ se variabili aleatorie sono indipendenti
$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y)$ se variabili aleatorie sono indipendenti
$\mathbb{E}(X) = \sum x f_x(x)$
$\mathbb{E}(X^2) = \sum x^2 f_x(x)$

Formule valore atteso e varianza per variabili aleatorie continue:

$\mathbb{E}(X) = \int_{\mathbb{R}} x f_x(x) dx$
$F_x(X) = \int_0^{+\infty} f_x \, dx$
$\mathbb{E}(X^2) = \int_{\mathbb{R}} x^2 f_x(x) dx$
$Var(X) = \mathbb{E}\left(\left(X - \mathbb{E}(X)\right)^2\right)$
$\mathbb{P}(X \in J) = \int_J f_x(X) dx$

Formule di Bernoulli $\mathcal{B}(p)$:

$f_x(0) = 1 - p$
$f_x(1) = p$
$\mathbb{E}(X) = p$
$Var(X) = p(1-p)$

Formule binomiale $\mathcal{B}(n,p)$:

$f_x(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$
$\mathbb{E}(X) = np$
$Var(X) = np(1-p)$

Formule geometrica $\mathcal{G}(p)$:

$f_x(k) = p(1-p)^{k-1}$
$\mathbb{P}(X \leq k) = 1 - (1-p)^k$
$\mathbb{E}(X) = \frac{1}{p}$
$Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$

Formule Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$:

$$P(X=i)=\begin{cases}\frac{\lambda_i}{i!}e^{-\lambda} & i\in\mathbb{N}\\ 0 & altrimenti\end{cases}$$

$\mathbb{E}(X)=\lambda$

$Var(X)=\lambda$

Formule dell'uniforme:

$$\begin{cases}f_x(X)=\frac{1}{b-a} & se\ x\epsilon(a,b)\\ f_x(X)=0 & se\ x\notin(a,b)\end{cases}$$

$\mathbb{E}(X)=\frac{a+b}{2}$

$Var(X)=\frac{(b-a)^2}{12}$

Formule della normale standard:

$$f_x(X)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

- Il massimo è in $x=0$ ed è uguale a $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$
- È simmetrica rispetto all'asse delle y
- Va a zero a $\pm\infty$
- $\mathbb{P}(|X|>3)=0{,}0027$
- $\mathbb{P}(|X|>4)=0{,}000063$
- $\mathbb{P}(-3<x<3)=0{,}9973$

$\mathbb{E}(X)=0$

$Var(X)=1$

Formule della normale $X\sim\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$:

$X=\sigma Z+\mu$

$\mathbb{E}(X)=\mu$

$Var(X)=\sigma^2$

- Il massimo è in $x=\mu$
- Altezza del massimo può anche superare 1È simmetrica rispetto all'asse delle y
- Ha orma a campana
- L'area sotto la curva vale 1
- Se la varianza è minore di 1 la campana è stretta e alta
- Se la varianza è maggiore di 1 la campana è larga e bassa
- $\mathbb{P}(\mu-3\sigma<X<\mu+3\sigma)=0{,}9973$

$$Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$$

$X+Y\sim\mathcal{N}(\mu_1+\mu_2,\sigma_1^2+\sigma_2^2)$

$aX+b\sim\mathcal{N}(a\mu_1+b,a\text{^}2\sigma_2^2)$