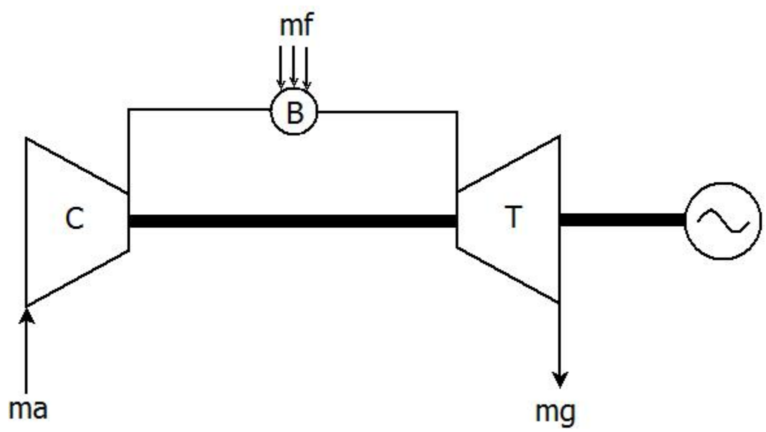
Esercizi sui Sistemi TurboGas

Esercizio 1.
Una turbina a gas eroga una potenza utile di 10 MW e opera secondo un ciclo caratterizzato da condizioni standard all'aspirazione ($p = 1\ bar_A$, $T = 15\ °C$), da una temperatura massima di 1100 $°C$ e un rapporto di compressione di 25. Si ipotizzi che il fluido di lavoro che evolve nel sistema sia ovunque aria, che non cambi le proprie caratteristiche all'interno del ciclo, e che sia assimilabile ad un gas ideale politropico con C_p pari a 1004 $J/(kgK)$ e $\gamma = 1.4$. Si calcolino le portate di aria e combustibile (il cui potere calorifico inferiore $LHV = 10500\ kcal/kg$, valutato alla temperatura di riferimento di 25°C) e il rendimento del ciclo, ipotizzando per turbina e compressore un rendimento isentropico rispettivamente pari a 0.85 e 0.8.

Dati:

$$
\begin{array}{rll}
T_1 = 288.15\ K & p_1 = 1\ bar_A & T_{max} = 1373.15\ K \\
\beta = 25 & C_p = 1004\ J/kg & \gamma = 1.4 \\
LHV(@298\ K) = 10500\ kcal/kg & \eta_C = 0.8 & \eta_T = 0.85 \\
\dot{L_{TR}} = 10\ MW & &
\end{array}
$$



Schema di impianto

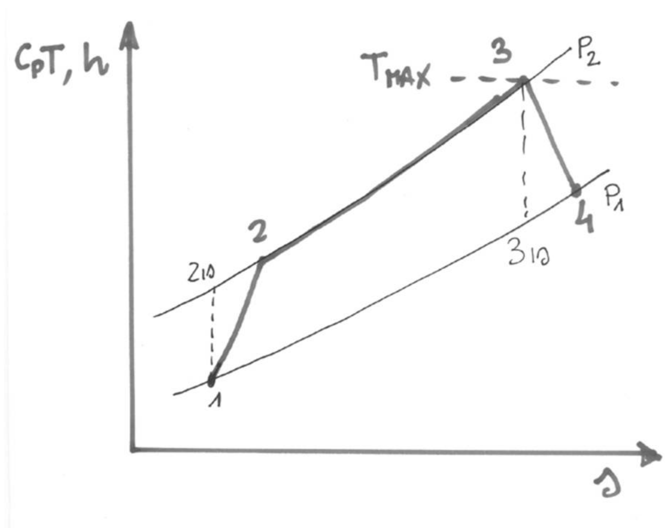


Diagramma termodinamico del ciclo

Svolgimento:

Con riferimento al diagramma termodinamico del ciclo, partendo dal punto 1 calcoliamo le grandezze termodinamiche e il lavoro associato al compressore:

Punto 1
condizioni di aspirazione standard:

$$T_1 = 288.15\ K \qquad p_1 = 1 \cdot 10^5\ Pa$$

Punto 2
il rapporto di compressione è pari a 25, calcoliamo dapprima la temperatura T_{2is} della trasformazione isoentropica e il lavoro isoentropico del compressore, da questo attraverso il rendimento adiabatico del compressore la corrispondente grandezza reale.

$$p_2 = 25 \cdot 10^5\ Pa \qquad T_{2is} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 722.82\ K$$

$$l_{isC} = C_p \left(T_{2is} - T_1\right) = 436.4\ kJ/kg$$

$$\eta_C = \frac{l_{isC}}{l_C} \quad \Rightarrow \quad l_C = \frac{l_{isC}}{\eta_C} = 545.5\ kJ/kg$$

Da cui si ottiene la temperatura reale di scarico dal compressore:

$$T_2 = T1 + \frac{l_C}{c_{P,aria}} = 831.5\ K$$

Punto 3
Il punto 3 corrispondente alle condizioni di ingresso turbina e uscita camera di combustione; la temperatura è fornita nel testo, ed escludendo le perdite di carico in camera di combustione la pressione è pari a p_2.
Dal bilancio energetico nella camera di combustione è possibile ricavare il rapporto massico aria/combustibile (α). Nello scrivere il bilancio si considerano sempre le entalpie del combustibile pari a quelle dell'aria, sia di formazione che quelle reali. In questo modo si ottiene:

$$(\dot{m}_a + \dot{m}_f) \cdot (h_2 - h_{f,aria}) + \dot{m}_f \cdot LHV = (\dot{m}_a + \dot{m}_f) \cdot (h_3 - h_{f,gas})$$

dividendo per $\dot{m}_f$ si ottiene:

$$\alpha = \frac{LHV}{(h_3 - h_{f,gas}) - (h_2 - h_{f,aria})} - 1$$

ovvero, usando il modello di gas perfetto:

$$\alpha = \frac{LHV}{c_{P,gas}(T_3 - T_{ref}) - c_{P,aria}(T_2 - T_{ref})} - 1 = 79.9 \ \frac{[kg_{aria}]}{[kg_{combustibile}]}$$

Punto 4

Definito il punto 2, e noto dai dati il punto 3 in termini di pressione e temperatura, si può direttamente calcolare il punto di fine espansione (4). Dal punto 3 al punto 4 avviene l'espansione in turbina, di cui è noto il rapporto di espansione $\beta = 25$ (perchè la turbina espande fino alla condizione di pressione atmosferica); si ricava quindi il lavoro isoentropico e successivamente quello reale, utilizzando il rendimento.

$$l_{isT} = c_{P,gas}\left(T_{4is} - T_3\right) \quad con \quad T_{4is} = T_3 \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$l_{isT} = -829 \ kJ/kg$$

$$\eta_T = \frac{l_T}{l_{isT}} \quad \Rightarrow \quad l_T = l_{isT} \cdot \eta_T = -704.7 \ kJ/kg$$

Il bilancio di potenza all'albero permette di valutare le potenze meccaniche trasmesse dalle turbomacchine all'utilizzatore esterno. Dette:

- $\dot{L}_T$: potenza scambiata dalla turbina, quindi negativa
- $\dot{L}_C$: potenza scambiata dal compressore, quindi positiva
- $\dot{L}_T R$: potenza entrante nell'utilizzatore, quindi positiva

le potenze scambiate dai componenti che sono montati sullo stesso albero, si può scrivere:

$$\dot{L}_T + \dot{L}_C + \dot{L}_{TR} = 0$$

Detta infine $\dot{L} = \dot{L}_T + \dot{L}_C$ la potenza complessivamente prodotta dalle turbomacchine, si ricava:

$$\dot{L} + \dot{L}_{TR} = 0 \rightarrow \dot{L} = -\dot{L}_{TR} = -10MW$$

Ovvero, la potenza erogata dalle turbomacchine è opposta a quella assorbita dall'utilizzatore. La potenza erogata dalle turbomacchine si scrive come somma algebrica delle potenze delle singole macchine:

$$\dot{L} = (\dot{m}_a + \dot{m}_f) \cdot l_T + \dot{m}_a \cdot l_C$$

ovvero:

$$\dot{L} = \dot{m}_a((1 + \frac{1}{\alpha}) \cdot l_T + l_C)$$

da cui si ottengono facilmente le portate di aria e combustibile:

$$\dot{m}_a = 59.6\ kg/s \quad \Rightarrow \quad \dot{m}_f = \frac{\dot{m}_a}{\alpha} = 0.75\ kg/s$$

Il rendimento del ciclo, infine, risulta:

$$\eta = \frac{|\dot{L}|}{Q_h} = \frac{|\dot{L}|}{\dot{m}_f \cdot LHV} = 0.30$$

avendo valutato il calore entrante come energia chimica del combustibile.

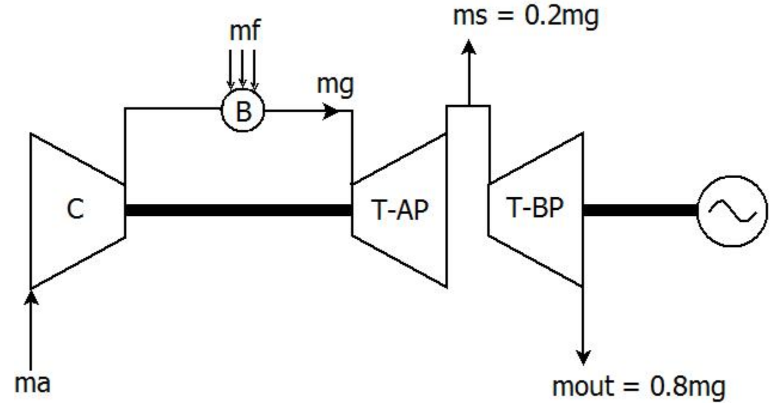
Esercizio 2.
Si consideri il ciclo di turbina a gas realizzato dalla macchina a due alberi sotto rappresentata. La turbina di alta pressione (TAP) è utilizzata unicamente per movimentare il compressore (secondo lo schema di funzionamento di un generatore di gas), mentre la turbina di bassa pressione (TBP) è unicamente collegata all'utilizzatore esterno. A monte della turbina di bassa pressione viene spillato il 20% della portata per una utenza termica industriale.

Il compressore aspira una portata d'aria pari a 15 kg/s in condizioni di pressione 1 bar_A e temperatura $T_1 = 20\ °C$, elabora un rapporto di compressione pari ad 8; la temperatura di ingresso in turbina è 1250 K.

Trascurando tutte le perdite e i rendimenti non espressamente citati nei dati, e considerando l'aria e i gas combusti come gas perfetti (le cui proprietà sono fornite nei **dati**, incluso il potere calorifico inferiore valutato per una temperatura di rifrimento di 25°C), si calcoli la potenza elettrica fornita dalla macchina e il rendimento del ciclo termodinamico.

Dati:

$$
\begin{array}{rccc}
T_1 = 293.15\ K & P_1 = 1\ bar & T_{max} = 1250\ K \\
\beta = 8 & c_{P,aria} = 1\ kJ/kg & c_{P,gas} = 1.2\ kJ/kg \\
LHV(@298\ K) = 45000\ kJ/kg & \gamma_{aria} = 1.4 & \gamma_{gas} = 1.32 \\
\eta_{el} = 0.97 & \eta_C = 0.8 & \eta_{TAP} = \eta_{TBP} = 0.85 \\
\dot{m} = 15\ kg/s & \dot{m}_S = 0.2\dot{m}_G &
\end{array}
$$



Schema di impianto

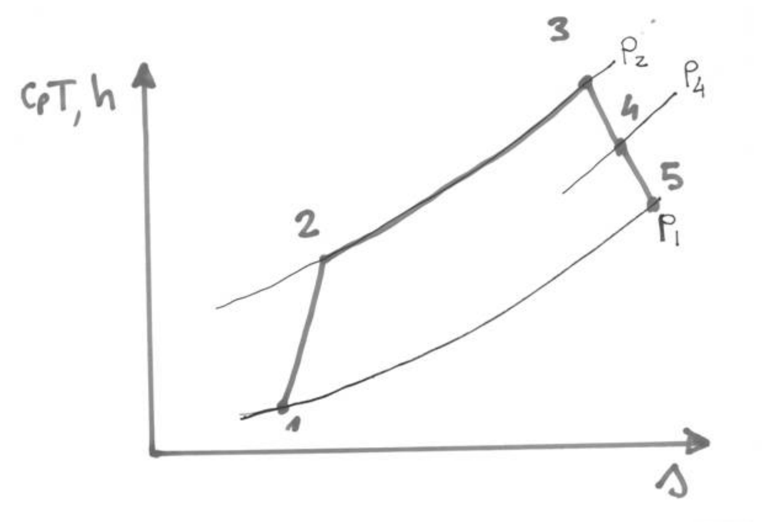


Diagramma termodinamico del ciclo

Svolgimento:

Con riferimento al diagramma termodinamico riportato in Figura, partendo dal punto 1 calcoliamo le grandezze termodinamiche e i lavori scambiati lungo l'evoluzione della macchina.

Punto 1
Condizioni di aspirazione standard:

$$T_1 = 293.15\ K \qquad P_1 = 1 \cdot 10^5\ Pa$$

Punto 2
Il rapporto di compressione è pari a 8. Calcoliamo dapprima la temperatura T_{2is} della trasformazione isoentropica, la corrispondente temperatura reale, attraverso il rendimento adiabatico, e il lavoro di compressione.

$$P_2 = 8 \cdot 10^5\ Pa \qquad T_{2is} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma_{aria}-1}{\gamma_{aria}}} = 531\ K$$

$$T_2 = T_1 + T_1 \cdot \frac{\beta_1^{\frac{\gamma_{aria}-1}{\gamma_{aria}}} - 1}{\eta_C} = 590\ K$$

$$l_C = c_{P,aria}\left(T_2 - T_1\right) = 297\ kJ/kg$$

Punto 3
Condizioni fornite dai dati, non avendo perdite di carico nel combustore:

$$T_3 = 1250\ K \qquad P_3 = P_2 = 8 \cdot 10^5\ Pa$$

Il bilancio energetico al combustore fornisce il rapporto massico tra la portata di aria e quella di combustibile:

$$(\dot{m}_a + \dot{m}_f) \cdot (h_2 - h_{f,aria}) + \dot{m}_f \cdot LHV = (\dot{m}_a + \dot{m}_f) \cdot (h_3 - h_{f,gas})$$

ovvero, introducendo il rapporto massico aria/combustibile e usando il modello di gas perfetto:

$$\alpha = \frac{LHV}{c_{P,gas}(T_3 - T_{ref}) - c_{P,aria}(T_2 - T_{ref})} - 1 = 52.8\ \frac{[kg_{aria}]}{[kg_{combustibile}]}$$

Punto 4
La condizione termodinamica all'uscita della turbina di alta pressione non è nota. Tuttavia si osserva che, per la configurazione del generatore di gas, la turbina di alta pressione fornisce solamente la potenza necessaria al trascinamento del compressore, di conseguenza la potenza complessiva erogata dall'albero $\dot{L}$ è nulla; effettuando il bilancio di **potenze** tra TAP e compressore, si ricavano le condizioni di temperatura REALE in uscita della turbina di alta pressione:

$$\dot{m}_a \cdot l_C + (\dot{m}_a + \dot{m}_f) \cdot l_{T.A.P} = 0$$

esprimendo la relazione in funzione di α:

$$l_{TAP} = -\frac{\alpha}{\alpha + 1} \cdot l_C = -291.78\ kJ/kg$$

per ricavare la temperatura T_4 si deve utilizzare il calore specifico dei gas combusti:

$$T_4 = T_3 + \frac{l_{TAP}}{c_{P,gas}} = 1007\ K$$

Il rapporto di espansione di TAP è calcolabile identificando la trasformazione isentropica nella macchina. Va quindi calcolata una T_{4is} funzione della T_4 precedentemente calcolata e del rendimento del componente:

$$T_{4is} = T_3 + \frac{l_{isTAP}}{c_{P,gas}} = T_3 + \frac{l_{TAP}}{(c_{P,gas} \cdot \eta_{TAP})} = 964\ K$$

Di conseguenza si ottiene:

$$P_4 = P_3 \cdot \left(\frac{T_{4is}}{T_3}\right)^{\frac{\gamma_{gas}}{\gamma_{gas}-1}} = 2.736\ bar$$

Punto 5
La turbina di bassa pressione, in questo caso turbina di potenza perchè dedicata esclusivamente alla produzione di potenza elettrica, compie il restante tratto di espansione, fino alla pressione ambiente. Ricaviamo il lavoro reale e la potenza elettrica prodotta.

$$l_{isTBP} = -c_{P,gas} \cdot T_4 \left(1 - \left(\frac{P_4}{P_5}\right)^{\frac{1-\gamma_{gas}}{\gamma_{gas}}}\right) = -261\ kJ/kg$$

$$l_{TBP} = l_{isTBP} \cdot \eta_T BP = -221\ kJ/kg$$

Prestazioni del sistema

La potenza utile del turbogas è data solo dalla turbina di bassa pressione, essendo equilibrato l'albero del generatore di gas. Va però tenuto i considerazione che la portata nella TBP è pari solamente all'80% di quella uscita dallla TAP (o dal combustore). Il bilancio all'albero di potenza diviene:

$$\dot{L} = 0.8 \cdot (\dot{m}_a + \dot{m}_f) \cdot l_{TBP} = -2.7MW$$

Considerando l'efficienza della conversione elettrica, la potenza convertita finale risulta:

$$\dot{L}_{el} = \eta_{el} \cdot \dot{L} = -2.62MW$$

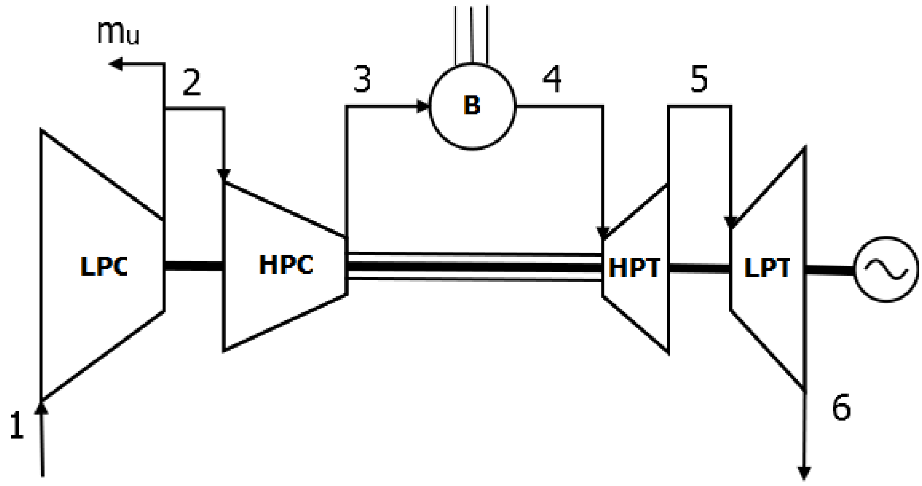
Il rendimento termodinamico del ciclo risulta infine:

$$\eta = \frac{|\dot{L}|}{\dot{m}_f \cdot PCI} = 0.211$$

in cui è stata usata la potenza meccanica prodotta e non quella elettrica, trattandosi di un rendimento puramente termodinamico.

ESERCIZIO 3: TURBINA A GAS MULTIALBERO CON SPILLAMENTO

La turbina a gas riportata in figura opera con uno schema bi-albero, con un rapporto di espansione globale di $\beta = 32$ e una temperatura massima $T_{max} = 1200$ °C.



I compressori di bassa (LPC) e alta (HPC) pressione forniscono lo stesso rapporto di compressione. La potenza viene fornita all'esterno unicamente dall'albero di bassa pressione.
Il 10% della portata aspirata dal compressore di bassa pressione viene estratta dalla macchina prima del compressore di alta pressione. Si calcoli la portata di aria e di combustibile aspirati dal sistema al fine di generare una potenza meccanica di 20 MW, e si valuti il rendimento del sistema, sapendo:

$\eta_{is} = 0.85$ per tutte le macchine ;	$c_{P,A} = c_{P,G} = 1$ kJ/(kgK) ;	$\gamma_A = \gamma_G = 1.4$;
LHV = 40000 kJ/kg ;	$P_1 = 1$ bar ;	$T_1 = 20$ °C.

SVOLGIMENTO

Il sistema oggetto del presente esercizio è fornito di quattro macchine e due alberi, così assemblati:

- HPC e HPT collegati tramite l'albero di alta pressione e perfettamente bilanciati;
- LPC e LPT collegati tramite l'albero di bassa pressione (quello più interno in figura), a sua volta collegato all'alternatore cui viene ceduta la potenza uscente dal sistema (20 MW).

Di conseguenza per risolvere l'esercizio occorre determinare i punti del ciclo (facendo uso anche del bilancio meccanico all'albero di alta pressione) e poi impostare un bilancio di potenze all'albero di bassa pressione, da cui si determina il valore della portata. Inoltre, andrà tenuto in conto lo spillamento di portata di aria a valle di LPC e a monte di HPC.

Impostiamo il calcolo dei punti del ciclo:

1)

$P_1 = 1$ bar ; $T_1 = 293.15$ K

2)
I due compressori forniscono identico rapporto di compressione, dunque:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_3}{P_2} = \sqrt{\beta} = 5.66$$

$P_2 = 5.66$ bar

Per calcolare la temperature occorre riferirsi alla trasformazione isentropica ed alla definizione di rendimento del compressore:

$$\eta_{LPC} = \frac{h_{2,is} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{T_{2,is} - T_1}{T_2 - T_1}; \qquad \frac{T_{2,is}}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Si ricava: $T_2 = 514.2$ K

3)

$P_3 = \beta\, P_1 = 32$ bar

La temperatura si calcola, come fatto in precedenza, a partire dalle condizioni del punto 2. Si trova:

$T_3 = 901.9$ K

4)
Le condizioni termodinamiche di uscita dal combustore sono note dai dati:

$P_4 = 32$ bar ; $\qquad T_4 = 1473.15$ K

Impostando il bilancio al combustore è possibile dedurre il rapporto tra le portate di aria e di combustibile; tuttavia, in questo caso sorge una difficoltà perché la portata di aria in ingresso al combustore non coincide con la portata di aria aspirata dal sistema (che è la richiesta dell'esercizio). Scrivendo il bilancio:

$$\dot{m}_3 c_{P,A}(T_3 - T_R) + \dot{m}_F c_{P,F}(T_F - T_R) + \dot{m}_F LHV = \dot{m}_4 c_{P,G}(T_4 - T_R)$$

da cui si ottiene, con le consuete ipotesi semplificative:

$$\frac{\dot{m}_3}{\dot{m}_F} = \frac{LHV}{c_{P,G}(T_4 - T_R) - c_{P,A}(T_3 - T_R)} - 1 \cong \frac{LHV}{\overline{c_P}(T_4 - T_3)} - 1$$

Definendo α come rapporto tra la <u>portata di aria in ingresso al sistema</u> e la portata di combustibile in ingresso al combustore, si ottiene:

$$\alpha = \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_F} = 76.3$$

5)
Le condizioni termodinamiche all'uscita della turbina di alta pressione HPT non sono note a priori, ma è noto che l'albero di alta pressione è bilanciato (non essendo collegato a nessun elemento esterno). Pertanto si può calcolare la temperatura di uscita (T_5) impostando il bilancio di potenze meccaniche tra HPC e HPT:

$$|W_{HPC}| = |W_{HPT}| \Rightarrow \dot{m}_3|h_3 - h_2| = \dot{m}_5|h_5 - h_4| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{m}_3 c_{P,A}(T_3 - T_2) = \dot{m}_5 c_{P,G}(T_4 - T_5)$$

E dunque:

$$T_5 = T_4 - \frac{\dot{m}_3}{\dot{m}_5}\frac{c_{P,A}}{c_{P,G}}(T_3 - T_2) = T_4 - \frac{0.9\dot{m}_1}{0.9\dot{m}_1 + \dot{m}_F}(T_3 - T_2) = T_4 - \frac{0.9\alpha}{0.9\alpha + 1}(T_3 - T_2) = 1091\ K$$

La pressione in uscita dalla turbina di alta pressione si determina utilizzando la definizione di rendimento isentropico della HPT, da cui si deriva la temperatura di uscita isentropica ($T_{5,is}$), e applicando la trasformazione isentropica tra la temperatura di ingresso in turbina e la temperatura di uscita isentropica:

$$\eta_{HPT} = \frac{h_4 - h_5}{h_4 - h_{5,is}} = \frac{T_4 - T_5}{T_4 - T_{5,is}}; \qquad \frac{T_{5,is}}{T_4} = \left(\frac{P_5}{P_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Da cui si ottengono:

$T_{5,is}$ = 1023.4 K; P_5 = 8.94 bar

Si noti che NON ESISTE ALCUN LEGAME DIRETTO TRA LA PRESSIONE INTERMEDIA TRA I COMPRESSORI (5.66 bar, dai dati) E QUELLA INTERMEDIA TRA LE DUE TURBINE.

6)
La condizione in uscita dalla turbina di bassa pressione si determina sapendo che la macchina espande fino alla pressione atmosferica ($P_6 = P_1 = 1$ bar), applicando la relazione della trasformazione isentropica e utilizzando la definizione di rendimento:

$$\frac{T_{6,is}}{T_5} = \left(\frac{P_6}{P_5}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad ;\ \eta_{LPT} = \frac{h_5 - h_6}{h_5 - h_{6,is}} = \frac{T_5 - T_6}{T_5 - T_{6,is}}$$

Si ottiene:

$T_{6,is}$ = 583.3 K; T_6 = 659.4 K

CALCOLO DELLA PORTATA ASPIRATA

Noti tutti i punti del ciclo, è possibile impostare l'equazione risolvente per il calcolo della portata. Si tratta di scrivere il bilancio di potenze all'albero di bassa pressione, sapendo che su di esso sono montati:

- il compressore di bassa pressione LPC, che assorbe potenza meccanica;
- la turbina di bassa pressione LPT, che genera (ovvero cede) potenza meccanica;
- l'alternatore, che è un utilizzatore e quindi assorbe potenza meccanica.

In generale, il bilancio si scrive come:

$$W_{LPC} + W_{LPT} + W_{ALT} = 0$$

Vale la pena di introdurre i moduli, per far emergere i segni delle diverse quantità; in linea con quanto espresso sopra, il compressore e l'alternatore assorbono potenza, quindi hanno segno positivo, mentre la turbina produce potenza, che deve risultare negativa:

$$|W_{LPC}| - |W_{LPT}| + |W_{ALT}| = 0 \Rightarrow |W_{LPT}| = |W_{LPC}| + |W_{ALT}|$$

Il risultato ottenuto mostra come la potenza della turbina serva sia a far funzionare il compressore, che a produrre la potenza richiesta dall'utilizzatore elettrico. Si ottiene:

$$\dot{m}_6 c_{P,G}(T_5 - T_6) = \dot{m}_1 c_{P,A}(T_2 - T_1) + |W_{ALT}|$$

ovvero:

$$(0.9\dot{m}_1 + \dot{m}_F)c_{P,G}(T_5 - T_6) = \dot{m}_1 c_{P,A}(T_2 - T_1) + |W_{ALT}|$$

da cui, ricordando che la potenza assorbita dall'alternatore è pari a 20 MW, si ricava:

$\dot{m}_1 = 115$ kg/s; $\dot{m}_F = 1.51$ kg/s

CALCOLO DEL RENDIMENTO DEL CICLO

Il rendimento si calcola ricordando che la potenza complessivamente uscente è SOLO quella assorbita dall'alternatore (20 MW), mentre la potenza termica entrante è legata alla potere calorifico inferiore del combustibile:

$$\eta = \frac{|W_{ALT}|}{\dot{m}_F LHV} = 0.33$$