

Turbine Idrauliche

Esercizio 1 - Turbina Pelton

Un impianto idroelettrico dotato di una turbina Pelton è caratterizzato da un dislivello geodetico, tra diga e macchina (o bacino di scarico), di 1000 m. La condotta forzata ha un diametro di 2 m, una lunghezza di 1750 m, un coefficiente di attrito $f = 0.04$ e perdite concentrate pari a 20 quote cinetiche. La girante (che può essere assunta ideale da un punto di vista fluidodinamico) ha una velocità di rotazione pari a 600 rpm, un diametro medio di 2 m ed è alimentata da 3 ugelli, ciascuno di diametro pari a 0.22 m. L'angolo relativo allo scarico del cucchiaio è pari a -68° . Si richiede:

- di calcolare e disegnare i triangoli di velocità in ingresso e uscita dei cucchiai e di calcolare la potenza fornita dalla macchina in condizioni di piena apertura degli ugelli. Di calcolare il salto motore della macchina (dopo averne data opportuna definizione) e il suo rendimento. La macchina è ottimizzata?
- Nell'ipotesi (a scopo di regolazione) di ridurre l'area di apertura degli ugelli fino al 40% del precedente valore, mantenendo la stessa velocità di rotazione e assumendo invariato il coefficiente di perdite concentrate, si calcoli la potenza fornita dalla turbina, il salto motore e il rendimento in questa nuova condizione operativa. La macchina è ottimizzata?
- Nel caso fosse permessa una regolazione della velocità di rotazione della macchina, sarebbe possibile ottenere una nuova n_c tale da ottenere lo stesso rendimento del caso a)? Se possibile si calcoli n_c .

Dati:

$$\begin{array}{lll} z_B - z_A = 1000 \text{ m} & D_c = 2 \text{ m} & L_c = 1750 \text{ m} \\ f = 0.04 & \xi_{cc} = 20 & n = 600 \text{ rpm} \\ D = 2 \text{ m} & i = 3 & d = 0.22 \text{ m} \\ \beta_2 = -68^\circ & \text{macchina ideale} \Rightarrow & \varphi = \psi = 1 \end{array}$$

Esercizio 2 - Turbina Francis

Una turbina Francis - ottimizzata ($V_{2t} = 0$), caratterizzata da un distributore ed un ingresso rotore centripeti e da uno scarico assiale - deve essere progettata e installata in un impianto idroelettrico per la produzione di potenza elettrica con le seguenti caratteristiche:

- dislivello geodetico tra i due bacini = 450 m; portata disponibile: $25 \text{ m}^3/\text{s}$
- perdite di carico nulle nella condotta forzata;
- diffusore allo scarico della macchina con rapporto di aree uscita/ingresso pari a 4 e diametro scarico pari a 3 m; si considerino le perdite distribuite pari a 0.5 quote cinetiche (riferite a scarico diffusore);
- velocità di rotazione girante $n = 750 \text{ rpm}$

Per comodità, si consideri la seguente nomenclatura per le diverse sezioni della macchina: B = bacino di monte, 1 = scarico distributore = ingresso rotore, 2 = uscita rotore = ingresso diffusore, 3 = uscita diffusore, 4 = pelo libero bacino di valle.

a) Si calcoli il salto motore, dopo averne data opportuna definizione, la potenza disponibile all'albero e il diametro macchina (a ingresso rotore diametro D_1) dopo aver stimato sul diagramma di Baljé il rendimento (si veda figura sotto, il parametro D_s è riferito al diametro in ingresso girante D_1).

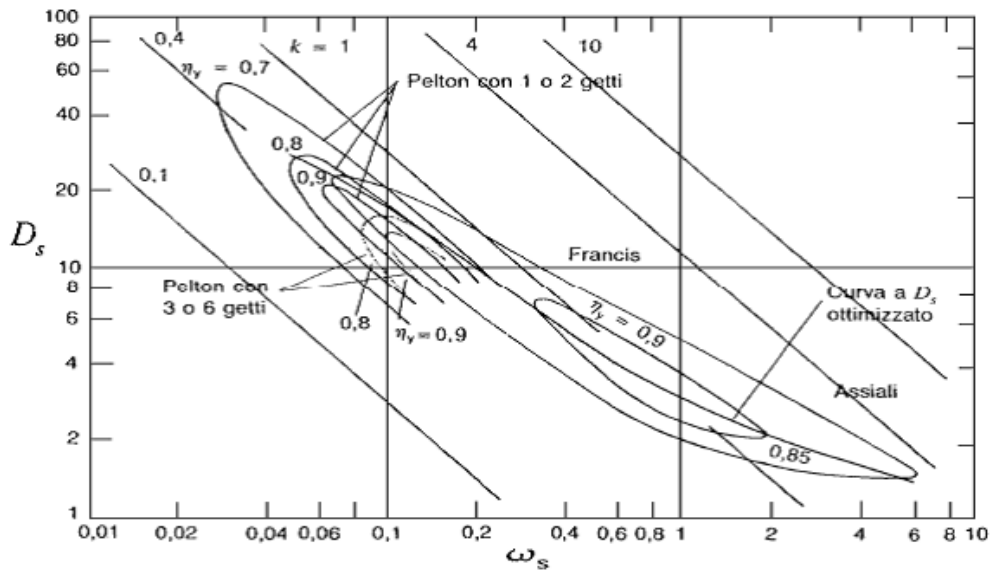
b) Si calcoli il triangolo di velocità in ingresso al rotore assumendo un rapporto tra l'altezza di pala ed il diametro macchina $b_1/D_1 = 0.08$. Si calcolino anche il grado di reazione χ ed il coefficiente di velocità periferica k_P , dopo averne dato la definizione.

c) Si calcoli il triangolo di velocità in uscita dal rotore al diametro D_{05} collocato a metà altezza di pala e trascurando il diametro del mozzo.

d) Si calcoli la quota massima di installazione della flangia di scarico turbina (sezione 2) rispetto a bacino valle affinché si abbia funzionamento esente da cavitazione, considerato $P_v = 0.03 \text{ bar}$ e $NPSH_r = 11 \text{ m}$. Considerato poi un margine di sicurezza di 1 m rispetto alla quota di installazione corrispondente all'incipiente cavitazione, si determini la pressione P_2 di soglia (sempre in corrispondenza della flangia di scarico turbina) al di sotto della quale il margine comincia a venir meno (e ci si avvicina alla cavitazione).

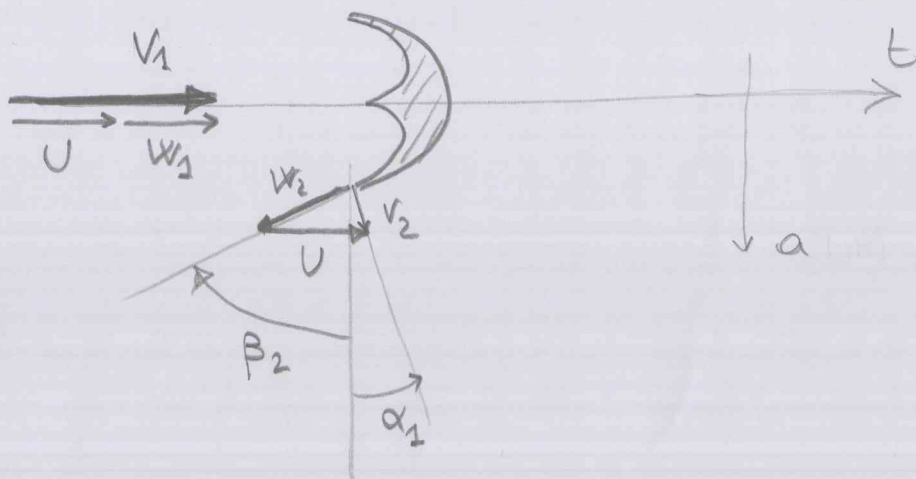
Dati:

$z_B - z_4 = 450 \text{ m}$	$\dot{V} = 25 \text{ m}^3/\text{s}$	$Y_c = 0 \text{ J/kg}$
$A_3/A_2 = 4$	$D_3 = 3 \text{ m}$	$\xi_{D,D} = 0.5$
$n = 750 \text{ rpm}$	$b_1/D_1 = 0.08$	$P_v = 0.03 \text{ bar}$
$NPSH_r = 11 \text{ m}$	<i>stadio ottimizzato</i> \Rightarrow	$V_{2t} = 0 \text{ m/s}$



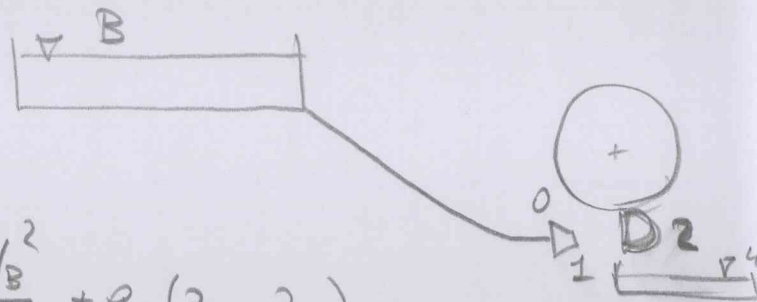
a) TRIANGOLO DI VELOCITA'

ES. 1



calcolo V_{1id}

bilancio en. mecc B-1



$$l - l_w - \gamma = \frac{P_1 - P_B}{\rho} + \frac{V_1^2 - V_B^2}{2} + g(z_1 - z_2)$$

$$l_w = l_{w_{a1}} = l_{w_{useno}}$$

B-1 soltanto componenti fissi

poiché voglio calcolare V_{1id} , ovvero in caso di macchina ideale (in cui $l_{w_{useno}} = 0$) l'equazione diventa

$$l - \gamma = \frac{P_1 - P_B}{\rho} + \frac{V_{1id}^2 - V_B^2}{2} + g(z_1 - z_2)$$

dove $l_w = 0$ e la velocità assoluta in uscita ugello è V_{1id} ;

inoltre $l = 0$ poiché nel tratto B-1 ci sono soltanto componenti fissi. Ovviamente è anche $V_B = 0$.

Perciò

$$h - Y = \frac{P_1 - P_B}{\rho} + \frac{V_{sid}^2 - V_B^2}{2} + g(z_1 - z_B)$$

$P_1 = P_B = P_{atm}$ (si trascura ΔP legato a quota); ^{inoltre} del tutto lecito assumere

$$z_1 \approx z_4 \quad \text{poiché} \quad z_1 - z_4 \ll z_B - z_1$$

Perciò

$$-Y = \frac{P_1 - P_B}{\rho} + \frac{V_{sid}^2}{2} + g(z_4 - z_B)$$

$$\Rightarrow V_{sid} = \sqrt{2\{g(z_B - z_4) - Y\}}$$

il calcolo di Y (perdite nella condotta forzata) permette di ottenere V_{sid} , poiché il dislivello piezometrico tra i due bacini è noto.

$$Y = Y_{DISTRIBUITE} + Y_{CONCENTRATE} = Y_D + Y_C = \left(f \frac{L}{D_c} + K_{cc} \right) \frac{V_c^2}{2}$$

dove V_c = velocità fluido di lavoro (acqua) in condotta forzata.

V_c può essere espressa in funzione di V_1 (attenzione V_1 reale non V_{sid}) tramite l'equazione di continuità:

$$\rho A_c V_c = i \rho A_{UGELLO} V_1$$

$$f \frac{D_c^2}{4} V_c = i f \frac{d^2}{4} V_1 \quad \Rightarrow \quad V_c = V_1 i \left(\frac{d}{D_c} \right)^2$$

$$V_c = \gamma V_{sid}$$

esprimendo V_1 in funzione di V_{1id} , siamo in grado di esprimere V_c in funzione di V_{1id} ; infatti

$$\varphi = \frac{V_1}{V_{1id}} \Rightarrow V_c = i \varphi V_{1id} \left(\frac{d}{D_c} \right)^2$$

da cui

$$Y = \left(\varphi \frac{L_c}{D_c} + \xi_{cc} \right) \frac{1}{2} i^2 \varphi^2 V_{1id}^2 \left(\frac{d}{D_c} \right)^4$$

che, sostituita nell'espressione scritta per il calcolo di V_{1id} elevata al quadrato, dà:

$$V_{1id}^2 = z_g (z_B - z_u) - \left(\varphi \frac{L_c}{D_c} + \xi_{cc} \right) i^2 \varphi^2 V_{1id}^2 \left(\frac{d}{D_c} \right)^4$$

dove l'unica incognita è V_{1id} che risulta pari a

$$V_{1id} = \sqrt{\frac{z_g (z_B - z_u)}{1 + \left(\varphi \frac{L_c}{D_c} + \xi_{cc} \right) i^2 \varphi^2 V_{1id}^2 \left(\frac{d}{D_c} \right)^4}} = 135,26 \frac{m}{s}$$

dove $\varphi = 1$ poiché la macchina è effettivamente ideale.

Infine

$$V_1 = \varphi V_{1id} = V_{1id} = 135,26 \frac{m}{s}$$

il calcolo della velocità periferica e immediato:

$$U = \frac{2\pi n}{60} \frac{D}{2} = 62,83 \frac{m}{s}$$

da cui $W_1 = W_{1t} = V_{1t} - U = V_1 - U = 72,42 \frac{m}{s}$

e il triangolo di velocità in ingresso è completamente definito. Si determinano ora le componenti del triangolo di velocità in uscita dal rotore:

$$W_{2id} = W_1 \quad \text{inoltre} \quad \psi = \frac{W_2}{W_{2id}} = \frac{W_2}{W_1}$$

poiché la macchina è ideale $\psi = 1$ (assenza di attrito nel rotore)

per tanto:

$$W_2 = W_1 = 72,42 \frac{m}{s}$$

$$W_{2a} = W_2 \cos \beta_2 = 27,17 \frac{m}{s}$$

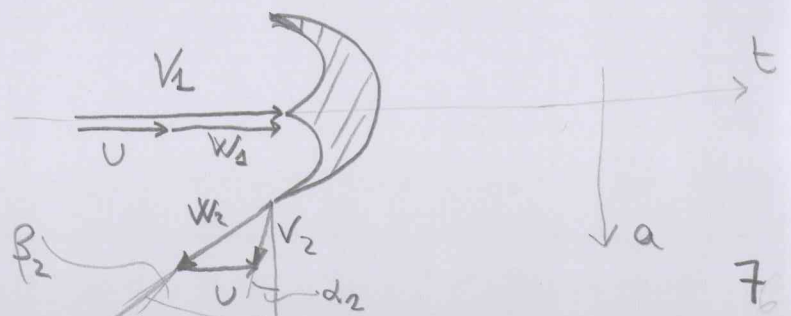
$$W_{2t} = W_2 \sin \beta_2 = -67,13 \frac{m}{s}$$

$$V_{2t} = W_{2t} + U = -4,30 \frac{m}{s}$$

$$V_{2a} = W_{2a} = 27,17 \frac{m}{s}$$

$$V_2 = \sqrt{V_{2a}^2 + V_{2t}^2} = 27,54 \frac{m}{s}$$

$$\alpha_2 = \arctg \frac{V_{2t}}{V_{2a}} = -9,0^\circ$$



è possibile ora calcolare il lavoro (euleriano) scambiato tra fluido e macchina, tramite l'eq. di Eulero

$$l = U_2 V_{2t} - U_1 V_{1t} = U (V_{2t} - V_{1t}) = U (V_{2t} - V_1) = -8768.7 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

il calcolo della portata volumetrica \dot{V} elaborata dalla macchina permette infine di calcolare la potenza meccanica estratta

$$\dot{V} = i A_{UGELLO} V_1 = i \pi \frac{d^2}{4} V_1 = 15.42 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\dot{L}_e = -\dot{L} = -\rho \dot{V} l = 135.25 \text{ MW}$$

Definendo il salto motore H_m come differenza tra l'energia meccanica posseduta dal fluido tra le sezioni 0 (ingresso macchina) e 4 (lascio valle) espressa in unità tecniche ($[H_m] = \text{m}$), si ha:

$$gH_m = T_0 - T_4 \quad \text{dove } T \text{ indica il triplice di Bernoulli}$$

non essendo note le quantità che contribuiscono a T_0 scriviamo

$$gH_m = (T_0 - T_B) + (T_B - T_4)$$

$$T_B - T_4 = \frac{P_B - P_1}{\rho} + \frac{V_B^2 - V_4^2}{2} + g(z_B - z_4) = g(z_B - z_4)$$

e, applicando l'eq. eu. meca tra B e 0, si ha

$$T_0 - T_B = \frac{\rho g z_B}{\rho} - \frac{\rho g z_B}{\rho} - \gamma_{0B} = \gamma_c \quad \text{no componenti in } 0-B$$

peranto

$$H_m = (z_B - z_4) - \frac{y_c}{g}$$

NOTA: questo implica $H_m \leq (z_B - z_4)$!!!

calcoliamo V_c e y_c/g

$$V_c = \frac{4\dot{V}}{\pi D_c^2} = 4.91 \frac{m}{s}$$

$$\frac{y_c}{g} = \left(f \frac{L_c}{D_c} + \sum \xi_{cc} \right) \frac{V_c^2}{2g} = 67.58 \text{ m}$$

$$H_m = (z_B - z_4) - \frac{y_c}{g} = 932.42 \text{ m}$$

e il rendimento

$$\eta = \frac{|e|}{g H_m} = - \frac{e}{g H_m} = 0.959$$

pur essendo la macchina ideale $\eta \neq 1$ poiché la definizione scelta per H_m considera l'energia cinetica allo scarico della macchina (vign. 2) una volta non convertita in energia meccanica all'ingresso delle turbine, pertanto non sfruttata e in questo senso 'perca';

$\eta = 0.959 = 95.9\%$ implica che l'energia cinetica a scarico macchina sia il 4.1% del salto motore H_m ; infatti

$$\frac{V_2^2/2}{g H_m} = 0.041$$

(V_2 nota dai triangoli di velocità)

la macchina (Peltou) è ottimizzata?

Uno stadio Peltou è ottimizzato se $k_p = \frac{V}{V_{sid}} = \frac{\varphi}{2}$

calcoliamo

$$k_p = \frac{V}{V_{sid}} = 0,464 \neq \frac{\varphi}{2} = \frac{1}{2}$$

MACCHINA NON OTTIMIZZATA

b) A scopo di riepilogazione si ottiene $\frac{A_b}{A_a} = 0,4$

dove A_b : area complessiva upelli con b)

A : " " " a piena apertura = A_a

NON è corretto assumere che $A \downarrow$ $V_s = \text{cost}$ e $\dot{V} \downarrow$
nelle stesse proporzioni di A . NON È COSÌ !!!

Infatti la riduzione di \dot{V} a seguito della riduzione di A implica una variazione (riduzione) di Y_c che dipende da \dot{V} ;

V_s dipende (come visto al punto A) da Y_c perciò anche V_s cambierà. Si deve pertanto ricalcolare tutto, come al punto

a) considerando però la nuova portata.

$$Y_{c,b} = \left(\varphi \frac{L_c}{D_c} + \xi_{cc} \right) \frac{1}{2} V_{c,b}^2$$

dall' eq. di continuità $A_c V_{c,b} = \frac{A_b}{A} A i \varphi V_{sid,b}$

si esprime $V_{c,b}$ in funzione di $V_{sid,b}$ e si esprime $Y_{c,b}$ come:

$$Y_{c,b} = \left(\varphi \frac{L_c}{D} + \xi_{cc} \right) \frac{1}{2} \left(\frac{A_b}{A} \right)^2 \left(\frac{d}{D_c} \right)^4 \varphi^2 i^2 V_{sid,b}^2 \quad \text{dove } \varphi = 1$$

espressione uguale al caso precedente con $\left(\frac{A_b}{A} \right)^2$ in aggiunta

Sostituendo la nell'eq. eu. mecc Tra B e 1 si ottiene

$$\left\{ \left(\frac{L_c}{\Delta c} + \xi_{cc} \right) \left(\frac{A_b}{A} \right)^2 \left(\frac{d}{\Delta c} \right)^4 i^2 + 1 \right\} \frac{V_{1id,b}^2}{2} + \frac{P_A - P_B}{2} - \frac{V_B^2}{2} + g(z_1 - z_2) = 0$$

e, ricordando che $z_1 \cong z_2$:

$$V_{1id,b} = \sqrt{\frac{2g(z_B - z_A)}{\left\{ 1 + \left(\frac{L_c}{\Delta c} + \xi_{cc} \right) i^2 \left(\frac{d}{\Delta c} \right)^4 \left(\frac{A_b}{A} \right)^2 \right\}}} = 139.27 \frac{m}{s}$$

diversa dal caso precedente.

Per calcolare la potenza estratta è necessario il calcolo dei triampi di velocità:

$$V_{1,b} = \varphi V_{1id,b} = V_{1id,b} = 139.27 \frac{m}{s}$$

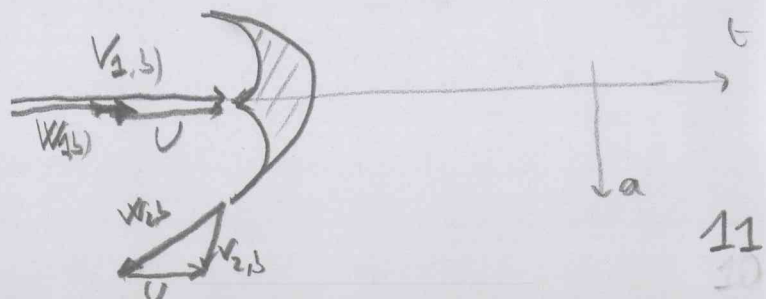
$$U_b = U_a = 62.83 \frac{m}{s} = U \quad ; \quad W_{1,b} = V_{1,b} - U = 76.43 \frac{m}{s} \quad ;$$

$$W_{2,b} = \varphi W_{1,b} = W_{1,b} = 76.43 \frac{m}{s} \quad ; \quad W_{2t,b} = W_{2,b} \sin \beta_2 = -70.85 \frac{m}{s}$$

$$W_{2a,b} = W_{2,b} \cos \beta_2 = 28.68 \frac{m}{s} \quad ; \quad V_{2t,b} = W_{2t,b} + U = -8.02 \frac{m}{s}$$

$$V_{2a,b} = W_{2a,b} = 28.68 \frac{m}{s} \quad ; \quad V_{2,b} = \sqrt{V_{2a,b}^2 + V_{2t,b}^2} = 29.78 \frac{m}{s}$$

$$\alpha_{2,b} = \arctg \left(\frac{V_{2t,b}}{V_{2a,b}} \right) = -15.63^\circ$$



da cui il lavoro specifico

$$e_b = U (V_{2t,b} - V_{1,b}) = -9254.25 \frac{J}{kg}$$

$$\dot{L}_e = -\dot{L} = -\dot{\rho} \dot{V}_b e_b$$

calcoliamo \dot{V}_b :

$$\dot{V}_b = i \frac{A_b}{A} \pi \frac{d^3}{4} V_{1,b} = 0.35 \frac{m^3}{s}$$

$$\dot{L}_e = 58.79 \text{ MW}$$

$$H_{m,b} = (z_B - z_A) - \frac{y_{c,b}}{g} = 988.46 \text{ m}$$

$$H_{m,b} > H_{m,a}$$

correttamente poiché nel caso b) i coefficienti di perdita sono più simili del caso a) ma \dot{V} è diminuito

$$\eta_{(b)} = \frac{|e_b|}{g H_{m,b}} = - \frac{e_b}{g H_{m,b}} = 0.954$$

$$\eta_{(b)} < \eta_{(a)}$$

poiché nel caso b) è $>$ l'ev. cinetica allo scarico

la macchina è ottimizzata?

$$K_p = \frac{U}{V_{1d,b}} = 0.451 \neq \frac{\varphi}{2}$$

MACCHINA NON
OTTIMIZZATA

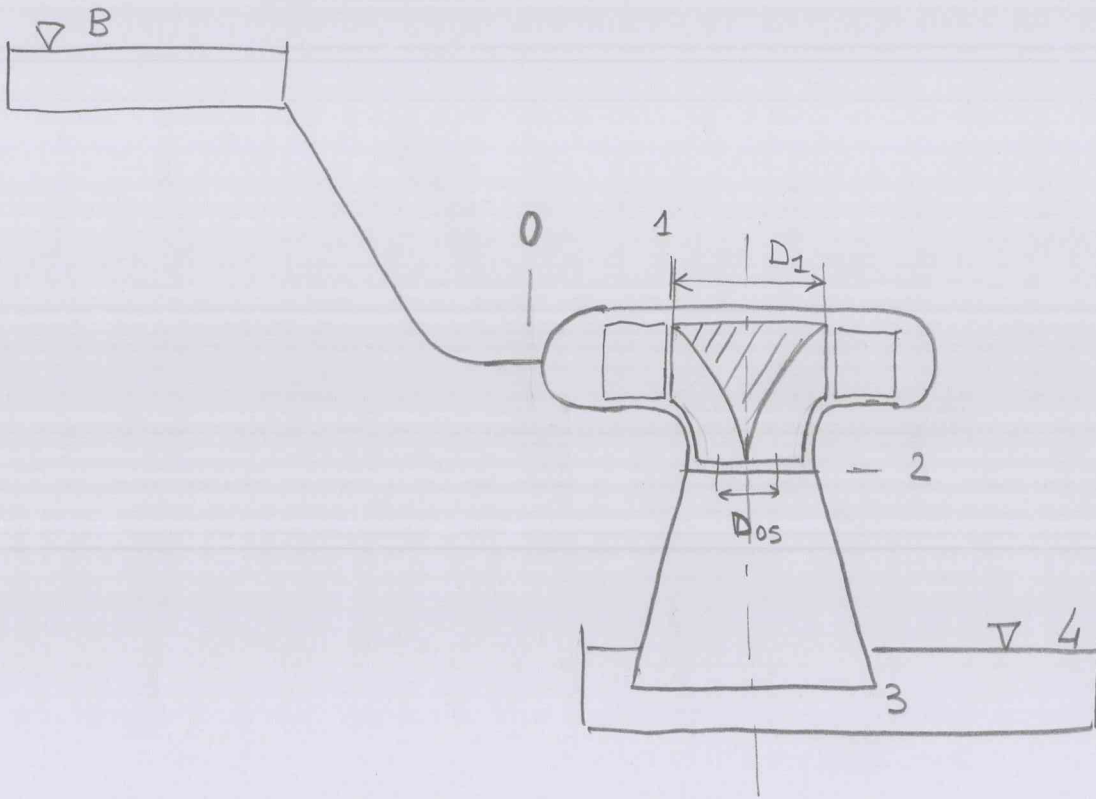
c) Allo scopo di ottenere lo stesso rendimento si impone $k_{pc} = k_{pa} = 0.464$

da cui segue $U_c = 64.66 \text{ m/s}$ e dunque $n_c = 617.79 \text{ rpm}$

ATTENZIONE La macchina alle condizioni c) NON opera in similitudine con le condizioni a); con la parzializzazione del distributore viene infatti meno la similitudine geometrica.

A verifica di ciò si possono calcolare i parametri di similitudine nei casi a) e c) e verificare che sono diversi.

ES. 2



a)

Definendo il salto motore come differenza di en. mecc. del fluido tra ingresso macchina (sez. 0) e pelo libero bacino di valle (sez. 4), si ha (indicando con T i termini di Bernoulli):

$$gH_m = T_0 - T_4 = (T_B - T_4) + (T_0 - T_B) =$$

$$= \left(\frac{P_B - P_4}{\rho} + \frac{V_B^2 - V_4^2}{2} + g(z_B - z_4) \right) + \left(\cancel{h_{p-0}} - \cancel{h_{B-0}} - \gamma_c \right)$$

dove $T_0 - T_B$ è stato espresso usando eq. en. mecc. tra B e 0.

Pertanto:
$$H_m = (z_B - z_4) - \frac{\gamma_c}{g}$$

poiché in questo caso $\gamma_c = 0 \Rightarrow H_m = (z_B - z_4) = 450 \text{ m}$

si ricorda che SEMPRE $H_m \leq (z_B - z_4)$

È necessario stimare η dello stadio Francis sul diagramma di Balje. Per fare ciò bisogna individuare il punto che identifica lo stadio su tale diagramma, ovvero ottenere ω_s e D_s per il nostro stadio.

$$\omega_s = \omega \frac{\sqrt{\dot{V}}}{(gH_m)^{3/4}} = \frac{2\pi n}{60} \frac{\sqrt{\dot{V}}}{(gH_m)^{3/4}} = 0,726$$

tale valore mostra come, in effetti, lo stadio in questione sia di tipo Francis.

In corrispondenza di tale ω_s si possono avere diversi valori di D_s (corrispondenti a diversi η).

Per stimare η si assume qui $D_s = 3$ (valore prossimo alla linea a D ottimizzata).

Il punto è dunque $\left\{ \begin{array}{l} \omega_s = 0,726 \\ D_s = 3 \end{array} \right.$

cui corrisponde, sul diagramma di Balje $\eta = 0,93$

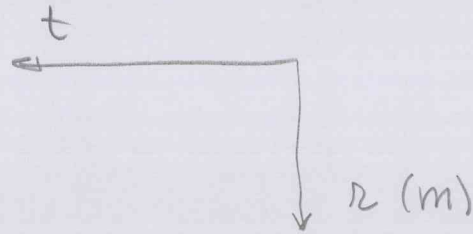
È ora semplice calcolare lavoro specifico l e potenza dissipata all'albero:

$$\eta = \frac{|l|}{gH_m} = -\frac{l}{gH_m} \Rightarrow l = -\eta gH_m = -4101,3 \frac{J}{kg}$$

$$L_e = -L = -\rho \dot{V} l = 102,53 \text{ MW}$$

b)

TRIANGOLO DI VELOCITÀ

SEZIONE 1

Il lavoro euleriano è legato alle componenti tangenziali di velocità; pertanto scrivendo l'eq. di Eulero

$$l = U_2 V_{2t} - U_1 V_{1t}$$

e osservando che lo stadio è ottimizzato ($V_{2t} = 0$) si ha

$$l = -U_1 V_{1t}$$

che mostra come il calcolo di U_1 permette quello di V_{1t} .

$$U_1 = \frac{2\pi n}{60} \frac{D_1}{2}$$

e D_1 è semplicemente ottenibile poiché è noto D_5 :

$$D_1 = D_5 \frac{\sqrt{V}}{(gHm)^{3/4}} = 1.84 \text{ m}$$

$$U_1 = \frac{2\pi n}{60} \frac{D_1}{2} = 72.28 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{1t} = -\frac{l}{U_1} = 56.74 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La portata volumetrica e' invece legata alle componenti meridiane (radiali nella sez. 1) delle velocita'; infatti, nella sezione 1:

$$\dot{V} = \pi D_1 b_1 V_{1m} = \pi D_1^2 \frac{b_1}{D_1} V_{1m}$$

da cui

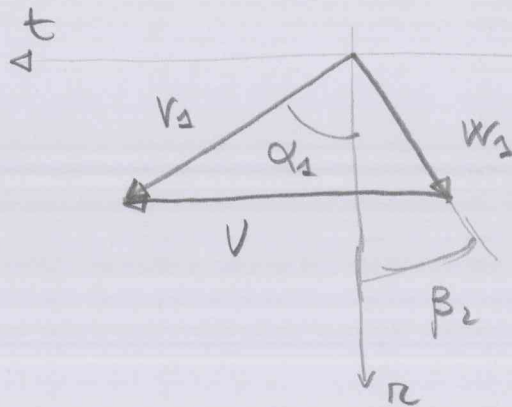
$$V_{1m} = V_{1r} = \frac{\dot{V}}{\pi D_1^2 b_1 / D_1} = 29.36 \frac{m}{s}$$

e' il triangolo di velocita' in ingresso al rotore e' completamente definito:

$$V_1 = \sqrt{V_{1r}^2 + V_{1t}^2} = 63.88 \frac{m}{s} \quad \alpha_1 = \arctg\left(\frac{V_{1t}}{V_{1r}}\right) = 62.64^\circ$$

$$W_{1t} = V_{1t} - U_2 = -15.54 \frac{m}{s} \quad W_{1r} = V_{1r} = 29.36 \frac{m}{s}$$

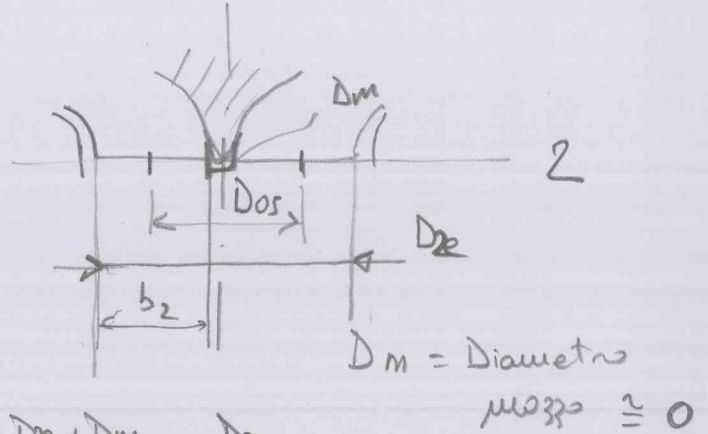
$$W_1 = \sqrt{W_{1r}^2 + W_{1t}^2} = 33.22 \frac{m}{s} \quad \beta_1 = \arctg\left(\frac{W_{1t}}{W_{1r}}\right) = -27.90^\circ$$



1) SEZIONE 2

Il triangolo di velocità allo scarico della pinna è riferito al diametro D_{05} e metà altezza di pala (con diametro del mozzo trascurabile)

È necessario calcolare D_{05}



$$D_{05} = D_m + 2 \cdot \frac{1}{2} b_2$$

$$= D_m + b_2 = D_m + \frac{D_{2e} - D_m}{2} = \frac{D_{2e} + D_m}{2} \approx \frac{D_{2e}}{2}$$

poiché $D_m \approx 0$

Pertanto è necessario calcolare D_{2e} uguale anche al diametro del diffusore nella sezione 2:

$$D_{2e} = \sqrt{\frac{4 A_2}{\pi}} \quad \text{e} \quad A_2 = \frac{A_3}{(A_3/A_2)}$$

calcoliamo A_3

$$A_3 = \pi \frac{D_3^2}{4} = 7.07 \text{ m}^2$$

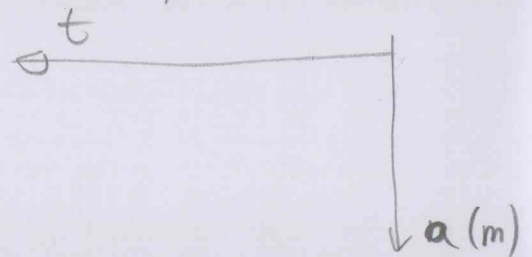
$$A_2 = \frac{A_3}{(A_3/A_2)} = 1.77 \text{ m}^2$$

$$D_{2e} = \sqrt{\frac{4 A_2}{\pi}} = 1.5 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad D_{05} = \frac{D_{2e}}{2} = 0.75 \text{ m}$$

A questo punto è possibile calcolare il triangolo di velocità

$$U_2 = \frac{2\pi n}{60} \frac{D_{05}}{2} = 29.45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{rt} = 0 \quad \Rightarrow \quad V_2 = V_{2m} = V_{2a}$$

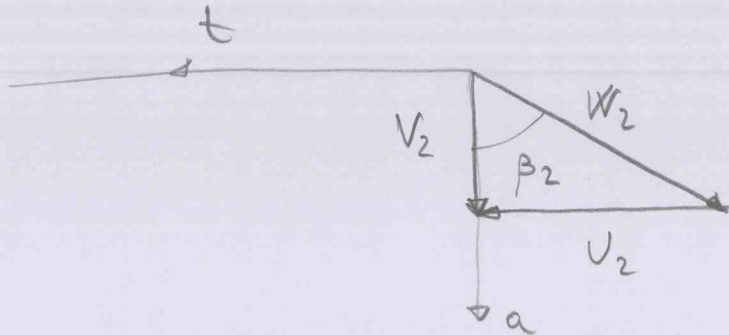


$$V_2 = V_{2a} = \frac{\dot{V}}{A_2} = 14.15 \frac{\text{m}}{\text{s}} = W_{2a}$$

$$W_{2t} = V_{2t} - U_2 = -U_2 = -29.45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$W_2 = \sqrt{W_{2a}^2 + W_{2t}^2} = 32.67 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \beta_2 = \arctg\left(\frac{W_{2t}}{W_{2a}}\right) = -64.34^\circ$$

$$\alpha_2 = \arctg\left(\frac{V_{2t}}{V_{2a}}\right) = 0^\circ$$



Posiamo ora calcolare grado di reazione e coeff. di vel. periferica:

$$\chi = 1 - \frac{V_1^2/2}{gH_m} = 0.537 \quad (\text{macchina a reazione})$$

$$K_p = \frac{U_2}{V_1} = 1.13$$

1) CAVITAZIONE

Affinché non si abbia cavitazione:

$$NPSH_d \geq NPSH_r$$

$$NPSH_d = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} - \frac{P_v}{\rho g}$$

non essendo nota P_2 scriviamo $NPSH_d$ in funzione dell'en. mecc. del fluido nella sezione 4, applicando il bilancio di en. mecc. tra le sezioni 2 e 4:

$$\cancel{h} - \cancel{e_w} - Y_D = \frac{P_4 - P_2}{\rho} + \frac{V_4^2 - V_2^2}{2} + g(z_4 - z_2)$$

da cui

$$NPSH_d = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2} - \frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_4 - P_1}{\rho g} + \frac{Y_D}{g} + (z_4 - z_2) \geq NPSH_r$$

e, dall'ultima disuguaglianza:

$$(z_2 - z_4) \leq \frac{P_4 - P_1}{\rho g} + \frac{Y_D}{g} - NPSH_r = (z_2 - z_4)_{\max}$$

dove Y_D sono le perdite nel diffusore, che calcoliamo:

$$Y_D = Y_{D,d} + Y_{D,c} = \sum_{D,d} \frac{V_3^2}{2} + 1 \frac{V_3^2}{2}$$

↑ ↑ ↑
distribuite concentrate

SI ASSUME CHE TUTTA L'EN. CINETICA A SCARICO DIFFUSORE VENGA DISSIPATA PER ATRITO

$$Y_D = \left(\sum_{D,d} + 1 \right) \frac{V_3^2}{2}$$

per procedere al calcolo calcoliamo $V_3 = V_{3a}$ (non ci sono altre componenti)

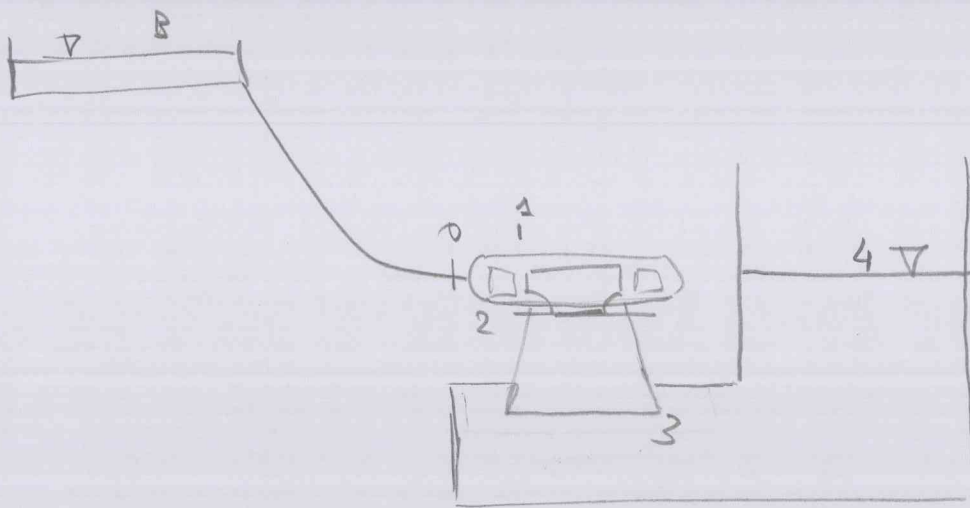
$$V_3 = \frac{\dot{V}}{A_2} = 3.54 \frac{m}{s}$$

$$Y_D = \left(\sum_{D,d} + 1 \right) \frac{V_3^2}{2} = 1.5 \frac{V_3^2}{2} = 9.38 \frac{J}{kg}$$

e da cui segue che

$$(z_2 - z_4) \leq -0.021 \text{ m}$$

OWERO PER NON AVERE CAVITAZIONE
FRANGIA SCARICO TURBINA INSTALLATA
SOTTO PEO LIBERO BACINO SCARICO DI
ALMENO 21 cm



Se si vuole mantenere un margine di sicurezza di 1 m rispetto all'insorgente cavitazione si avrà

$$(z_2 - z_4)_{\text{SICUREZZA}} = (z_2 - z_4)_{\text{max}} - 1 = -1,021 \text{ m}$$

e, scrivendo il bil. en. mecc. tra 2 e 4:

$$-\gamma_D = \frac{P_4 - P_{2\text{SOGNA}}}{\rho} + \frac{V_4^2 - V_2^2}{2} + g(z_4 - z_2)_{\text{SICUREZZA}}$$

$$\Rightarrow P_{2\text{SOGNA}} = P_4 + \rho \left\{ \gamma_D - \frac{V_2^2}{2} - g(z_4 - z_2)_{\text{SICUREZZA}} \right\} = 0,206 \text{ bar}$$

perciò ad es. a seguito di variazioni di quota del pelo libero 4
 piuttosto che P_2 (misurate ad es. con un sensore di pressione) e

$$P_2 \gg P_{\text{SOGNA}}$$

Sappiamo che si ha un margine $\geq 1 \text{ m}$ rispetto a insorgente cavitazione.

Quando $P_2 = P_{2\text{CAVITAZIONE}} = 0,108 \text{ bar}$ si ha inizio la cavitazione

$P_{2\text{CAVITAZIONE}}$ si calcola come sopra imponendo margine 0 m anziché 1 m