Esercizi svolti di Macchine

Giacomo Bruno Persico
Andrea Spinelli

17 marzo 2015

Capitolo 1

Applicazione dei bilanci di massa ed energia ai sistemi fluenti

Esercizio 1.
Un sistema energetico è alimentato da un flusso ad una pressione di 10 bar e alla temperatura di 1000 K. All'uscita del sistema la pressione misurata è di 6 bar. Il fluido di lavoro è aria, considerato come gas ideale politropico (cioè con calori specifici costanti, anche detto gas perfetto), caratterizzato dalle seguenti proprietà termofisiche $R_{aria} = 287\, J/kgK$, $c_{P,aria} = 1000\ J/kgK$.

La macchina *fornisce* all'esterno una potenza meccanica di 450 kW e *cede* all'ambiente una potenza termica pari a 50 kW. Si vuole determinare la temperatura dell'aria all'uscita della macchina, sapendo che la portata è di 5 kg/s. Si trascurino le energie cinetiche e la differenza di quota sulle sezioni di ingresso e uscita.

Dati:

$$
\begin{array}{lll}
\dot{L} = -450\ \ kW & \dot{Q} = -50\ \ kW & \dot{m} = 5\, kg/s \\
P_1 = 10\, bar & P_2 = 6\, bar & T_1 = 1000\, K \\
R_{aria} = 287\, J/kgK & C_{Paria} = 1000\, J/kgK &
\end{array}
$$

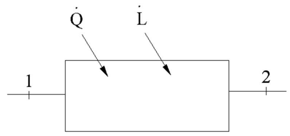


Figura: Schematizzazione del sistema e convenzioni di segno

Svolgimento:

Il sistema in esame opera in condizioni stazionarie, ed è caratterizzato da scambi energetici sia di forma termica che meccanica. E' quindi opportuno fare riferimento al bilancio energetico nella forma globale, ricordando che la portata massica si conserva per il bilancio della massa ($\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$) e che si sono considerate positive tutte le potenze entranti nel sistema:

$$\dot{Q} + \dot{L} = \dot{m}(h_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2) - \dot{m}(h_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1);$$

trascurando la differenza di quota e le energie cinetiche si ottiene:

$$\dot{m}(h_2 - h_1) = \dot{Q} + \dot{L}$$

da cui

$$\dot{m} \cdot C_p(T_2 - T_1) = \dot{Q} + \dot{L}$$

$$T_2 = T_1 + \frac{\dot{Q} + \dot{L}}{\dot{m} \cdot C_p} = 900\,K$$

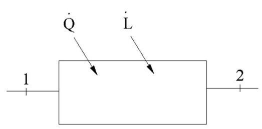
Si noti che, essendo le potenze meccanica e termica uscenti dal sistema, esse vanno introdotte con segno negativo, ed entrambe contribuiscono a ridurre la temperatura del gas in uscita (che risulta quindi impoverito di energia dopo aver attraversato il sistema).

Esercizio 2.
Un motore termico genera potenza meccanica destinata ad azionare un'elica propulsiva, attraverso un ciclo termodinamico motore (o diretto) che *assorbe* dall'esterno una potenza termica di 60 MW.

La macchina utilizza come fluido di lavoro aria (trattata come gas perfetto, $R_{aria} = 287, J/kgK$, $c_{P,aria} = 1000\,J/kgK$). Le sezioni di alimentazione e scarico sono entrambe di 0.5 m^2, e su entrambe si misura una pressione statica di 0.8 bar. Sulla sezione di ingresso della macchina sono inoltre note la velocità $V_1 = 200$ m/s e la temperatura $T_1 = -20$ $°C$ dell'aria. Sulla sezione di uscita la temperatura dell'aria è di 300 $°C$.

Si richiede di determinare la potenza disponibile all'asse dell'elica.

Dati:



Schematizzazione del sistema e convenzioni di segno

$S_1 = 0.5\,m^2$	$S_2 = 0.5\,m^2$	$V_1 = 200\,m/s$
$P_1 = 0.8\,bar$	$P_2 = 0.8\,bar$	$R_{aria} = 287\,J/kgK$
$T_1 = 253\,K$	$T_2 = 573\,K$	$C_{P,aria} = 1000\,J/kgK$
$\dot{Q} = 60\,MW$		

Svolgimento:

Il sistema in esame opera in condizioni stazionarie, ed è caratterizzato da scambi energetici sia di forma termica che meccanica. E' quindi opportuno fare riferimento al bilancio energetico nella forma globale, ricordando che la portata massica si conserva per il bilancio della massa ($\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$) e che si sono considerate positive tutte le potenze entranti nel sistema:

$$\dot{Q} + \dot{L} = \dot{m}(h_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2) - \dot{m}(h_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1);$$

trascurando la differenza di quota, e risolvendo per la potenza meccanica, si ottiene:

$$\dot{L} = \dot{m}(h_2 - h_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2}) - \dot{Q}.$$

In questo caso è necessario valutare la portata massica che attraversa le sezioni di ingresso ed uscita del sistema, ed occorre calcolare la velocità del fluido nella sezione di uscita (V_2). Relativamente alla portata si può porre, per esempio per la sezione di ingresso:

$$\dot{m} = \rho_1 \cdot V_1 \cdot S_1 \quad \text{con} \quad \rho_1 = \frac{P_1}{R \cdot T_1}$$

da cui

$$\dot{m} = \frac{P_1}{R \cdot T_1} \cdot V_1 \cdot S_1 = 110\, kg/s$$

Dalla portata si può immediatamente valutare V_2

$$V_2 = \frac{\dot{m} \cdot R \cdot T_2}{p_2 \cdot S_2} = 453\, m/s;$$

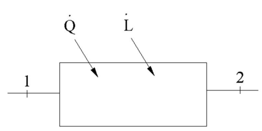
infine, ricordando che si è assunto il calore positivo se entrante ($\dot{Q} = 60\, MW$), e valutando il salto di entalpia da quello di temperatura ($h_2 - h_1 = c_{p,aria}(T_2 - T_1) = 320\, KJ/Kg$), si ricava:

$$\dot{L} = -16\, MW$$

Essendo stata valutata una potenza meccanica negativa, essa risulta fornita all'esterno (come richiesto per la movimentazione dell'elica). Il motore termico costituisce, quindi, una macchina *motrice*.

Esercizio 3.
Si consideri un sistema energetico che elabora una portata di 10 kg/s di aria (trattata come gas perfetto, $R_{aria} = 287, J/kgK$, $cp = C_{Paria} = 1000\,J/kgK$). Le condizioni in ingresso (1) e uscita (2) sono P_1= 1 bar, T_1= 20 $°C$, P_2= 1 bar, T_2=400 $°C$; i diametri dei condotti in ingresso in uscita sono uguali, D_2 = D_1= 0.5 m. Il sistema realizza un ciclo termodinamico *motore*, caratterizzato da un rendimento termodinamico pari a 1/3, in cui lo scambio termico con la sorgente a bassa temperatura si realizza scaricando i gas caldi in uscita nell'ambiente esterno.
Si calcoli la potenza meccanica prodotta dalla macchina, e l'incremento di entropia del fluido di lavoro tra l'ingresso e l'uscita della macchina.
(ARIA : R= 287J/kgK; Cp=1004 J/kgK)

Dati:



Schematizzazione del sistema e convenzioni di segno

$$\begin{array}{rcc} D_1 = 0.5\,m & D_2 = 0.5\,m & \dot{m} = 10\,kg/s \\ p_1 = p_2 = 1\,bar & \eta = 1/3 & R_{aria} = 287\,J/kgK \\ T_1 = 293\,K & T_2 = 673\,K & C_{Paria} = 1000\,J/kgK \end{array}$$

Svolgimento:

Il sistema in esame opera in condizioni stazionarie, ed è caratterizzato da scambi energetici sia di forma termica che meccanica. E' quindi opportuno fare riferimento al bilancio energetico nella forma globale, ricordando che la portata massica si conserva per il bilancio della massa ($\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$).

Prima di procedere, vale la pena discutere il carattere delle potenze termiche e meccaniche scambiate dal sistema. Si definisce rendimento termodinamico il rapporto:

$$\eta = \frac{|\dot{L_{out}}|}{\dot{Q_{in}}},$$

in cui si è introdotto il valore assoluto della potenza meccanica per ottenere un valore positivo per il rendimento. Il Secondo Principio della Termodinamica assicura che tale rendimento risulterà SEMPRE minore di uno.

Relativamente al problema in esame, conosciamo quindi il rapporto tra il calore *entrante* ed il lavoro *uscente*, che sono di segno diverso:

$$\dot{Q} = -3\dot{L}$$

La somma (algebrica) di questi due contributi, pari al calore scaricato all'esterno per il Primo Principio della Termodinamica applicato a trasformazioni cicliche, non va inclusa nella valutazione del sistema perchè tale scambio termico avviene *all'esterno* del sistema.

Sulla base delle considerazioni precedenti, il bilancio energetico diviene:

$$-3\dot{L} + \dot{L} = \dot{m}(h_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2) - \dot{m}(h_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1);$$

trascurando la differenza di quota, si ottiene:

$$-2\frac{\dot{L}}{\dot{m}} = h_2 - h_1 + \frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2}.$$

In questo caso vanno valutate V_1 e V_2, che si ottengono agevolmente dalla portata massica:

$$V_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1 \cdot S_1} = \dot{m} \cdot \frac{4}{\pi D^2} \cdot \frac{R \cdot T_1}{P_1} = 42.85\, m/s;$$

$$V_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2 \cdot S_2} = \dot{m} \cdot \frac{4}{\pi D^2} \cdot \frac{R \cdot T_2}{P_2} = 98.37\, m/s.$$

Il bilancio dell'energia fornisce:

$$\dot{L} = -\frac{\dot{m}}{2}(C_p(T_2 - T_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2}) = -1.92\, MW.$$

La variazione di entropia di valuta una volta note le condizioni termodinamiche di ingresso e uscita del gas. In particolare, per un gas ideale risulta:

$$\Delta s = \int_{T_1}^{T2} c_{p,aria} \frac{dT}{T} - Rln\frac{P_2}{P_1}$$

Assumendo il gas anche politropico, ovvero gas perfetto, l'integrale diviene banale e risulta:

$$\Delta s = c_{p,aria} ln\frac{T_2}{T_1} - Rln\frac{P_2}{P_1} = 831.6\,J/(kgK).$$

Esercizio 4.
Una macchina idraulica opera con acqua, trattata come liquido perfetto con densità $\rho = 1000kg/m^3$ e calore specifico $c_L = 4.186J/(kgK)$, è *adiabatica* ed è caratterizzata da una sezione di ingresso di 0.5 m^2, nella quale la velocità dell'acqua è di 6 m/s e la pressione è pari a 1 bar. La sezione di uscita è di 1 m^2 e la pressione allo scarico è di 10 bar. La sezione di uscita è posta ad una quota di 15 m al sopra la sezione di ingresso. In fase di funzionamento della macchina si rileva una variazione di temperatura dell'acqua nell'attraversamento della macchina pari a 0.15 K.

a) Si calcoli la potenza meccanica effettivamente scambiata tra la macchina al fluido.
b) Si calcoli la variazione di energia meccanica del fluido nel suo passaggio attraverso la macchina, ed il rendimento idraulico della macchina.

Dati:

$$\begin{array}{lll} S_1 = 0.5\,m^2 & S_2 = 1\,m^2 & \rho = 1000\,kg/m^3 \\ P_1 = 1\,bar_A & P_2 = 10\,bar_A & C_L = 4186\,J/kgK \\ V_1 = 6\,m/s & \Delta z = 15\,m & \Delta T = 0.15\,K \end{array}$$

Svolgimento:

Ancora una volta è possibile utilizzare il bilancio della massa come passo iniziale. In questo caso, è opportuno osservare che, essendo sempre costante la densità, anche la portata volumetrica si conserva.

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m} \rightarrow \dot{V}_1 = \dot{V}_2 = \dot{V} \rightarrow VS = cost$$

In questo caso, essendo assenti gli scambi termici, vale la pena utilizzare il bilancio dell'energia meccanica:

$$l - l_w = \int_1^2 vdP + \frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$

Nel caso dei liquidi perfetti, la valutazione del lavoro tecnico è immediata e non dipende dalla trasformazione, quindi si può subito scrivere:

$$l - l_w = v(P_2 - P1) + \frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1).$$

La forma ora espressa, pur semplificata, non consente tuttavia di calcolare il lavoro scambiato perchè non si ha nozione del valore di l_w. Si può utilizzare invece il bilancio energetico globale, che non richiede la conoscenza delle irreversibilità. Sapendo che il calore scambiato è nullo perchè la macchina è adiabatica, si ricava:

$$\dot{L} = \dot{m}(h_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2) - \dot{m}(h_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1)$$

La variazione di entalpia per un liquido perfetto si calcola facilmente nel modo seguente, e risulta:

$$\Delta h = \int_1^2 du + \int_1^2 vdP + \int_1^2 Pdv = c_L \Delta T + v\Delta P$$

Le incognite restanti sono dunque $\dot{m}$ e V_2:

$$\dot{m} = \rho \cdot V_1 \cdot S_1 = 3000\, kg/s$$

essendo la ρ dell'acqua costante (fluido incomprimibile) si calcola direttamente la velocità nella sezione 2 come conseguenza dell'equazione di conservazione della massa:

$$V_2 = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot S_2} = 3m/s$$

La potenza scambiata tra macchina e fluido è quindi:

$$\dot{L} = \dot{m} \cdot (c_L(T_2 - T1) + v(P_2 - P_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g\Delta z) = 5\, MW$$

il fluido quindi assorbe potenza meccanica dalla macchina, che risulta dunque una macchina *operatrice*.

Tuttavia, non tutta la potenza meccanica scambiata dal fluido con la macchina si converte in incremento di energia meccanica del fluido, per la presenza di attriti, misurati, in questo contesto, dal termine lw. Conoscendo ora il lavoro scambiato, è possibile valutare il termine di dissipazione dal bilancio dell'energia meccanica.

$$\dot{L}_w = \dot{L} - \dot{m}(v(P_2 - P1) + \frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)) = 1.9MW$$

Si noti che risulta:

$$l_w = c_L \varDelta T = \varDelta u$$

tale risultato non è di validità generale, ma risulta SOLO per i liquidi perfetti. Il rendiento idraulico si definisce, per una macchina operatrice, come il rapporto tra effetto utile (variazione di energia meccanica del fluido, $l - l_w$) ed ed energia specifica introdotta dall'esterno (cioè quella effettivamente spesa, l):

$$\eta = \frac{l - l_w}{l} = \frac{\dot{L} - \dot{L}_w}{\dot{L}} = 0.622$$