

Turbine Assiali

Esercizio 1

Si consideri il primo stadio di una turbina assiale ideale che espande un gas caratterizzato da $R = 461.89 \text{ J/(kgK)}$ e $\gamma = 1.33$ a partire dalle condizioni iniziali totali $T_{T0} = 800 \text{ K}$, $P_{T0} = 50 \text{ bar}$. Lo stadio è caratterizzato da un diametro medio $D_m = 1.25 \text{ m}$ e da una velocità di rotazione di 3000 rpm ed è alimentato da una portata massica di 100 kg/s .

Si vuole effettuare il confronto tra due differenti tipi di stadio (ottenuti con diverse strategie di progetto). In entrambi i casi lo stadio è ideale, ottimizzato, la velocità meridiana (assiale) è mantenuta costante attraverso lo stadio, e l'angolo allo scarico dello statore è $\alpha_1 = 73^\circ$. I due casi corrispondono a:

- a) stadio ad azione pura con rotore simmetrico
- b) stadio simmetrico con grado di reazione $\chi = 0.5$

Per le due soluzioni:

1. si calcolino triangoli di velocità e se ne faccia uno schizzo.
2. Si calcolino il lavoro specifico l , il rendimento total-to-static η_{TS} e la potenza \dot{L}_e che lo stadio fornisce all'esterno.
3. Si calcolino le condizioni termodinamiche allo scarico di statore e rotore.
4. Si valuti l'altezza di pala b_1 allo scarico dello statore.
5. Si verifichi che il vincolo $h/D_m > 0.025$ sia soddisfatto; in caso non lo sia si determini il grado di ammissione necessario a riportare l'altezza di pala al limite minimo accettabile.

Esercizio 2

Si valutino il diametro medio D_m e l'altezza di pala b_1 allo scarico dello statore per uno stadio ad azione ottimizzato che scambi un lavoro uguale a quello ricavato al punto **b)** dell'esercizio **1**, che elabori la stessa portata, abbia lo stesso angolo assoluto allo scarico dello statore α_1 , la stessa velocità di rotazione n e sia pro-

gettato con velocità meridiana costante. Si verifichi inoltre che sia rispettato il vincolo $b/D_m > 0.025$.

Esercizio 3

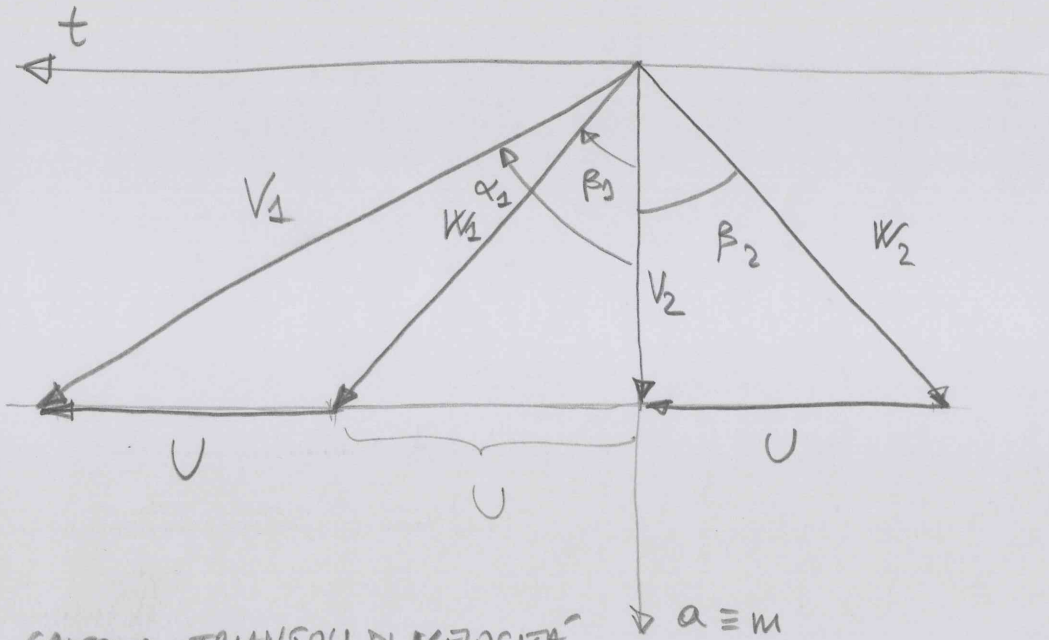
Mantenendo velocità di rotazione n e diametro medio D_m invariati rispetto all'esercizio **1** e per una portata massica $\dot{m} = 200$ kg/s, un angolo assoluto allo scarico dello statore $\alpha_1 = 73^\circ$, lo stesso rapporto di espansione (total-static) sullo statore ($\frac{P_{T0}}{P_1}$) dell'esercizio **1,a**), un angolo relativo allo scarico del rotore $\beta_2 = -65^\circ$ e un progetto a velocità meridiana costante:

- a) calcolare e disegnare i triangoli di velocità e calcolare il grado di reazione χ ;
- b) calcolare il lavoro specifico l , il rendimento total-to-static η_{TS} e la potenza \dot{L}_e fornita all'esterno dallo stadio;
- c) calcolare le altezze di pala b_1 e b_2 all'uscita delle schiere. Si verifichi inoltre che sia rispettato il vincolo $b_1/D_m > 0.025$.

ESERCIZIO 1

- a) ROTORE SIMMETRICO ($\beta_2 = -\beta_1$) (STATO AD AZIONE $\chi = 0$)
 STATO IDEALE (ISOENTROPICO)
 STATO OTTIMIZZATO $V_{2t} = 0 \frac{u}{s}$ ($\alpha_2 = 0^\circ$)
 STATO ASSIALE a $D_m = \text{cost}$ ($\Rightarrow U = \text{cost}$)
 VELOCITA' MERIDIANA COSTANTE $V_m = V_a = \text{cost}$

FORMA TRIANGOLI DI VELOCITA'



SEZIONI

- 0: INGRESSO STATORE
- 1: USCITA STATORE
~~IN~~ INGRESSO ROTORE
- 2: USCITA ROTORE

1. CALCOLO TRIANGOLI DI VELOCITA'

dalla prima segue

$$W_{1t} = U$$

$$V_{1t} = W_{1t} + U = 2U$$

$$U = \frac{2\pi n}{60} \frac{D_m}{2} = 196.25 \frac{u}{s}$$

$$W_{1t} = U = 196.25 \frac{u}{s}$$

$$V_{1t} = 2U = 392.50 \frac{u}{s}$$

$$V_{1a} = \frac{V_{1t}}{\tan \alpha_1} = 120.28 \frac{u}{s} = W_{1a}$$

$$V_1 = \sqrt{V_{1a}^2 + V_{1t}^2} = 410.51 \frac{u}{s}$$

$$W_1 = \sqrt{W_{1a}^2 + W_{1t}^2} = 230.17 \frac{u}{s}$$

$$\beta_1 = \arctg(W_{1t}/W_{1a}) = 58.53^\circ$$

TV1 | TV2

$$\beta_2 = -\beta_1 = -58.53^\circ$$

$$W_2 = W_1 = 230.17 \frac{u}{s}$$

$$W_{2t} = -W_{1t} = -196.25 \frac{u}{s}$$

$$W_{2a} = W_{1a} = 120.28 \frac{u}{s}$$

$$V_{2t} = 0 \frac{u}{s}$$

$$\alpha_2 = 0^\circ$$

$$V_2 = V_{2a} = 120.28 \frac{u}{s}$$

$$l = U(V_{st} - V_{st}) = -UV_{st} = -2V^2 = -77,03 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\eta_{TS} = \frac{|e|}{h_{T0} - h_2} = \frac{|e|}{h_{T0} - (h_{T2} - \frac{V_2^2}{2})} = \frac{|e|}{|e| + \frac{V_2^2}{2}} = 0,934$$

$$L_e = - \dot{m} l = 7,7 \text{ MW}$$

CALCOLO χ PER VERIFICARE CHE LO STADIO SIA AD AZIONE

$$\chi = \frac{h_1 - h_2}{h_{T0} - h_{T2}} = \frac{h_1 - h_2}{h_{T1} - h_{T2}} = \frac{h_1 - h_2}{(h_1 - h_2) + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2}} =$$

bilancio
energia
moto assoluto
0-1

definizione
 h_T

$$= \frac{(W_2^2 - W_1^2) / 2}{\frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2}} = 0 \rightarrow \boxed{\text{STADIO AD AZIONE}}$$

bilancio energia
moto relativo
1-2

CALCOLO CONDIZIONI TERMODINAMICHE IN 1 e 2

1

$$C_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R = 1861.55 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

$$T_1 = T_{T1} - \frac{V_1^2}{2C_p} = 754.74 \text{ K}$$

poiché lo stato è ideale, la trasformazione 0-1 (nello stato) è isentropica; perciò:

$$P_1 = P_{T0} \left(\frac{T_1}{T_{T0}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = 39.54 \text{ bar}$$

$$\rho_1 = \frac{P_1}{R T_1} = 11.34 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$a_1 = \sqrt{\gamma R T_1} = 680.91 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

calcolo anche M_1 pur non essendo M_1 una proprietà termodinamica

$$M_1 = \frac{V_1}{a_1} = 0.603$$

2

Es due modi per fare il conto.

i) osservo che $X=0$ ovvero $h_2 = h_1$ ovvero $T_2 = T_1$

(trattandosi di un gas perfetto)

perciò $T_2 = T_1 = 754.74 \text{ K}$

poiché la trasformazione $1 \rightarrow 2$ è isentropica (stato ideale)

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 1^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 1 \Rightarrow P_2 = P_1 = 39.54 \text{ bar}$$

$\left\{ \begin{array}{l} T_2 = T_1 \\ P_2 = P_1 \\ \text{gas ideale} \\ \text{e monocostruito} \end{array} \right.$



PUNTO 1 \equiv PUNTO 2

cioè lo stesso punto termodinamico (perciò stesse proprietà termodinamiche)

perciò $P_2 = P_1 = 11.34 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$a_2 = a_1 = 680.31 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

M cambia, infatti non è una propr. termodinamica

$$M_2 = \frac{V_2}{a_2} = 0.18$$

ii) ottengo esattamente lo stesso risultato se calcolo

$$T_{T2} = T_{T0} + \frac{c}{c_p} = 758.62 \text{ K}$$

$$T_2 = T_{T2} - \frac{V_2^2}{2c_p} = 754.74 \text{ K} \rightarrow \text{poi il resto}$$

4. CALCOLO ALTEZZA DI PALA IN 1

$$b_1 = \frac{w_i}{\rho_1 \pi D_m V_{sa}} = 0,0187 \text{ m} \Rightarrow \left(\frac{b_1}{D_m} \right)_{(4)} = 0,015$$

5. VERIFICA VINCULO b/D_m

$$\left(\frac{b_1}{D_m} \right)_{(4)} = 0,015 < 0,025$$

NON VERIFICATO

Si riprogetta lo stadio mantenendo i triangoli di velocità ma facendolo ad ammissione parziale in modo tale da ottenere $\left(\frac{b_1}{D_m} \right)_{(5)}^* = \left(\frac{b_1}{D_m} \right)_{\text{min}} = 0,025$

grado di ammissione

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{A_{\text{aperta}}}{A_{\text{totale}}} = \frac{A_{(4)}}{A_{\text{TOT.5.}}} = \frac{\pi \left(\frac{b_1}{D_m} \right)_{(4)} D_m^2}{\pi \left(\frac{b_1}{D_m} \right)_{(5)} D_m^2} = \\ &= \frac{0,15}{0,25} = 0,6 \end{aligned}$$

b) STADIO SIMMETRICO ($\beta_2 = -\alpha_1$) (STADIO A $\chi = 0,5$)

STADIO IDEALE (ISOENTROPICO)

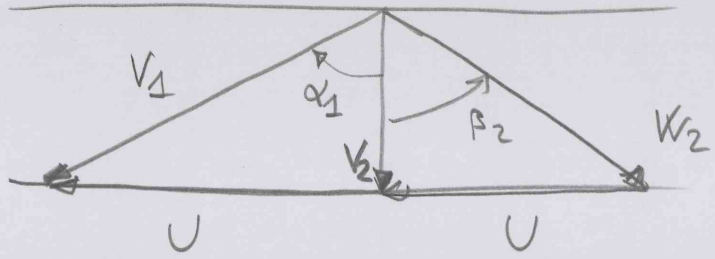
STADIO OTTIMIZZATO $V_{1t} = 0 \frac{u}{s}$ ($\alpha_2 = 0^\circ$)

STADIO ASSIALE a $D_m = \text{cost}$ ($\Rightarrow U = \text{cost.}$)

$V_m = V_a = \text{costante}$

$$\left. \begin{array}{l} \beta_2 = -\alpha_1 \\ V_m = \text{cost} \\ U = \text{cost} \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha_2 = -\beta_1$$

FORMA TRIANGOLO DI VELOCITA'



1. CALCOLO TRIANGOLO DI VELOCITA'

dalle prime legge

$$U = \frac{2\pi n}{60} \frac{D_m}{2} = 196,25 \frac{u}{s}$$

TV1

$$V_{1t} = U = 196,25 \frac{u}{s} \quad \left(\frac{1}{2} \text{ del caso a)}\right)$$

$$W_{1t} = 0 \frac{u}{s}$$

$$V_{2a} = V_{1t} / \tan \alpha_1 = 60,14 \frac{u}{s} \quad \left(\frac{1}{2} \text{ del caso a)}\right)$$

$$V_1 = \sqrt{V_{2a}^2 + V_{1t}^2} = 205,26 \frac{u}{s} \quad \left(\frac{1}{2} \text{ del caso a)}\right)$$

$$W_1 = \sqrt{W_{2a}^2 + W_{1t}^2} = 60,14 \frac{u}{s} \quad \left(\frac{1}{2} \text{ del caso a)}\right)$$

$$\beta_1 = \arctg \frac{W_{1t}}{W_{2a}} = 0^\circ$$

TV2

$$V_{1t} = 0$$

$$V_{2a} = V_{1a} = 60,14 \frac{u}{s}$$

$$\beta_2 = -\alpha_1 = -73^\circ$$

$$W_{1t} = -U = -V_{1t} = -196,25 \frac{u}{s}$$

$$W_{2a} = V_{2a} = 60,14 \frac{u}{s}$$

$$\alpha_2 = 0^\circ$$

$$W_2 = V_1 = 205,26 \frac{u}{s}$$

$$V_2 = W_1 = 60,14 \frac{u}{s}$$

2. LAVORO, η_{TS} , RENDIMENTO

$$l = U(V_{2t} - V_{1t}) = -UV_{1t} = -U^2 = \frac{1}{2} \text{ da) } = -38.51 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\eta_{TS} = \frac{|l|}{|l| + \frac{V_2^2}{2}} = 0.955 \quad \left(\begin{array}{l} < \text{Ecin per le olio} \\ \text{scario) Np. a cas} \\ \text{a) } V_{2b) < V_{2a)} \end{array} \right)$$

$$\dot{L}_e = -\dot{m} l = 3.85 \text{ MW}$$

CALCOLO χ PER VERIFICARE CHE SIA $\chi = 0.5$

$$\chi = \frac{h_1 - h_2}{h_{T0} - h_{T2}} = \dots = \frac{(w_2^2 - w_1^2)/2}{\frac{(w_2^2 - w_1^2)}{2} + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2}}$$

↑
poiché $V_2 = w_1$
e $w_2 = V_1$

$$= \frac{(V_1^2 - V_2^2)/2}{\frac{V_1^2 - V_2^2}{2} + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2}} = \frac{1}{2}$$

3. CALCOLO CONDIZIONI TERMODINAMICHE IN 1 e 2

$$T_1 = T_{T1} - \frac{V_1^2}{2C_p} = T_{T0} - \frac{V_1^2}{2C_p} = 788.68 \text{ K}$$

trasf 0-1 isentropica; perciò:

$$P_1 = P_{T0} \left(\frac{T_1}{T_{T0}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 47.21 \text{ bar}$$

$$\rho_1 = \frac{P_1}{RT_1} = 12.96 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$a_1 = \sqrt{\gamma RT_1} = 696.06 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$M_1 = \frac{V_1}{a_1} = 0.295 \quad \text{e' prop. converte non prop. term.}$$

2

$$T_{T2} = T_{T0} + \frac{q}{C_p} = 779.31 \text{ K}$$

$$T_2 = T_{T2} - \frac{V_2^2}{2C_p} = 778.34 \text{ K}$$

trasf 1-2 isentropica; perciò:

$$P_2 = P_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 46.76 \text{ bar}$$

$$\rho_2 = \frac{P_2}{RT_2} = 12.45 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$a_2 = \sqrt{\gamma RT_2} = 691.48 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$M_2 = \frac{V_2}{a_2} = 0.087 \quad \text{e' prop. converte non prop. term.}$$

pag (8)

ii) per la calcolazione condiz in 2 anche usando $\kappa = 0.5$

$$\kappa = \frac{h_1 - h_2}{h_{10} - h_{12}} = \frac{h_1 - h_2}{|e|} = \frac{c_p (T_1 - T_2)}{|e|}$$

$$T_2 = T_1 - \frac{\kappa |e|}{c_p} = 778.34 \text{ K}$$

e poi il resto ...

4. CALCOLO ALTEZZA DI PALA IN 1

$$b_1 = \frac{\dot{u}}{\rho_1 \pi D_m V_{1a}} = 0.033 \text{ m}$$

5. VERIFICA VINCOLO b/D_m

$$\frac{b_1}{D_m} = 0.026 > 0.025 \longrightarrow \underline{\text{OK}}$$

ESERCIZIO 2

RISULTATI: $D = 0.886 \text{ m}$; $b_1 = 0.034 \text{ m}$; $\frac{b_1}{D_m} = 0.039 > 0.025$

ESERCIZIO 3

RISULTATI: (1) $U = 196.25 \frac{\text{W}}{\text{J}}$; $V_{1a} = W_{1a} = W_{2a} = V_{2a} = 120.28 \frac{\text{W}}{\text{J}}$; $W_{1t} = 196.25 \frac{\text{W}}{\text{J}}$; $V_{1t} = 392.5 \frac{\text{W}}{\text{J}}$; $V_{2t} = -61.30 \frac{\text{W}}{\text{J}}$; $W_{2t} = -257.55 \frac{\text{W}}{\text{J}}$; $\beta_1 = 58.53^\circ$; $\alpha_2 = -27.02^\circ$; $\kappa = 0.153$

(2) $e = -89.06 \frac{\text{K}}{\text{kg}}$; $\eta_{TS} = 0.907$; $\dot{Q}_e = 17.81 \text{ MW}$ (3) $b_1 = 0.037 \text{ m}$ $b_2 = 0.033 \text{ m}$

pag (9)