Politecnico di Milano

Corso di Laurea in Ing. Meccanica

Esame di Misure Meccaniche e Termiche

Prof. Emanuele Zappa

Eserciziario di estensimetria

Esercizi risolti provenienti da esercitazioni e temi d'esame

Prof. Emanuele Zappa
Ing. Alberto Lavatelli

Manuale d’uso

Questo eserciziario di estensimetria è da costituito principalmente da una collezione di esercizi provenienti da temi d’esame del corso di Misure Meccaniche e Termiche degli anni precedenti.

Le soluzioni degli esercizi sono più o meno dettagliate, cioè alcune contengono soltanto formule risolutive e risultati numerici, mentre altre contengono una spiegazione dettagliata del procedimento di risoluzione. Tale scelta è necessaria per permettervi di apprendere la materia con il giusto grado di autonomia.

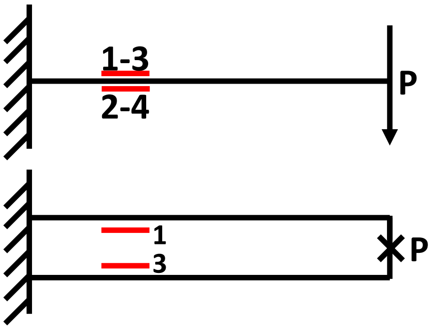
In ogni caso, è bene ricordare che questo eserciziario è un ausilio alla preparazione dell’esame, perciò non sostituisce le lezioni e le esercitazioni, ma le affianca. Si raccomanda perciò di non trascurare lo studio degli aspetti teorici dell’estensimetria.

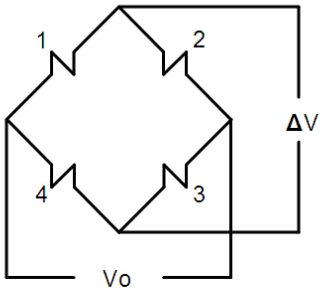
Le soluzioni degli esercizi sono state scritte da esseri umani, perciò è possibile che qualche errore sia sfuggito al nostro controllo. Perciò si raccomanda di segnalare la presenza di errori o refusi al fine di correggerli e migliorare la qualità del materiale proposto.

Parte 1 – Esercizi svolti da temi d’esame

ES. 1

La trave incastrata in figura è stata estensimetrata come indicato per misure di flessione.





Il ponte è alimentato con una $V_0 = 1V$. In assenza di carico il ponte risulta bilanciato e la resistenza di ogni estensimetro è pari a $R_{est} = 120\Omega$.

La centralina che condiziona il ponte introduce un guadagno incognito sullo sbilanciamento del ponte. Ai fini di valutare tale guadagno, una resistenza di calibrazione $R_{shunt} = 12k\Omega$ è applicata in parallelo al lato 1. La lettura è pari a $V_{LETTA}^{shunt} = -2.475V$.

Calcolare il guadagno introdotto dalla centralina.

Si consideri pari a 2 il gauge factor (k) degli estensimetri.

SOLUZIONE ES. 1

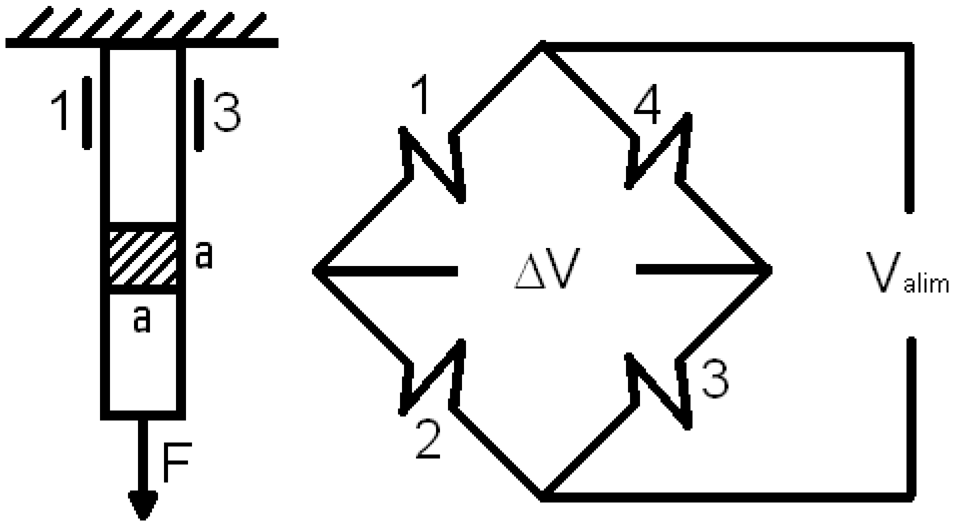
Parte1: taratura

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{R_{//} - R_1}{R_1} = \frac{\frac{R_1 R_{shunt}}{R_1 + R_{shunt}} - R_1}{R_1} = \frac{\frac{120 \cdot 12000}{120 + 12000} - 120}{120} = -0.0099$$

$$V_{LETTA} = G \frac{V_0}{4} \frac{\Delta R_1}{R_1} \quad \Rightarrow \quad G = \frac{4V_{LETTA}}{V_0 \, {}^{\Delta R_1}\!/\!_{R_1}} = 1000$$

ES. 2

Ai fini di stimare il modulo elastico di una trave in opera, si decide di applicarvi un carico noto e misurarne le deformazioni. La misura avviene per mezzo di estensimetri in configurazione a mezzo-ponte per misure di forze assiali, come indicato in figura:



Sapendo che

a	=	10	mm	(lato della sezione quadrata della trave)
F	=	10	kN	(forza applicata alla struttura)
k	=	2		(sensibilità degli estensimetri utilizzati)
Valim	=	2.5	V	(tensione di alimentazione del ponte di Wheatstone)
G	=	1000		(guadagno introdotto dalla centralina di condizionamento del ponte)
Vletta	=	3.25	V	(tensione di sbilanciamento del ponte letta a valle della centralina)

si chiede di stimare il modulo di Young del materiale

SOLUZIONE ES. 2

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{10'000N}{10mm \cdot 10mm} = 100Mpa$$

$$\Delta V = \frac{V_{LETTA}}{G} = \frac{3.25V}{1000} = 3.25mV$$

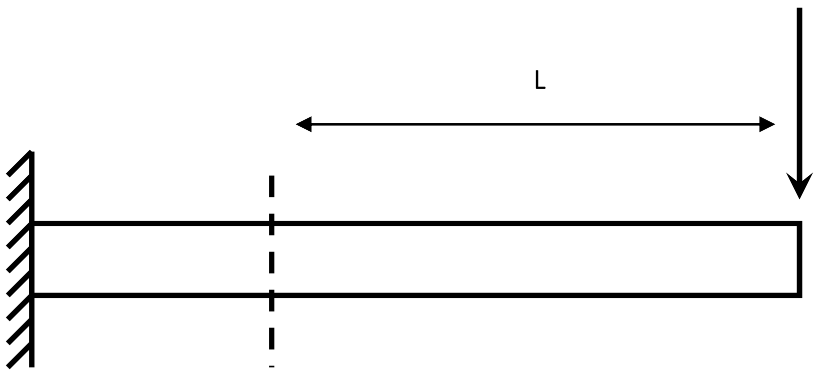
$$\Delta V = \frac{V_{ALIM}}{4}\left(k\varepsilon_1 + k\varepsilon_3\right) = \frac{2 \cdot k \cdot \varepsilon \cdot V_{ALIM}}{4} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \varepsilon \cdot V_{ALIM}}{4} = \varepsilon \cdot V_{ALIM}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta V}{V_{ALIM}} = \frac{0.00325}{2.5} = 1300\mu m / m$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{100MPa}{0.0013} = 77'000Mpa$$

ES. 3

Facendo riferimento alla trave in figura, indicare come posizionare gli estensimetri sulla trave e all'interno del ponte di Wheatstone per effettuare una misura di momento flettente a ponte intero in corrispondenza della sezione tratteggiata.

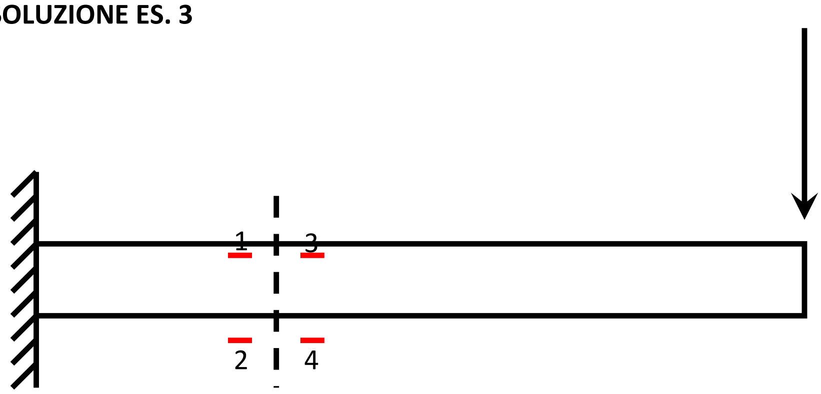


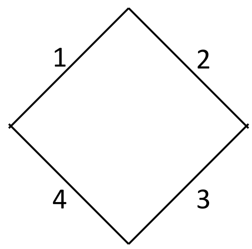
Sapendo che:

- Modulo di resistenza a flessione della trave $W_f = 160 mm^3$
- Modulo elastico della trave $E = 70'000 MPa$
- Alimentazione del ponte di Wheatstone $V_{ALIM} = 2.5V$
- Guadagno introdotto dalla centralina di condizionamento $G = 1000$
- Distanza sezione estensimetrata – punto di applicazione del carico $L = 20cm$
- Carico applicato tramite una massa $m = 1kg$

calcolare il valore di tensione V_{LETTA} a valle della centralina.

SOLUZIONE ES. 3





$$F = mg = 1 \cdot 9.81 = 9.81N$$

$$M_f = FL = 9.81 \cdot 200 = 1962mm$$

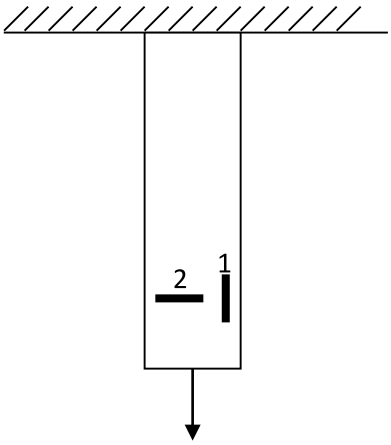
$$\varepsilon = \frac{M_f}{EW_f} = \frac{1962}{70000 \cdot 160} = 1.75 \cdot 10^{-4}$$

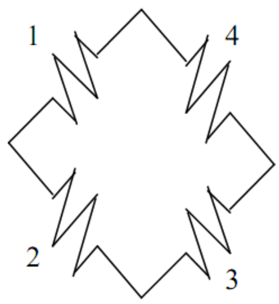
$$V_{LETTA} = G\frac{V_{ALIM}}{4} 4k\varepsilon = 1000 \cdot \frac{2.5}{4} 4 \cdot 2 \cdot 1.75 \cdot 10^{-4} = 0.875V$$

ES. 4

La trave in figura è stata estensimetrata come indicato per misure di deformazioni assiali a ponte intero. Calcolare il valore della deformazione quando la lettura della centralina di condizionamento del ponte restituisce un valore di 2.33V, sapendo che:

- il ponte di Wheatstone è alimentato a 1 V
- la centralina di condizionamento del ponte introduce un guadagno pari a 1000
- gli estensimetri utilizzati sono di tipo metallico (gauge factor k=2)
- la trave è in acciaio (modulo Young E=206'000 MPa, modulo Poisson v=0.3)





Estensimetro 3 come 1 sul retro della trave; Estensimetro 4 come 2 sul retro della trave.

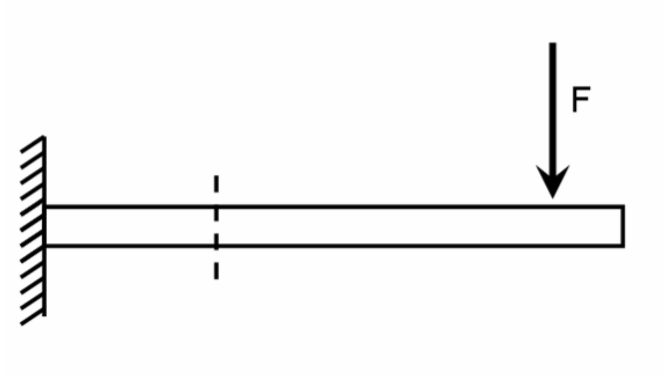
SOLUZIONE ES. 4

$$V_{LETTA} = G\frac{V_{AL}}{4}\left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4}\right) = G\frac{V_{AL}}{4}\left(k\varepsilon + k\nu\varepsilon + k\varepsilon + k\nu\varepsilon\right) = G\frac{V_{AL}}{2}k\varepsilon(1+\nu)$$

$$\varepsilon = \frac{2V_{LETTA}}{GV_{AL}k(1+\nu)} = \frac{2*2.33}{1000*1*2*1.3} = 1792\mu m/m$$

ES. 5

Si desidera misurare la deformazione nella sezione tratteggiata dovuta al momento flettente risultante dalla forza F applicata alla trave in figura.

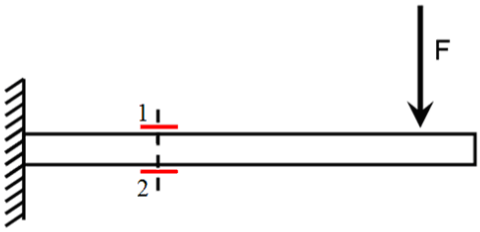


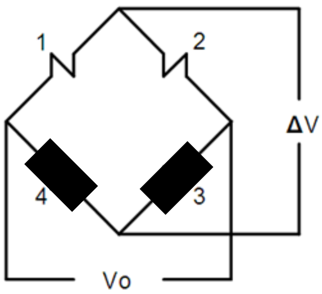
1. Posizionare gli estensimetri sulla trave utilizzando una configurazione a mezzo ponte e indicare la rispettiva posizione sul circuito a ponte di Wheatstone;
2. Sapendo che
   - la tensione di alimentazione V_{al} del ponte è pari a 2.5 V;
   - la sensibilità k degli estensimetri è pari a 2.001;
   - la centralina introduce un guadagno pari a 1000;
   - la lettura dello sbilanciamento del ponte ΔV_{letta} a valle della centralina è pari a 2.3 V;

   determinare la deformazione nella sezione estensimetrata.

SOLUZIONE ES. 5

Essendo una trave sollecitata a flessione, avrò uno sforzo a farfalla che generà deformazioni flessionali ε_f positive sul lato superiore della trave e negative sul lato inferiore. Per leggere la deformazione bisogna quindi sottrarre i due valori, estensimetrando a mezzo ponte in sottrazione:





Specificando che il ponte in 3 e 4 è completato con resistenze dummy. In questa situazione la lettura del ponte vale:

$$\Delta V = \frac{V_0}{4} \cdot k \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = \frac{V_0}{4} \cdot k \cdot \left[\varepsilon_f - \left(-\varepsilon_f\right)\right] = \frac{V_0}{2} \cdot k \cdot \varepsilon_f$$

Girando la formula ricaviamo:

$$\varepsilon_f = \frac{2\Delta V}{kV_0}$$

Lo sbilanciamento al ponte ΔV si ricava conoscendo la ΔV_{letta} e il guadagno:

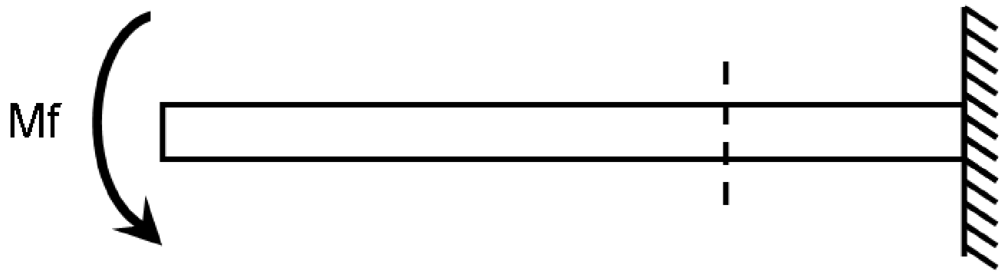
$$\varepsilon_f = \frac{2\Delta V_{letta}}{G \cdot kV_0}$$

A questo punto basta sostituire i valori nella formula precedente e otteniamo:

$$\varepsilon_f = \frac{2 \cdot 2.3}{1000 \cdot 2.001 \cdot 2.5} = 919.5\ \mu\varepsilon$$

ES. 6

Si desidera misurare la deformazione nella sezione tratteggiata dovuta al momento flettente applicato alla trave in figura.



1. Posizionare gli estensimetri sulla trave utilizzando una configurazione a ponte intero e indicare la rispettiva posizione sul circuito a ponte di Wheatstone;

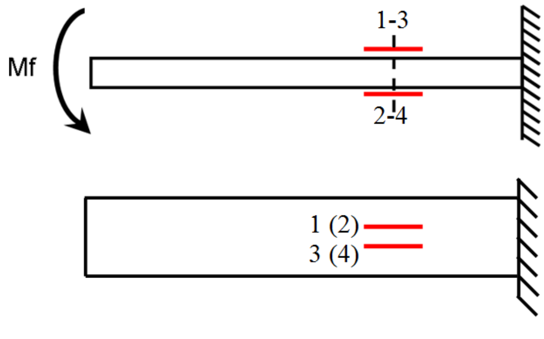
2. Sapendo che
   - la tensione di alimentazione V_{al} del ponte è pari a 1 V;
   - la sensibilità k degli estensimetri è pari a 2;
   - la centralina introduce un guadagno pari a 100;
   - la lettura dello sbilanciamento del ponte ΔV_{letta} a valle della centralina è pari a 140 mV;

   determinare la deformazione nella sezione estensimetrata.

SOLUZIONE ES. 5

Essendo una trave sollecitata a flessione con momento flettente concentrato sull'estremo libero, il taglio sarà nullo e il momento flettente sarà uguale in tutti i punti della trave.

In questa situazione si opta per un ponte intero flessionale come in figura:



$$\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \varepsilon_f$$
$$\varepsilon_2 = \varepsilon_4 = -\varepsilon_f$$
$$\Delta V = \frac{V_0}{4} \cdot k \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4)$$
$$\Delta V = \frac{V_0}{4} \cdot k \cdot \left[\varepsilon_f - (-\varepsilon_f) + \varepsilon_f - (-\varepsilon_f)\right] = V_0 k \varepsilon_f$$

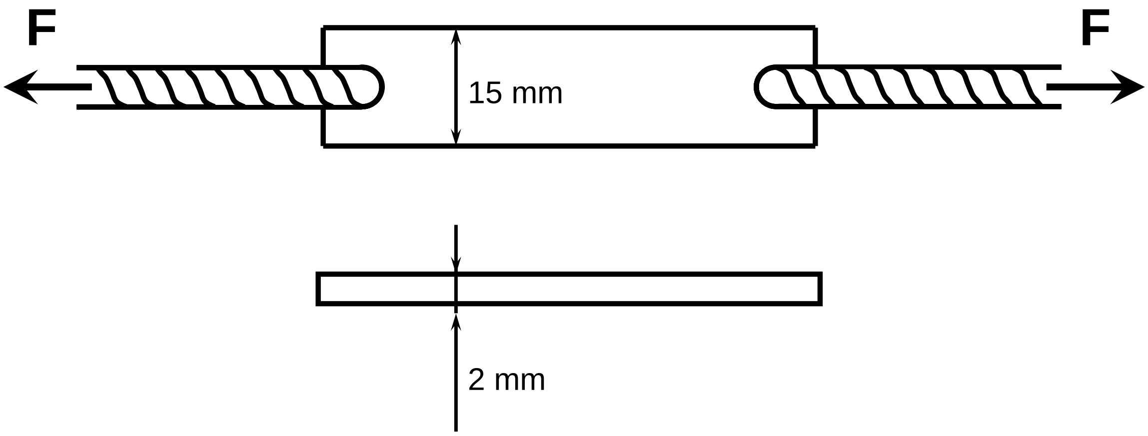
Per ricavare il valore di deformazione flessionale, basta invertire la formula e si ottiene: $\varepsilon_f = \frac{\Delta V}{kV_0}$. Per ricavare lo sbilanciamento del ponte utilizziamo la ΔV_{letta} e il guadagno. Per cui si ricava la deformazione flessionale:

$$\varepsilon_f = \frac{\Delta V}{kV_0} = \frac{\Delta V_{letta}}{GkV_0} = \frac{0{,}14}{100 \cdot 2 \cdot 1} = 700\ \mu\varepsilon$$

ES. 7

Si desidera realizzare una cella di carico per la misura della forza assiale cui è sottoposta una fune. Si decide di estensimetrare la piastra in figura da inserire in serie alla fune.

Predisporre gli estensimetri per una misura a ponte intero che compensi eventuali disturbi termici.

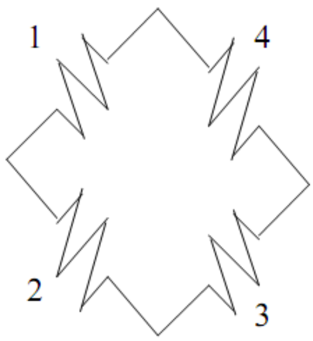


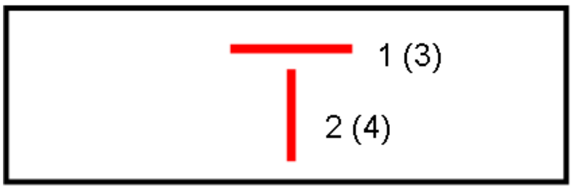
Sapendo che

- la piastra è in alluminio (E=70'000MPa, ν=0.33)
- gli estensimetri hanno sensibilità k=2
- la centralina alimenta il ponte a 1V e introduce un guadagno pari a 1000

determinare la forza F se la lettura è di 4V.

SOLUZIONE ES. 7





$$V_{letta} = G\frac{V_{al}}{4}\left(k\varepsilon_1 - k\varepsilon_2 + k\varepsilon_3 - k\varepsilon_4\right)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \varepsilon \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_4 = -\nu\varepsilon \end{cases}$$

$$V_{letta} = G\frac{V_{al}}{4}\left(2k\varepsilon - 2k\nu\varepsilon\right) = G\frac{V_{al}}{4}2k\varepsilon(1+\nu)$$

$$\varepsilon = \frac{4V_{letta}}{2GV_{al}k(1+\nu)} = \frac{4\cdot 4}{2\cdot 1000\cdot 1\cdot 2\cdot 1.33} = 0.003008$$

$$\sigma = E\varepsilon = 70'000\cdot 0.003008 = 210MPa$$

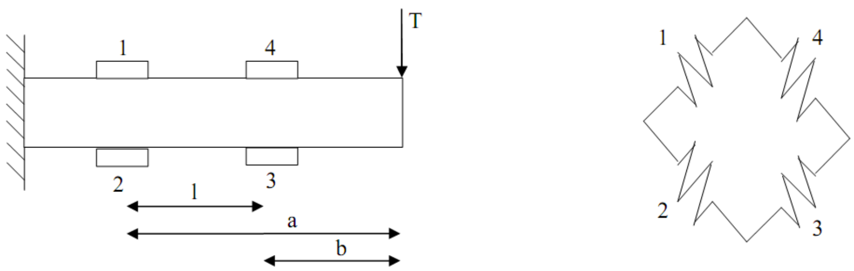
$$F = \sigma\cdot A = 210\cdot 15\cdot 2 = 6.3kN$$

ES. 8

In riferimento alla configurazione in figura, determinare il carico T sapendo che:

- la barra è in acciaio e la sezione ha modulo di resistenza a flessione $W_f = 50mm^3$
- la centralina di condizionamento del ponte alimenta a $2.5V$ e introduce un guadagno di 500
- le due sezioni estensimetrata sono ad una distanza $l = 50mm$ e gli estensimetri hanno gauge factor pari a 2

a fronte di un'uscita di $1V$



SOLUZIONE ES. 8

$$V_{letta} = \frac{GV_{al}}{4}k(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) = 2\frac{GV_{al}}{4}k(\varepsilon^a - \varepsilon^b) = 2\frac{GV_{al}}{4}k\left(\frac{Mf^a}{Wf \cdot E} - \frac{Mf^b}{Wf \cdot E}\right) =$$

$$= 2\frac{GV_{al}}{4}k\left(\frac{Ta}{Wf \cdot E} - \frac{Tb}{Wf \cdot E}\right) = \frac{GV_{al}kTl}{2Wf \cdot E}$$

$$T = \frac{2Wf \cdot EV_{letta}}{GV_{al}kl} = 165N$$

ES. 9

Una resistenza di shunt da 1.2 k Ω è applicata ad un lato di un ponte di Wheatstone. Sapendo che:

- Il ponte è alimentato a 2.5 V
- La lettura a valle della centralina, applicata la resistenza di shunt, è pari a -5674 mV
- I lati del ponte sono estensimetri da 120 Ω, k=2

Determinare il guadagno introdotto dalla centralina.

SOLUZIONE ES. 9

$$\Delta V_{letta} = \frac{GV_{al}}{4}\left(\frac{\Delta R_1}{R1} - \frac{\Delta R_2}{R2} + \frac{\Delta R_3}{R3} - \frac{\Delta R_4}{R4}\right)$$

Ipotizziamo la resistenza di shunt applicata in parallelo al lato 1 del ponte

$$\Delta V_{letta} = \frac{GV_{al}}{4}\left(\frac{\Delta R_1}{R1}\right)$$

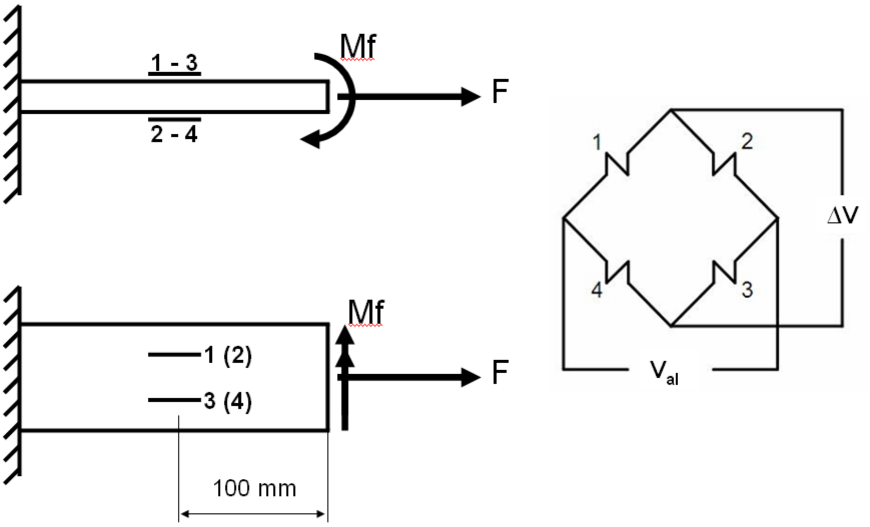
$$R_{//} = R_{shunt} // R_1 = \frac{R_1 \cdot R_{shunt}}{R_1 + R_{shunt}} = \frac{120 \cdot 1200}{120 + 1200} = 109.0909\Omega$$

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{R_{//} - R_1}{R_1} = \frac{109.0909 - 120}{120} = -0.0909$$

$$G = \frac{4\Delta V_{letta}}{V_{al}} \frac{1}{\Delta R_1 / R_1} = \frac{4 \cdot 5.674}{2.5 \cdot 0.0909} = 100$$

ES. 10

Una trave in alluminio (E = 68000 MPa) a sezione rettangolare (A = 250mm^2, W_f = 100mm^3) è incastrata ad un estremità e sollecitata dall'estremità libera da un carico assiale (F=1.26 N) e un momento flettente (M_f =13.6 Nm).



La trave è estensimetrata con 4 estensimetri a resistenza elettrica (R=120Ω, k=2). Calcolare lo sbilanciamento ΔV del ponte di Wheatstone sapendo che la tensione di alimentazione del ponte V_{al}=1V.

SOLUZIONE ES. 10

Il carico assiale non è visto dal circuito a ponte in figura e non verrà pertanto considerato.

Calcolo della deformazione della sezione estensimetrata:

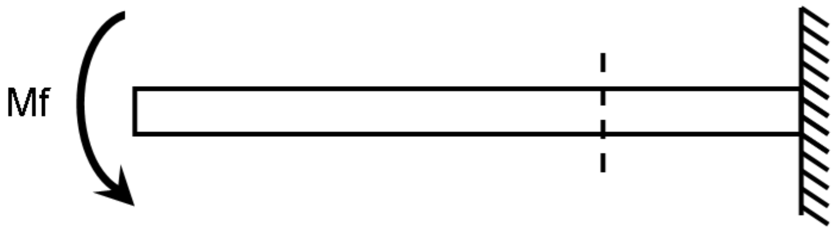
$$\varepsilon = \frac{M_f}{W_f \cdot E} = \frac{13600}{100 \cdot 68000} = 2000 \mu m / m$$

Calcolo dello sbilanciamento del ponte

$$\Delta V = \frac{V_{al}}{4}(k\varepsilon_1 - k\varepsilon_2 + k\varepsilon_3 - k\varepsilon_4) = V_{al}(k\varepsilon) = 1 \cdot 2 \cdot 0.002 = 4mV$$

ES. 11

Si desidera misurare la deformazione sulla superficie superiore della barra nella sezione tratteggiata dovuta al momento flettente applicato alla trave in figura.



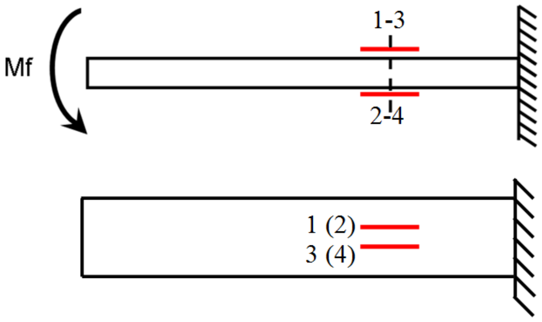
1. Posizionare gli estensimetri sulla trave utilizzando una configurazione a **ponte intero** e indicare la rispettiva posizione sul circuito a ponte di Wheatstone.

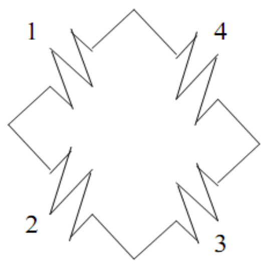
2. Sapendo che:
   - la tensione di alimentazione V_{al} del ponte è pari a 5 V;
   - la sensibilità k degli estensimetri è pari a 2;
   - la centralina introduce un guadagno pari a 100;
   - la lettura dello sbilanciamento del ponte ΔV_{letta} a valle della centralina è pari a 320 mV;

   determinare la deformazione sulla superficie superiore della barra in corrispondenza della sezione estensimetrata.

SOLUZIONE ES. 11

Punto1





Punto2

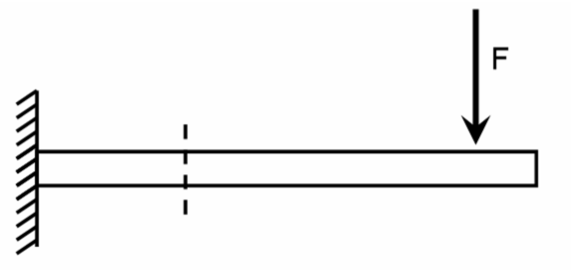
$$\Delta V_{letta} = G\frac{V_{al}}{4}\left(\frac{\Delta R_1}{R_1}-\frac{\Delta R_2}{R_2}+\frac{\Delta R_3}{R_3}-\frac{\Delta R_4}{R_4}\right) = G\frac{V_{al}}{4}\left(k\varepsilon_1 - k\varepsilon_2 + k\varepsilon_3 - k\varepsilon_4\right) =$$

$$= G\frac{V_{al}}{4}\left(k\varepsilon_{fl} - k(-\varepsilon_{fl}) + k\varepsilon_{fl} - k(-\varepsilon_{fl})\right) = G\frac{V_{al}}{4}4k\varepsilon_{fl} = GV_{al}k\varepsilon_{fl}$$

$$\varepsilon_{fl} = \frac{\Delta V_{letta}}{GV_{al}k} = \frac{0.320}{100\cdot 5\cdot 2} = 3.20\cdot 10^{-4}\frac{m}{m} = 320\frac{\mu m}{m}$$

ES. 12

Data la trave in figura, sottoposta alla forza F, si desidera misurare la deformazione sulla superficie superiore della trave stessa corrispondenza della sezione tratteggiata.



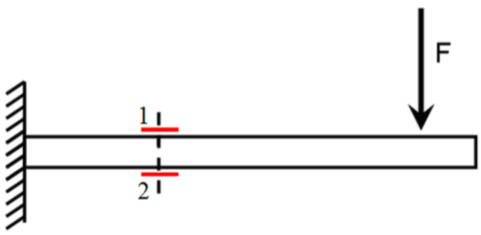
3. Posizionare gli estensimetri sulla trave utilizzando una configurazione a mezzo ponte e indicare la rispettiva posizione sul circuito a ponte di Wheatstone;

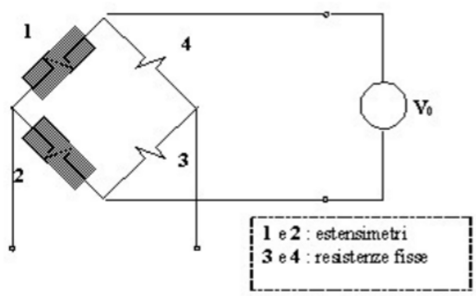
4. Sapendo che
   - la tensione di alimentazione V_{al} del ponte è pari a 5 V;
   - la sensibilità k degli estensimetri è pari a 2;
   - la centralina introduce un guadagno pari a 100;
   - la lettura dello sbilanciamento del ponte ΔV_{letta} a valle della centralina è pari a 1.2 V;

determinare la deformazione nella sezione estensimetrata.

SOLUZIONE ES. 12

Punto1





Punto 2

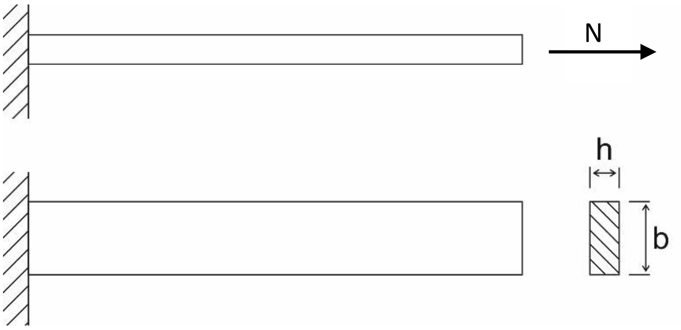
$$\Delta V_{letta} = G\frac{V_{al}}{4}\left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4}\right) = \qquad \text{lati 3 e 4 inattivi}$$

$$= G\frac{V_{al}}{4}\left(k\varepsilon_1 - k\varepsilon_2\right) = G\frac{V_{al}}{4}\left(k\varepsilon_{fl} - k(-\varepsilon_{fl})\right) = G\frac{V_{al}}{4}2k\varepsilon_{fl} = G\frac{V_{al}}{2}k\varepsilon_{fl}$$

$$\varepsilon_{fl} = \frac{2\Delta V_{letta}}{GV_{al}k} = \frac{2\cdot 1.2}{100\cdot 5\cdot 2} = 2.4\cdot 10^{-3}\frac{m}{m} = 2400\frac{\mu m}{m}$$

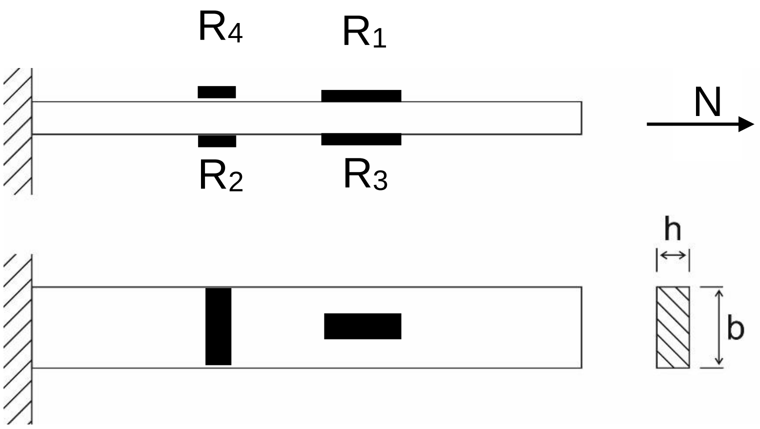
ES. 13

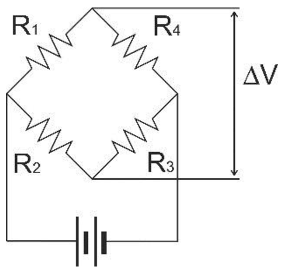
1. Si consideri una trave incastrata di altezza h=5mm e larghezza b=20mm in alluminio (E = 70000 MPa, ν = 0,33), di cui si voglia misurare il carico assiale applicato come in figura.



- Posizionare gli estensimetri sulla trave utilizzando una configurazione a ponte intero, indicando la rispettiva posizione sul circuito a ponte di Wheatstone.
- Determinare la forza N sapendo che:
  - la tensione di alimentazione V_{al} del ponte è pari a 5 V;
  - la sensibilità k degli estensimetri è pari a 2;
  - la centralina introduce un guadagno pari a 100:
  - la lettura dello sbilanciamento del ponte ΔV_{letta} a valle della centralina è pari a 135 mV;

SOLUZIONE ES. 13





$$V_{letta} = \frac{G \cdot V_o}{4}\left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4}\right)$$

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{\Delta R_3}{R_3} = k\varepsilon \qquad \frac{\Delta R_2}{R_2} = \frac{\Delta R_4}{R_4} = -k\nu\varepsilon$$

$$V_{letta} = \frac{G \cdot V_o}{4}[k\varepsilon - (-k\nu\varepsilon) + k\varepsilon - (-k\nu\varepsilon)] = \frac{G \cdot V_o}{4} \cdot 2k\varepsilon(1+\nu)$$

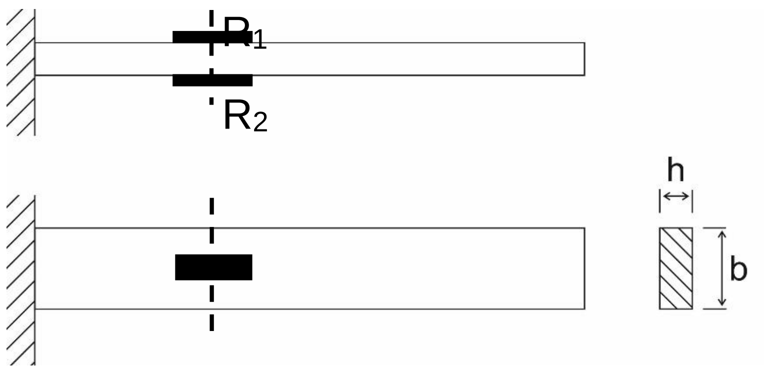
$$\varepsilon = \frac{2V_{letta}}{GV_0 k(1+\nu)} = \frac{0.270}{1330} = 203\ \frac{\mu m}{m} \qquad F = \varepsilon \cdot E \cdot A = 1412\ N$$

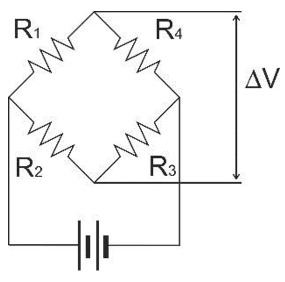
ES. 14

2. Si consideri una trave incastrata di altezza h=5mm e larghezza b=20mm in acciaio (E = 210000 MPa, ν = 0,33), di cui si voglia misurare il momento flettente applicato come in figura.

- Posizionare gli estensimetri sulla trave utilizzando una configurazione a mezzo ponte, indicando la rispettiva posizione sul circuito a ponte di Wheatstone.
- Determinare la forza N sapendo che:
  - la tensione di alimentazione V_{al} del ponte è pari a 2.5 V;
  - la sensibilità k degli estensimetri è pari a 2;
  - la centralina introduce un guadagno pari a 100:
  - la lettura dello sbilanciamento del ponte ΔV_{letta} a valle della centralina è pari a 98 mV;

SOLUZIONE ES. 14





$$V_{letta} = \frac{G \cdot V_o}{4}\left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4}\right)$$

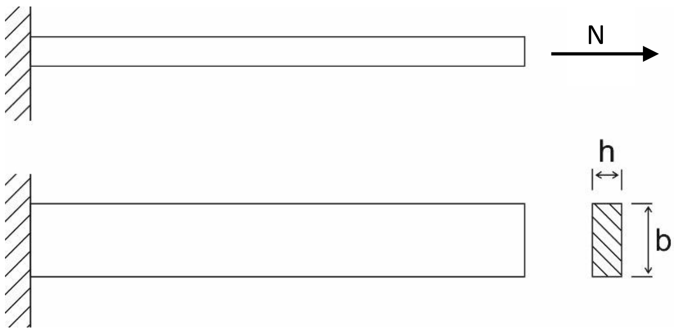
$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = k\varepsilon \qquad \frac{\Delta R_2}{R_2} = -k\varepsilon$$

$$V_{letta} = \frac{G \cdot V_o}{4}[k\varepsilon - (-k\varepsilon)] = \frac{G \cdot V_o}{4} \cdot 2k\varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{2V_{letta}}{GV_0k} = \frac{0.196}{1000} = 196\ \frac{\mu m}{m} \qquad M_f = \varepsilon \cdot E \cdot W_f = \varepsilon \cdot E \cdot \left(\frac{b \cdot h^2}{6}\right) = 3.42\ Nm$$

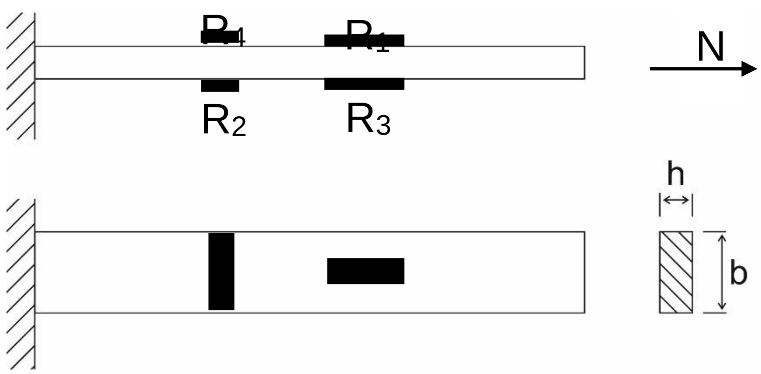
ES. 15

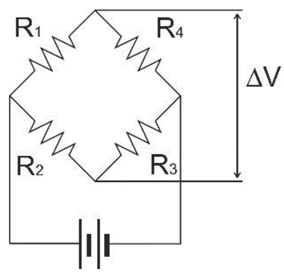
3. Si consideri una trave incastrata di altezza h=4mm e larghezza b=15 mm in acciaio (E = 210000 MPa, ν = 0,3), di cui si voglia misurare il carico assiale applicato come in figura.



- Posizionare gli estensimetri sulla trave utilizzando una configurazione a ponte intero, indicando la rispettiva posizione sul circuito a ponte di Wheatstone.
- Determinare la forza N sapendo che:
  - la tensione di alimentazione V_{al} del ponte è pari a 5 V;
  - la sensibilità k degli estensimetri è pari a 2;
  - la centralina introduce un guadagno pari a 100:
  - la lettura dello sbilanciamento del ponte ΔV_{letta} a valle della centralina è pari a 115 mV;

SOLUZIONE ES. 15





$$V_{letta} = \frac{G \cdot V_o}{4}\left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4}\right)$$

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{\Delta R_3}{R_3} = k\varepsilon \qquad \frac{\Delta R_2}{R_2} = \frac{\Delta R_4}{R_4} = -k\nu\varepsilon$$

$$V_{letta} = \frac{G \cdot V_o}{4}[k\varepsilon - (-k\nu\varepsilon) + k\varepsilon - (-k\nu\varepsilon)] = \frac{G \cdot V_o}{4} \cdot 2k\varepsilon(1+\nu)$$

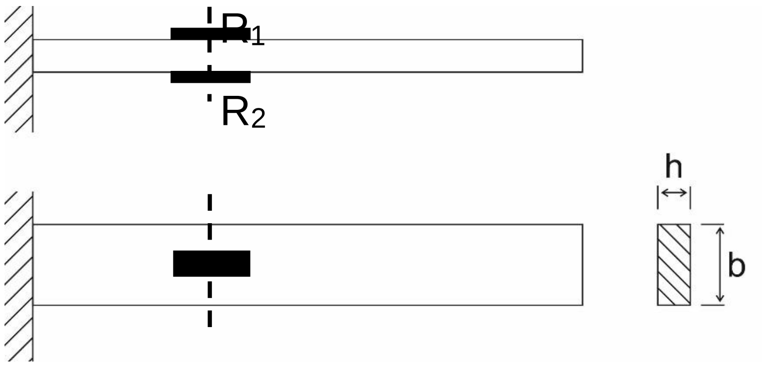
$$\varepsilon = \frac{2V_{letta}}{GV_0 k(1+\nu)} = \frac{0.230}{1300} = 177\ \frac{\mu m}{m} \qquad F = \varepsilon \cdot E \cdot A = 2230\ N$$

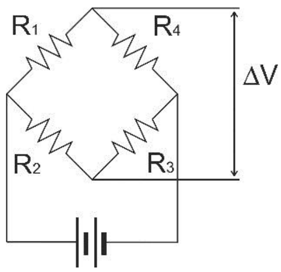
ES. 16

4. Si consideri una trave incastrata di altezza h=5mm e larghezza b=20mm in acciaio (E = 210000 MPa, ν = 0,33), di cui si voglia misurare il momento flettente applicato come in figura.

- Posizionare gli estensimetri sulla trave utilizzando una configurazione a mezzo ponte, indicando la rispettiva posizione sul circuito a ponte di Wheatstone.
- Determinare la forza N sapendo che:
  - la tensione di alimentazione V_{al} del ponte è pari a 2.5 V;
  - la sensibilità k degli estensimetri è pari a 2;
  - la centralina introduce un guadagno pari a 100:
  - la lettura dello sbilanciamento del ponte ΔV_{letta} a valle della centralina è pari a 98 mV;

SOLUZIONE ES. 16





$$V_{letta} = \frac{G \cdot V_o}{4}\left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4}\right)$$

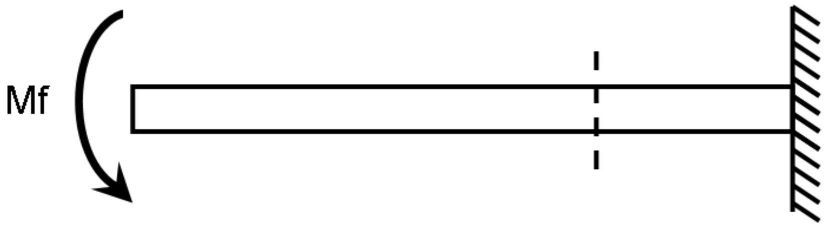
$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = k\varepsilon \qquad \frac{\Delta R_2}{R_2} = -k\varepsilon$$

$$V_{letta} = \frac{G \cdot V_o}{4}[k\varepsilon - (-k\varepsilon)] = \frac{G \cdot V_o}{4} \cdot 2k\varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{2V_{letta}}{GV_0k} = \frac{0.196}{500} = 392\ \frac{\mu m}{m} \qquad M_f = \varepsilon \cdot E \cdot W_f = \varepsilon \cdot E \cdot \left(\frac{b \cdot h^2}{6}\right) = 6.84\ Nm$$

ES .17

Si consideri una trave incastrata di altezza h=10 mm e larghezza b=30 mm in alluminio (E = 70000 MPa, ν = 0,3), di cui si voglia misurare il momento flettente applicato come in figura.

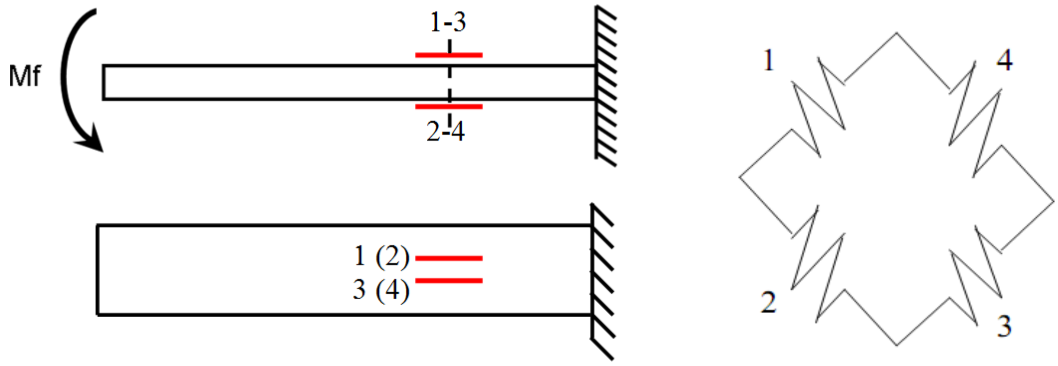


3. Posizionare gli estensimetri sulla trave utilizzando una configurazione a ponte intero e indicare la rispettiva posizione sul circuito a ponte di Wheatstone;
4. Sapendo che
   - la tensione di alimentazione V_{al} del ponte è pari a 1 V;
   - la sensibilità k degli estensimetri è pari a 2;
   - la centralina introduce un guadagno pari a 100;
   - la lettura dello sbilanciamento del ponte ΔV_{letta} a valle della centralina è pari a 68 mV;

   determinare la deformazione nella sezione estensimetrata.

SOLUZIONE ES. 17

Punto1



Punto2

$$\Delta V_{letta} = G\frac{V_{al}}{4}\left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4}\right) = G\frac{V_{al}}{4}\left(k\varepsilon_1 - k\varepsilon_2 + k\varepsilon_3 - k\varepsilon_4\right) =$$

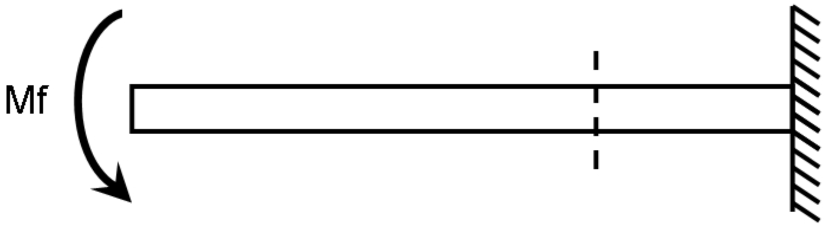
$$= G\frac{V_{al}}{4}\left(k\varepsilon_{fl} - k(-\varepsilon_{fl}) + k\varepsilon_{fl} - k(-\varepsilon_{fl})\right) = G\frac{V_{al}}{4}4k\varepsilon_{fl} = GV_{al}k\varepsilon_{fl}$$

$$\varepsilon_{fl} = \frac{\Delta V_{letta}}{GV_{al}k} = \frac{0.068}{100 \cdot 1 \cdot 2} = 3.40 \cdot 10^{-4}\frac{m}{m} = 340\frac{\mu m}{m}$$

$$M_f = \varepsilon \cdot E \cdot W_f = \varepsilon \cdot E \cdot \left(\frac{b \cdot h^2}{6}\right) = 11.9\ Nm$$

ES. 18

Si consideri una trave incastrata di altezza h=5mm e larghezza b=20mm in acciaio (E = 210000 MPa, ν = 0,33), di cui si voglia misurare il momento flettente applicato come in figura.

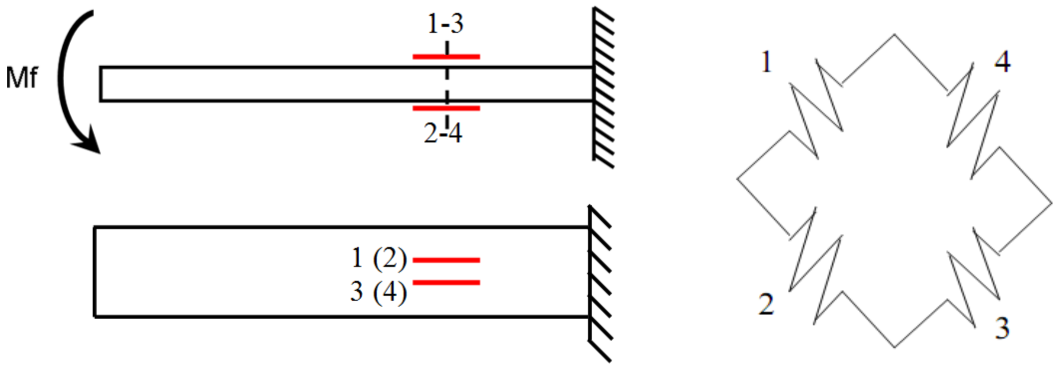


5. Posizionare gli estensimetri sulla trave utilizzando una configurazione a ponte intero e indicare la rispettiva posizione sul circuito a ponte di Wheatstone;
6. Sapendo che
   - la tensione di alimentazione V_{al} del ponte è pari a 1 V;
   - la sensibilità k degli estensimetri è pari a 2;
   - la centralina introduce un guadagno pari a 100;
   - la lettura dello sbilanciamento del ponte ΔV_{letta} a valle della centralina è pari a 78 mV;

   determinare la deformazione nella sezione estensimetrata.

SOLUZIONE ES. 18

Punto1



Punto2

$$\Delta V_{letta} = G\frac{V_{al}}{4}\left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4}\right) = G\frac{V_{al}}{4}\left(k\varepsilon_1 - k\varepsilon_2 + k\varepsilon_3 - k\varepsilon_4\right) =$$

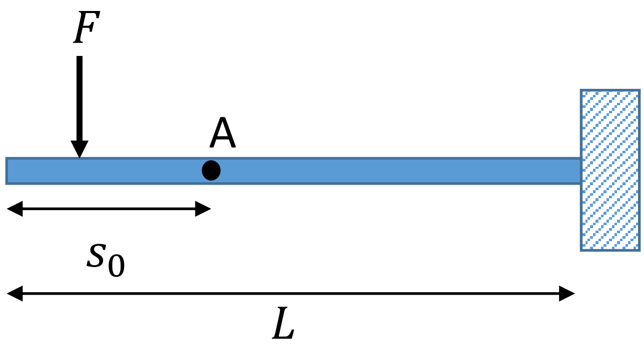
$$= G\frac{V_{al}}{4}\left(k\varepsilon_{fl} - k(-\varepsilon_{fl}) + k\varepsilon_{fl} - k(-\varepsilon_{fl})\right) = G\frac{V_{al}}{4}4k\varepsilon_{fl} = GV_{al}k\varepsilon_{fl}$$

$$\varepsilon_{fl} = \frac{\Delta V_{letta}}{GV_{al}k} = \frac{0.078}{100\cdot 1\cdot 2} = 3.90\cdot 10^{-4}\frac{m}{m} = 390\frac{\mu m}{m}$$

$$M_f = \varepsilon\cdot E\cdot W_f = \varepsilon\cdot E\cdot\left(\frac{b\cdot h^2}{6}\right) = 6.805\ Nm$$

ES. 19
Si consideri la struttura di un paranco a bandiera. Lo schema strutturale equivalente è quello mostrato nella figura sottostante. Il carico da sollevare può essere posizionato in qualsiasi posizione della struttura compreso fra l'estremo della trave e il punto A posizionato ad una distanza $s_0 = 75\ cm$ dall'estremo libero.

a) Paranco a bandiera



b) Schema statico del paranco

La trave del paranco ha sezione rettangolare con base $b = 95\ mm$ e altezza $h = 50\ mm$, è costruita in fibra di vetro avente modulo elastico $E = 81GPa$. La lunghezza della trave è pari a 2 metri.

Si chiede di:

a) Strumentare la trave con estensimetri in maniera da poter misurare il carico F indipendentemente dalla posizione del carico sul paranco (cioè devo poter misurare il carico senza conoscerne la posizione sulla trave). Si chiede di trovare una configurazione che massimizzi la sensibilità del ponte.
b) Ipotizzando di avere estensimetri con resistenza pari a 120 Ω e gauge factor pari a 2, di alimentare il ponte a 2.5V, si esprima la formula che lega lo sbilanciamento del ponte alla forza applicata.
c) Quanto deve valere il guadagno di amplificazione imponendo che la lettura del ponte sia pari a $1.13\ V$ quando il paranco solleva un carico di $500\ kg$ a velocità costante.
d) Discutere l'effetto della deformazione termica della trave sulla configurazione trovata.

SOLUZIONE ES. 19

Punto a

Per comprendere come strumentare adeguatamente la trave, scriviamo il valore di deformazione in un generico punto distante x dal carico lungo la trave:

$$\varepsilon_1 = \frac{F \cdot x}{E \cdot W_f}$$

Con $W_f = 39600\ mm^3$ per la trave in esame. Ora calcoliamo il valore di deformazione ad una generica distanza Δx dal primo punto:

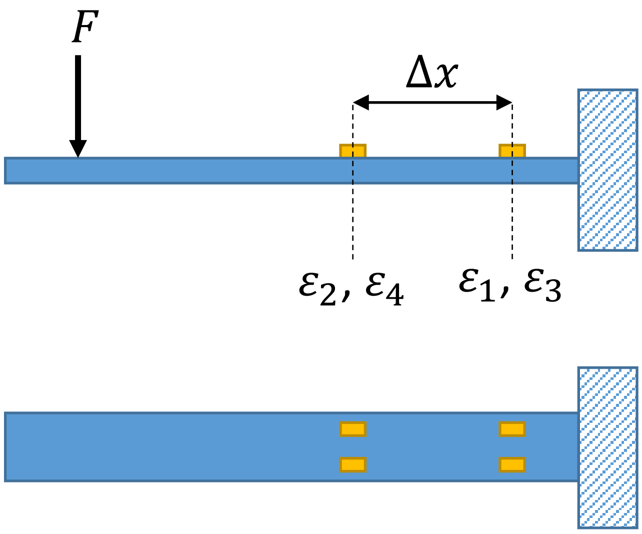
$$\varepsilon_2 = \frac{F \cdot (x - \Delta x)}{E \cdot W_f}$$

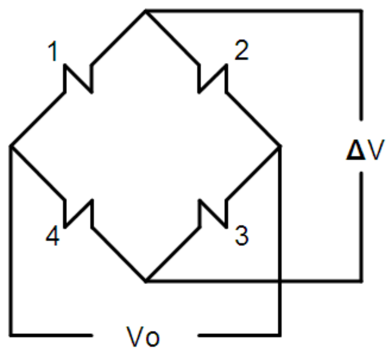
I due valori di deformazione sono ovviamente dipendenti dalla posizione del carico lungo la trave, però se io faccio la differenza fra i due valori ottengo:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{F \cdot x}{E \cdot W_f} - \frac{F \cdot (x - \Delta x)}{E \cdot W_f} = \frac{F \cdot \Delta x}{E \cdot W_f}$$

È evidente come il valore della differenza fra le due deformazioni sia indipendente dalla posizione di F lungo la trave del paranco. Di conseguenza, sfruttando le proprietà del ponte di Wheatstone posso estensimetrare la trave in maniera opportuna per trasdurre la differenza di deformazione.

E' quindi possibile definire lo schema di misura della trave utilizzando un ponte intero con estensimetri incollati a coppie a distanza Δx:





In questa maniera, agendo sul ponte intero posso massimizzare la sensibilità. Rimane solo da specificare il parametro Δx. Da un punto di vista ideale, potrei posizionare il carico in qualsiasi punto compreso fra l'incastro della trave e il punto A. Quindi idealmente potrei imporre $\Delta x = L - s_0$, massimizzando la sensibilità. Tuttavia tale scelta non è realizzabile perché sul punto A può insistere il carico e sulla radice della trave, trovandosi in prossimità del vincolo, l'ipotesi di De Saint Venant non è valida. Per cui, qualsiasi scelta $\Delta x < L - s_0$ è valida. Una scelta sensata è quella di posizionare 2 e 4 ad una distanza:

$$\Delta x = \frac{1}{2}(L - s_0) = 625\ mm$$

Punto b

Specificato lo schema degli estensimetri si può ricavare il valore di sbilanciamento:

$$\Delta V = \frac{V_0}{4} \cdot k \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) = \frac{V_0}{4} \cdot k \cdot \left(\frac{F \cdot \Delta x}{E \cdot W_f} + \frac{F \cdot \Delta x}{E \cdot W_f}\right) = \frac{V_0}{2} \cdot k \cdot \frac{F \cdot \Delta x}{E \cdot W_f}$$

Sostituiamo i valori nella formula e otteniamo:

$$\Delta V(F) = \frac{V_0}{2} \cdot k \cdot \frac{\Delta x}{E \cdot W_f} \cdot F = \frac{2.5}{2} \cdot 2 \cdot \frac{625}{81000 \cdot 39600} \cdot F = 487.12 \times 10^{-9} \cdot F$$

Punto c

La lettura a strumento è pari a $\Delta V_{letta} = G \cdot \Delta V(F)$. Quando il carico è uguale a 500 kg, la forza vale

$$F = 500 \cdot 9.81 = 4905\ N \rightarrow \Delta V = 487.12 \times 10^{-9} \cdot 4905 = 2.389\ mV$$

A questo punto il guadagno di amplificazione è presto calcolato come:

$$G = \frac{\Delta V_{letta}}{\Delta V_0} = \frac{1130\ mV}{2.389\ mV} = 473$$

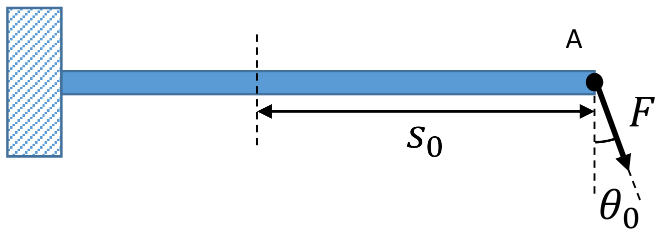
Punto d

La deformazione termica è identica per tutti i punti di misura e vale $\varepsilon_T = \alpha\Delta T$, sicché:

$$\Delta V_T = \frac{V_0}{4} \cdot k \cdot (\varepsilon_T - \varepsilon_T + \varepsilon_T - \varepsilon_T) = 0$$

Da cui consegue che tale configurazione compensa la deformazione termica della trave.

ES. 20
Si desidera misurare la deformazione flessionale ε_f (dovuta al solo momento flettente) nella sezione A risultante dalla forza F applicata alla trave in figura con un angolo di disallineamento $\theta_0 = 10°$.



Quesito 1

Si richiede di posizionare gli estensimetri sulla trave utilizzando una configurazione a mezzo ponte, capace di compensare i disturbi dovuti alle azioni assiali e indicare la rispettiva posizione sul circuito a ponte di Wheatstone.

N.B. è possibile posizionare gli estensimetri sia nel lato superiore, sia nel lato inferiore della trave.

Quesito 2

Determinare la lettura della centralina estensimetrica ΔV_{letta}, sapendo che:

- la tensione di alimentazione V_0 del ponte è pari a 5 V;
- la sensibilità k degli estensimetri è pari a 2;
- la centralina introduce un guadagno pari a 500;
- La trave è in acciaio e ha sezione quadrata avente lato $b = 50\ mm$
- Distanza sezione estensimetrata – punto di applicazione del carico $s_0 = 600\ mm$
- La forza applicata vale $F = 2980\ N$

Quesito 3

Disponendo di un modulo di acquisizione dati capace di misurare tensioni fra 0 e 5V, specificare il numero di bit minimo N_{min} con il quale acquisire il segnale della centralina estensimetrica (ΔV_{letta}) per ottenere una risoluzione nella misura della deformazione pari a 0,5 $\mu\varepsilon$

Soluzione

La forza non è allineata all'asse della trave, di conseguenza ho due azioni: una forza flessionale $F_f = F \cdot cos\ \theta_0$ che produce una deformazione flessionale ε_f, una forza assiale $F_a = F \cdot sin\ \theta_0$ che produce una deformazione assiale ε_a. Sul lato superiore della trave abbiamo deformazioni pari a $\varepsilon_a, \varepsilon_f$. Nella parte inferiore $\varepsilon_a, -\varepsilon_f$. Di conseguenza la configurazione a mezzo ponte adatta per misurare la sola ε_f è quella 1,2 mostrata in figura.

Per tale configurazione lo sbilanciamento del ponte vale:

$$\Delta V = \frac{V_0}{4} \cdot k(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = \frac{V_0}{4} \cdot k\left[\left(\varepsilon_f + \varepsilon_a\right) - \left(-\varepsilon_f + \varepsilon_a\right)\right] = \frac{V_0}{4} \cdot k \cdot 2\varepsilon_f = \frac{V_0}{2} \cdot k \cdot \varepsilon_f$$

Per la struttura in oggetto la deformazione flessionale è pari a:

$$\varepsilon_f = \frac{F_f \cdot s_0}{EW_f} = \frac{F \cdot cos\theta_0 \cdot s_0}{EW_f}$$

Sostituendo nell'equazione precedente si ottiene

$$\Delta V = \frac{V_0}{2} \cdot k \cdot \frac{F \cdot cos\theta_0 \cdot s_0}{EW_f}$$

Inoltre sappiamo che $\Delta V_{letta} = G \cdot \Delta V$, quindi:

$$\Delta V_{letta} = G\frac{V_0}{2} \cdot k \cdot \frac{F \cdot cos\theta_0 \cdot s_0}{EW_f}$$

Calcoliamo tutti i valori incogniti:

- $W_f = \frac{1}{6}b^3 = 20833\ mm^3$
- $E = 206000\ MPa$

E risolviamo per la ΔV_{letta}:

$$\Delta V_{letta} = 500 \cdot \frac{5}{2} \cdot 2 \cdot \frac{2980 \cdot 0{,}985 \cdot 600}{206000 \cdot 20833} = 1{,}026\ V$$

Per calcolare il numero minimo di bit, per prima cosa, dobbiamo trovare la relazione $\Delta V_{letta}\left(\varepsilon_f\right)$:

$$\Delta V_{letta} = \left(G\frac{V_0}{2} \cdot k\right) \cdot \varepsilon_f$$

Da cui si ricava la sensibilità dello strumento:

$$s = G\frac{V_0}{2} \cdot k = 500 \cdot \frac{5}{2} \cdot 2 = 2500\frac{V}{\varepsilon}$$

Per cui è possibile ricavare la risoluzione in tensione $\tilde{r}_V$ dalla risoluzione in deformazione richiesta:

$$\tilde{r}_V = s \cdot \tilde{r}_\varepsilon = 2500 \cdot 0{,}5 \times 10^{-6} = 1{,}25\ mV$$

A questo punto si utilizza la formula della risoluzione di conversione AD:

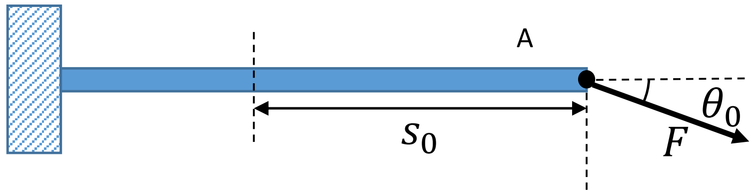
$$\tilde{r}_V = \frac{FS}{2^N} \rightarrow 2^N = \frac{FS}{\tilde{r}_V} \rightarrow N = \log_2\frac{FS}{\tilde{r}_V}$$

Il fondo scala è 5V. Quindi si ricava che il numero minimo di bit è pari a:

$$N_{min} = \log_2\frac{5}{1{,}25 \times 10^{-3}} = 11{,}966 = 12\ bit$$

ES. 21

Si desidera misurare la deformazione assiale ε_a (dovuta alla sola trazione) nella sezione A risultante dalla forza F applicata alla trave in figura con un angolo di disallineamento $\theta_0 = 10°$.



Quesito 1

Si richiede di posizionare gli estensimetri sulla trave utilizzando una configurazione a mezzo ponte (cioè con due lati attivi), capace di compensare i disturbi dovuti alle azioni flessionali e indicare la rispettiva posizione sul circuito a ponte di Wheatstone.

N.B. è possibile posizionare gli estensimetri sia nel lato superiore, sia nel lato inferiore della trave.

Quesito 2

Determinare il valore del carico di trazione assiale e della forza F, sapendo che:

- la tensione di alimentazione V_0 del ponte è pari a 5 V;
- la sensibilità k degli estensimetri è pari a 2;
- la centralina introduce un guadagno pari a 500;
- La trave è in acciaio e ha sezione quadrata avente lato $b = 40\ mm$
- La lettura della centralina estensimetrica $\Delta V_{letta} = 830\ mV$

Quesito 3

Disponendo di un modulo di acquisizione dati capace di misurare tensioni fra -5 e 5V, specificare il numero di bit minimo con il quale acquisire il segnale della centralina estensimetrica (ΔV_{letta}) per ottenere una risoluzione nella misura della deformazione pari a $0{,}25\ \mu\varepsilon$

Soluzione

La forza non è allineata all'asse della trave, di conseguenza ho due azioni: una forza flessionale $F_f = F \cdot sin\ \theta_0$ che produce una deformazione flessionale ε_f, una forza assiale $F_a = F \cdot cos\ \theta_0$ che produce una deformazione assiale ε_a. Sul lato superiore della trave abbiamo deformazioni pari a $\varepsilon_a, \varepsilon_f$. Nella parte inferiore $\varepsilon_a, -\varepsilon_f$. Di conseguenza la configurazione a mezzo ponte adatta per misurare la sola ε_a è quella 1,3 mostrata in figura.

Per tale configurazione lo sbilanciamento del ponte vale:

$$\Delta V = \frac{V_0}{4} \cdot k(\varepsilon_1 + \varepsilon_3) = \frac{V_0}{4} \cdot k\left[\left(\varepsilon_f + \varepsilon_a\right) + \left(-\varepsilon_f + \varepsilon_a\right)\right] = \frac{V_0}{4} \cdot k \cdot 2\varepsilon_a = \frac{V_0}{2} \cdot k \cdot \varepsilon_a$$

Per la struttura in oggetto la deformazione flessionale è pari a:

$$\varepsilon_a = \frac{F_a}{EA} = \frac{F \cdot \cos\theta_0}{EA}$$

Sostituendo nell'equazione precedente si ottiene

$$\Delta V = \frac{V_0}{2} \cdot k \cdot \frac{F \cdot \cos\theta_0}{EA}$$

Inoltre sappiamo che $\Delta V_{letta} = G \cdot \Delta V$, quindi:

$$\Delta V_{letta} = G\frac{V_0}{2} \cdot k \cdot \frac{F \cdot \cos\theta_0}{EA}$$

Invertiamo la relazione per trovare la forza:

$$F = \frac{2\Delta V_{letta}}{kV_0 G} \cdot \frac{EA}{\cos\theta_0}$$

Calcoliamo tutti i valori incogniti:

- $A = b^2 = 1600mm^2$
- $E = 206000\ MPa$

E risolviamo per la F:

$$F = \frac{2 \cdot 0{,}830}{2 \cdot 5 \cdot 500} \cdot \frac{206000 \cdot 1600}{0{,}985} = 111{,}1\ kN$$

Per calcolare il numero minimo di bit, per prima cosa, dobbiamo trovare la relazione $\Delta V_{letta}(\varepsilon_f)$:

$$\Delta V_{letta} = \left(G\frac{V_0}{2} \cdot k\right) \cdot \varepsilon_a$$

Da cui si ricava la sensibilità dello strumento:

$$s = G\frac{V_0}{2} \cdot k = 500 \cdot \frac{5}{2} \cdot 2 = 2500\frac{V}{\varepsilon}$$

Per cui è possibile ricavare la risoluzione in tensione $\tilde{r}_V$ dalla risoluzione in deformazione richiesta:

$$\tilde{r}_V = s \cdot \tilde{r}_\varepsilon = 2500 \cdot 0{,}5 \times 10^{-6} = 0{,}625\ mV$$

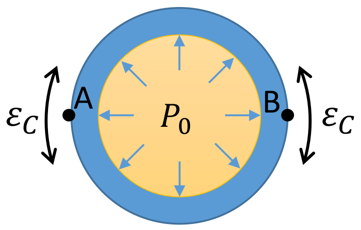
A questo punto si utilizza la formula della risoluzione di conversione AD:

$$\tilde{r}_V = \frac{FS}{2^N} \rightarrow 2^N = \frac{FS}{\tilde{r}_V} \rightarrow N = \log_2\frac{FS}{\tilde{r}_V}$$

Il fondo scala è 10V. Quindi si ricava che il numero minimo di bit è pari a:

$$N_{min} = \log_2\frac{10}{0{,}625 \times 10^{-3}} = 13{,}966 = 14\ bit$$

ES. 22



Per misurare la pressione P_0 dei gas all'interno di un recipiente in pressione di diametro $r = 150\,mm$ e spessore $s = 3\,mm$ si vuole utilizzare un metodo estensimetrico. La pressione interna provoca una deformazione circonferenziale di trazione ε_C pari a:

$$\varepsilon_C = \frac{P_0 r}{Es}\left(1 - \frac{\nu}{2}\right)$$

È possibile collocare gli estensimetri nel punto A e B mostrati in figura. Si richiede di:

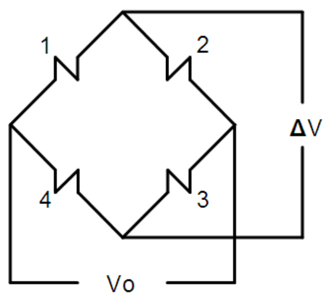
- Specificare una configurazione estensimetrica capace di realizzare la misura utilizzando 2 estensimetri
- Utilizzando la configurazione scelta, calcolare il valore di pressione dei gas nell'ipotesi di avere una lettura alla centralina estensimetrica ΔV_{letta} pari a $780\,mV$

Dati:

- $E = 95\,GPa$
- $\nu = 0.33$
- Gage factor estensimetri $k = 2$
- Alimentazione ponte $V_0 = 5\,V$
- Guadagno centralina $G = 1000$

Soluzione

Per ottenere la misura devo attivare i lati 1 e 3 del ponte



A questo punto ricavo la deformazione ε_C:

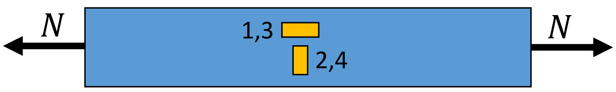
$$\Delta V_{letta} = \frac{GV_0}{4} \cdot k \cdot 2\varepsilon_C \rightarrow \varepsilon_C = \frac{2\Delta V_{letta}}{kGV_0} = 156\mu\varepsilon$$

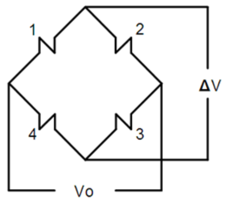
A questo punto è possibile calcolare la pressione interna dei gas:

$$P_0 = \varepsilon_C \cdot E \cdot \frac{s}{r} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\nu}{2}} = 156 \times 10^{-6} \cdot 95 \times 10^9 \cdot \frac{3}{150} \cdot \frac{1}{0{,}835} = 355\,kPa$$

ES. 23

Per determinare il modulo di Young di una lega di alluminio ignota (Coefficiente di Poisson $\nu = 0.33$), si prepara una prova a trazione di una barra quadrangolare di sezione $A = 146{,}8\, mm^2$, strumentata a ponte intero con estensimetri (resistenza nominale 120Ω con gage factor k pari a 2,1) come mostrato in figura.





La centralina di condizionamento alimenta il ponte a $2{,}5\ V$, ma ha guadagno ignoto. Per determinare il guadagno si utilizza una resistenza di shunt da $12\ k\Omega$ che, una volta inserita a cavallo dell'estensimetro 1, genera una lettura alla centralina pari a $4{,}645\ V$.

Fatto ciò viene applicato un carico $N = 3{,}17\ kN$. La lettura della centralina per il carico applicato è pari a $0{,}786\ V$. Utilizzando i dati forniti, si calcoli il modulo di Young del materiale.

Soluzione

Per prima cosa si calcola il guadagno introdotto dalla centralina:

$$R_{\backslash\backslash} = \left(\frac{1}{120} + \frac{1}{12000}\right)^{-1} = 118.81\ \Omega \rightarrow \frac{\Delta \mathrm{R}}{\mathrm{R}} = 9{,}917 \times 10^{-3}$$

$$G = \frac{4\Delta V_{letta}}{V_0} \cdot \frac{1}{\frac{\Delta \mathrm{R}}{\mathrm{R}}} = 750$$

A questo punto posso risolvere il ponte:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \varepsilon_a; \qquad \varepsilon_2 = \varepsilon_4 = -\nu\varepsilon_a$$

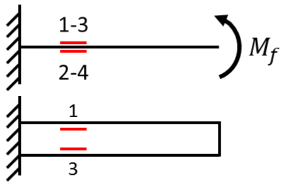
$$\Delta V_{letta} = \frac{GV_0}{4} \cdot k \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) = \frac{GV_0}{2} \cdot k \cdot \varepsilon_a \cdot (1+\nu) \rightarrow \varepsilon_a = \frac{2\Delta V_{letta}}{kGV_0} \cdot \frac{1}{1+\nu} = 300\mu\varepsilon$$

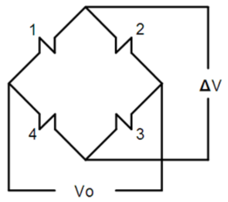
Da cui ricavo il modulo elastico:

$$\varepsilon_a = \frac{N}{EA} \rightarrow E = \frac{N}{\varepsilon_a A} = 72\ GPa$$

ES. 23

Per determinare il modulo di Young di una lega di acciaio ignota, si prepara una prova a flessione di una barra avente sezione quadrata di area $A = 144\ mm^2$, strumentata a ponte intero con estensimetri (resistenza nominale 350Ω con gage factor k pari a 2,05) come mostrato in figura.





La centralina di condizionamento alimenta il ponte a $1\ V$, ma ha guadagno ignoto. Per determinare il guadagno si utilizza una resistenza di shunt da $50\ k\Omega$ che, una volta inserita a cavallo dell'estensimetro 1, genera una lettura alla centralina pari a $1{,}925\ V$.

Fatto ciò viene applicato un momento flettente $M_f = 16{,}418\ Nm$. La lettura della centralina per il carico applicato è pari a $0{,}631\ V$. Utilizzando i dati forniti, si calcoli il modulo di Young del materiale.

Soluzione

Per prima cosa si calcola il guadagno introdotto dalla centralina:

$$R_{\backslash\backslash} = \left(\frac{1}{350} + \frac{1}{50000}\right)^{-1} = 347{,}6\ \Omega \rightarrow \frac{\Delta \mathrm{R}}{\mathrm{R}} = 6{,}86 \times 10^{-3}$$

$$G = \frac{4\Delta V_{letta}}{V_0} \cdot \frac{1}{\frac{\Delta \mathrm{R}}{\mathrm{R}}} = 1120$$

A questo punto posso risolvere il ponte:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \varepsilon_f; \qquad \varepsilon_2 = \varepsilon_4 = -\varepsilon_f$$

$$\Delta V_{letta} = \frac{GV_0}{4} \cdot k \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) = GV_0 \cdot k \cdot \varepsilon_f \rightarrow \varepsilon_f = \frac{\Delta V_{letta}}{kGV_0} = 275\ \mu\varepsilon$$

Calcolo il modulo di resistenza a flessione della struttura:

$$W_f = \frac{1}{6} b^3 = \frac{1}{6} A^{\frac{3}{2}} = 288\ mm^3$$

Da cui ricavo il modulo elastico:

$$\varepsilon_f = \frac{M_f}{EW_f} \rightarrow E = \frac{M_f}{\varepsilon_f W_f} = \frac{16.778}{275 \times 10^{-6} \cdot 288 \times 10^{-9}} = 207{,}3\ GPa$$

ES. 24

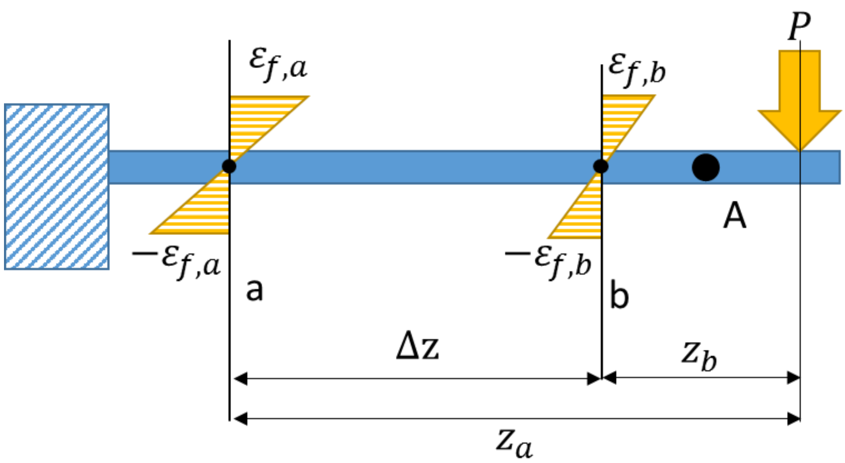
Una bilancia per fluidi chimici è costituita da una trave incastrata (sezione quadrata, lato 50 mm) alla cui estremità (cioè fra il punto A e il punto B) viene appoggiato il serbatoio da riempire come in figura sottostante.

- Poiché la posizione del serbatoio non è nota a priori, si strumenti la trave con 4 estensimetri, utilizzando una configurazione capace di misurare correttamente la forza peso indipendentemente dalla posizione del serbatoio stesso.
  N.B. è possibile posizionare liberamente gli estensimetri in qualsiasi punto della trave compreso fra l'incastro e il punto A
- Utilizzando la configurazione prescelta, si calcoli il valore della differenza di potenziale letta a display della centralina estensimetrica quando il carico della bilancia è pari a 110 kg.

<u>Dati:</u> - distanza punto A dall'incastro: 50 cm - distanza punto B dall'incastro: 70 cm - gage factor estensimetri: 2,01 - guadagno della centralina: 1200 - tensione alimentazione ponte: 5V - materiale trave: alluminio	

Soluzione

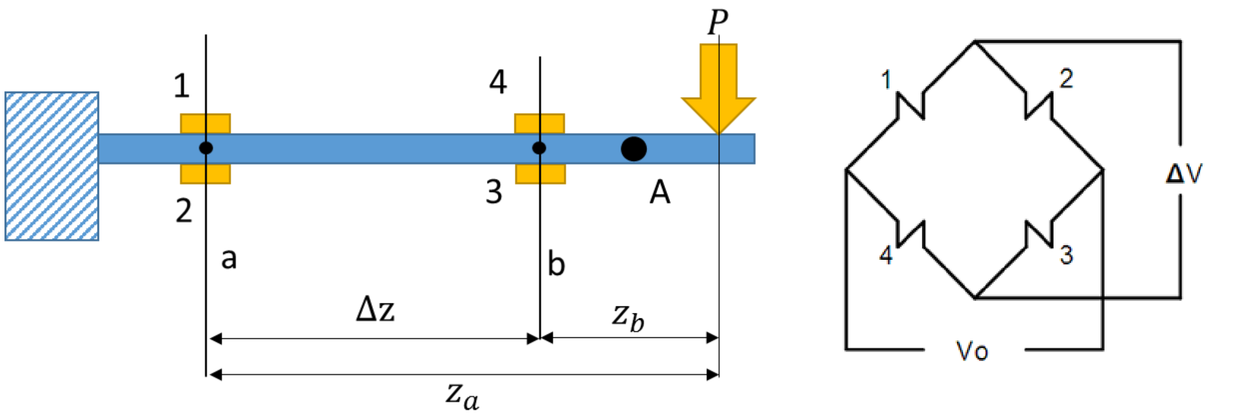
Poiché il taglio è costante, la differenza fra la deformazione flessionale fra due qualsiasi punto compreso fra l'incastro e A dipende solo dal valore del peso P, non dalla sua posizione sulla trave. Di conseguenza, la differenza tra due punti generici vale:



$$\varepsilon_{f,a} = \frac{P \cdot z_a}{EW_f}; \quad \varepsilon_{f,b} = \frac{P \cdot z_b}{EW_f};$$

$$\varepsilon_{f,a} - \varepsilon_{f,a} = \frac{P \cdot (z_a - z_b)}{EW_f} = \frac{P \cdot \Delta z}{EW_f}$$

Ora disponendo gli estensimetri opportunamente, posso misurare la differenza fra le due deformazioni. Una soluzione può essere la seguente:



Infatti se risolviamo il ponte per questa configurazione abbiamo:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{f,a}; \quad \varepsilon_2 = -\varepsilon_{f,a}; \quad \varepsilon_3 = -\varepsilon_{f,b}; \quad \varepsilon_4 = \varepsilon_{f,b};$$

$$\Delta V = \frac{V_0}{4} \cdot k \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) = \frac{V_0}{2} \cdot k \cdot \left(\varepsilon_{f,a} - \varepsilon_{f,a}\right) = \frac{V_0}{2} \cdot k \cdot \frac{P \cdot \Delta z}{EW_f}$$

A questo punto è possibile inserire il guadagno della centralina e calcolare la differenza potenziale letta a display.

$$\Delta V_{letta} = G \cdot \Delta V = \frac{GV_0}{2} \cdot k \cdot \frac{P \cdot \Delta z}{EW_f}$$

Non resta che scegliere Δz e specificare il restante set di dati. Imponiamo, per non stare troppo vicini ai vincoli, $\Delta z = 400\ mm$. I restanti dati sono:

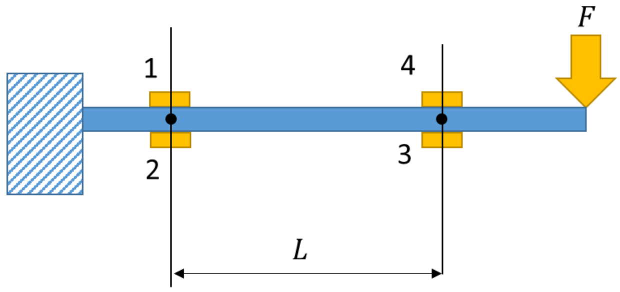
- $P = 110 \cdot 9{,}81 = 1079\ N$
- $W_f = \frac{1}{6} b^3 = 20830\ mm^3$
- $E = 70\ GPa$
- $k = 2{,}01$
- $V_0 = 5\ V$
- $G = 1200$

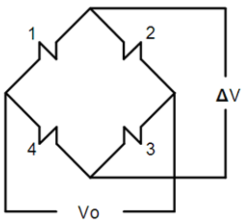
Inserendo si ottiene:

$$\Delta V_{letta} = \frac{GV_0}{2} \cdot k \cdot \frac{P \cdot \Delta z}{EW_f} = 1200 \cdot \frac{5}{2} \cdot 2{,}01 \cdot \frac{1079 \cdot 400}{70000 \cdot 20830} = 1{,}785\ V$$

ES. 25

In laboratorio avete trovato una cella di carico costituita da una trave in alluminio (E=71 GPa) incastrata a sezione quadrata (lato 20 mm), estensimetrata a ponte intero come da disegno sottostante.





La distanza L è pari a 200 mm. La cella di carico è collegata ad una centralina di condizionamento che introduce un guadagno pari a 700 ed alimenta il ponte in corrente continua a 5V. Gli estensimetri hanno gage factor pari a 2.

Si determini la sensibilità del trasduttore di forza così costruito facendo riferimento ad uno schema di misura dove la quantità fisica in ingresso è la forza F e l'uscita del sensore è la differenza di potenziale letta a display dalla centralina di condizionamento. Si esprima il risultato in $\left[\frac{mV}{N}\right]$.

Soluzione

Per prima cosa si calcolano le deformazioni flessionali nei due punti estensimetrati:

$$\varepsilon_{f,1} = \frac{F \cdot (L + \Delta x)}{EW_f} \qquad \varepsilon_{f,2} = \frac{F \cdot \Delta x}{EW_f}$$

Il modulo di resistenza a flessione vale $W_f = \frac{1}{6}b^3 = 1333\ mm^3$. A questo punto si assegnano le deformazioni a ciascun estensimetro:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{f,1} \;\; \varepsilon_2 = -\varepsilon_{f,1} \;\; \varepsilon_3 = -\varepsilon_{f,2} \;\; \varepsilon_4 = \varepsilon_{f,2}$$

Da cui è possibile risolvere il ponte:

$$\Delta V = \frac{V_0}{4} \cdot k \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) = \frac{V_0}{4} \cdot k \cdot 2\frac{F \cdot \mathrm{L}}{EW_f} = \frac{V_0}{2} \cdot k \cdot \frac{F \cdot \mathrm{L}}{EW_f}$$

Di conseguenza essendo F l'ingresso e $\Delta V_{letta} = G\Delta V$ l'uscita, la sensibilità risulta:

$$s = \frac{GV_0}{2} \cdot k \cdot \frac{\mathrm{L}}{EW_f} = \frac{700 \cdot 5}{2} \cdot 2 \cdot \frac{200}{71000 \cdot 1333} = 7.396 \times 10^{-3}\frac{V}{N} = 7.4\frac{mV}{N}$$

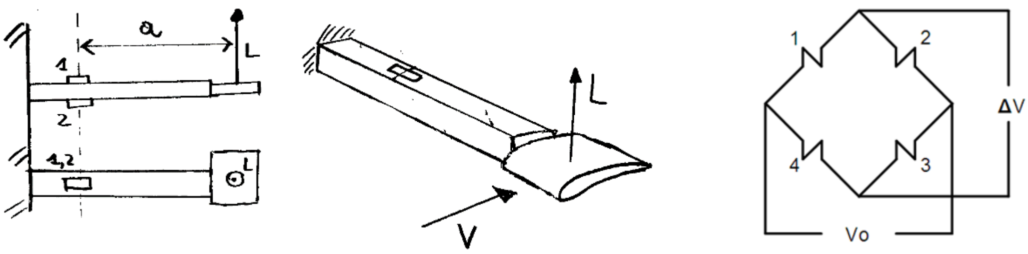
ES. 26

Si vuole determinare sperimentalmente il coefficiente di portanza C_L di un profilo alare definito come:

$$C_L = \sqrt{\frac{2L}{\rho V^2 S}}$$

Dove L indica la forza portante generata dal profilo alare, ρ la densità dell'aria, V la velocità relativa aria-ala e S la superficie alare.

Per effettuare la misura, il profilo alare viene inserito in camera del vento e montato sull'estremo libero di una trave incastrata in alluminio a sezione rettangolare. La trave è estensimetrata a mezzo ponte con lo scopo di misurare la portanza L. Il setup sperimentale così ottenuto è mostrato nella figura sottostante.



Gli estensimetri (gage factor pari a 2,06) sono posizionati alla distanza a rispetto alla forza L. La lettura della deformazione viene effettuata utilizzando una centralina di condizionamento che alimenta il ponte a 5V ed introduce un guadagno pari a 2000.

Si chiede di determinare il coefficiente di portanza sapendo che la lettura della centralina estensimetrica è pari a 431 mV.

Dati:

- $\rho = 1{,}225\ \frac{kg}{m^3}$
- $V = 21\ \frac{m}{s}$
- $S = 0{,}4\ m^2$
- $a = 0{,}5\ m$
- $W_f = 2666\ mm^3$
- $E = 70500\ MPa$

Soluzione

Risolvendo il ponte otteniamo che la deformazione flessionale ε_f vale:

$$\varepsilon_f = \frac{2\Delta V_{letta}}{GV_0 k} = \frac{2 \cdot 0.431}{2000 \cdot 5 \cdot 2.06} = 42\ \mu\varepsilon$$

La deformazione flessionale è dovuta alla portanza poiché:

$$\varepsilon_f = \frac{M_f}{EW_f} = \frac{L \cdot a}{EW_f} \rightarrow L = \frac{\varepsilon_f \cdot EW_f}{a} = 15{,}7\ N$$

A questo punto è possibile calcolare il coefficiente di portanza in maniera corretta:

$$C_L = \sqrt{\frac{2L}{\rho V^2 S}} = 0{,}38$$

Parte 2 – Esercitazioni svolte