Università del Salento

Facoltà di Ingegneria

ESERCIZI DI FISICA TECNICA

di Giuseppe Starace & Gianpiero Colangelo

INDICE

1. (Alfano pag. 60 N°2)

Un sistema passando dallo stato 1 allo stato 2 lungo la trasformazione 1A2 assorbe Q = 50 kcal e fa un lavoro L = 20 kcal. Se invece segue la trasformazione 1B2 è Q = 36 kcal.

a) Quanto vale L lungo la trasformazione 1B2?

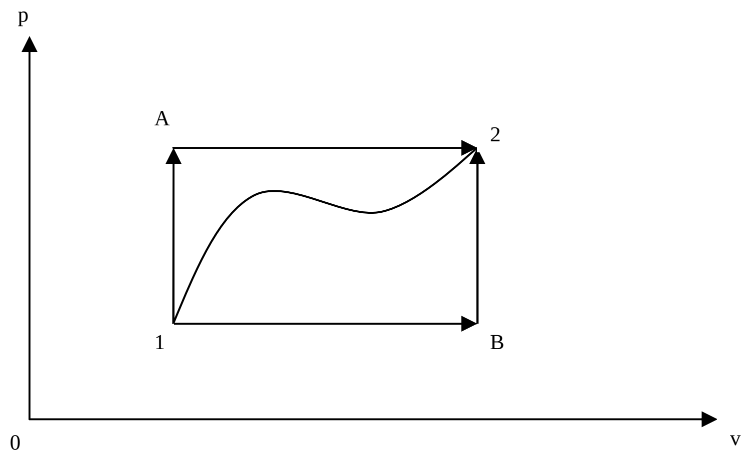
b) Se L = -13 kcal ritornando da 2 a 1 lungo la linea curva in figura, quanto vale Q per questa trasformazione?

c) Se U_1 = 10 kcal, quanto vale U_2?

d) Se U_B = 22 kcal, quanto vale Q per la trasformazione 1B? e per B2?

Tutte le trasformazioni sono quasi statiche ed il sistema compie solo lavoro di variazione di volume.

SVOLGIMENTO



a)

Applichiamo il primo principio della termodinamica per sistemi chiusi alla trasformazione 1A2 e calcoliamo quindi la variazione di energia interna subita dal sistema:

$\Delta U12 := Q - L$

$\Delta U12 = 30\,\text{kcal}$

Ricordando il fattore di conversione tra kcal e kJ si ha che:

$\text{kcal} = 4.187 \times 10^{3}\,\text{J}$

$\Delta U12 = 125.604\,\text{kJ}$

Dato che lungo la trasformazione 1B2 il calore scambiato è:

$Q1B2 := 36kcal$

allora possiamo calcolare il lavoro scambiato lungo questa trasformazione utilizzando il primo principio per sistemi chiusi e ricordando che l'energia interna è una funzione di stato e che quindi la sua variazione non dipende dalla particolare trasformazione seguita, ma solo dallo stato iniziale e finale della trasformazione (differenziale esatto):

$L1B2 := Q1B2 - \Delta U12$

$L1B2 = 6\,kcal$

$L1B2 = 25.121kJ$

b)

Analogamente possiamo calcolare il calore scambiato lungo la linea curva da 2 a 1 ricordando che però in questo caso la variazione di energia interna è di segno opposto e cioè:

$L21 := -13kcal$

$\Delta U21 := -\Delta U12$

$\Delta U21 = -125.604kJ$

In questo caso si ha che:

$Q21 := \Delta U21 + L21$

$Q21 = -43\,kcal$

$Q21 = -180.032kJ$

c)

Se

$U1 := 10kcal$

allora

$U2 := \Delta U12 + U1$

$U2 = 40\,kcal$

$U2 = 167.472kJ$

d)

Se

$UB := 22kcal$

allora

$\Delta U1B := UB - U1$

$\Delta U1B = 12\,kcal$

Osserviamo ora che la trasformazione B2 avviene a volume costante e quindi, essendo il lavoro per variazione di volume l'unico possibile, lungo tale trasformazione il lavoro è nullo. Pertanto il lavoro scambiato lungo la trasformazione 1B2 corrisponde unicamente a quello scambiato lungo la trasformazione 1B e pertanto possiamo scrivere:

$L1B := L1B2$

sempre utilizzando il primo principio per sistemi chiusi possiamo calcolare il calore scambiato:

$Q1B := \Delta U1B + L1B$

$Q1B = 18\,kcal$

$Q1B = 75.362\,kJ$

Per la trasformazione B2 abbiamo che:

$\Delta UB2 := U2 - UB$

$\Delta UB2 = 18\,kcal$

$QB2 := \Delta UB2$

2. *(Alfano pag. 61 N°3)*

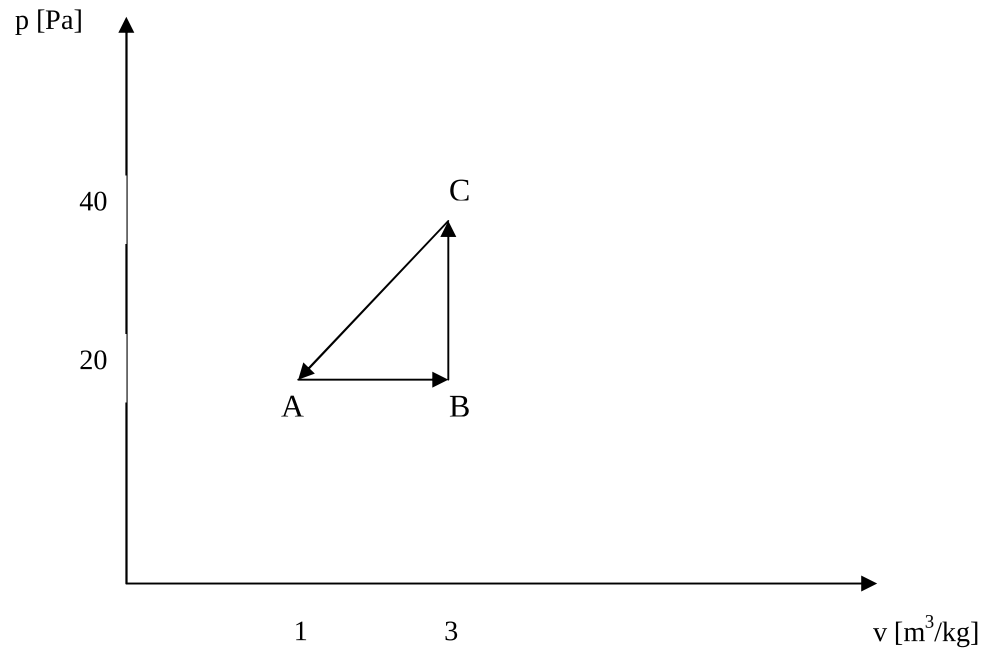
Si porta un sistema termodinamico da uno stato iniziale A ad uno stato B, e poi di nuovo da B ad A passando attraverso uno stato C, secondo il percorso ABCA mostrato nel diagramma p,v in figura.

a) Completare la tabella riportata in figura indicando il segno delle grandezze termodinamiche associate ad ogni processo.

b) Calcolare il valore del lavoro specifico compiuto dal sistema lungo l'intero ciclo ABCA.

Tutte le trasformazioni sono quasi statiche ed il sistema compie soltanto lavoro di variazione di volume.

SVOLGIMENTO



	q	l	Δu
A – B	+	+	+
B – C	+	0	+
C – A	-	-	-

a)

Commentiamo la tabella compilata:

A – B : abbiamo che la variazione di energia interna è positiva ed osserviamo che il lavoro è d espansione e quindi è compiuto da sistema verso l'ambiente e perciò è positivo (per le convenzioni usate). Essendo per il primo principio per sistemi chiusi $\Delta u = q - l$ allora q deve essere sicuramente di segno positivo.

B – C : osserviamo che questa trasformazione avviene a volume costante e quindi il lavoro è nullo (per ipotesi l'unico lavoro scambiato è quello per variazione di volume). Perciò la variazione di energia interna avrà lo stesso segno del calore scambiato: positivo.

C – A : ricordando che per una trasformazione ciclica si ha che la variazione di energia interna totale è nulla allora, siccome le variazioni nei due tratti precedenti sono state positive allora quest'ultima deve essere necessariamente negativa. Da C ad A il lavoro è di compressione (il volume specifico diminuisce) e pertanto è negativo. Siccome il segno della variazione di energia interna è negativo e quello del lavoro scambiato è anch'esso negativo allora il calore scambiato deve essere necessariamente negativo.

b)

Ricordiamo che il lavoro specifico compiuto da un sistema termodinamico lungo un ciclo, considerando tutte le trasformazioni quasi statiche, è dato da:

$$l = \oint p\,dv$$

cioè è dato, nel piano di Clapeyron, dall'area racchiusa dal ciclo. Essendo il ciclo un triangolo rettangolo allora si ha:

$$l = \oint p\,dv = -\frac{\overline{AB} \times \overline{BC}}{2} = -\frac{2 \times 20}{2} = -20 \quad \frac{J}{kg}$$

3. (Alfano pag. 61 N°5)

Un sistema di 4.57 kg subisce una trasformazione politropica di esponente 1.35 dallo stato iniziale 1 (p_1 = 3.54 atm; v_1 = 0.242 m^3/kg) allo stato finale 2 (p_2 = 1.88 atm). Determinare il volume specifico finale ed il lavoro compiuto nella trasformazione.

SVOLGIMENTO

$M := 4.57\,kg$

$n := 1.35$

$p1 := 3.54\,atm$

$v1 := 0.242\,\frac{m^3}{kg}$

$p2 := 1.88\,atm$

Il volume specifico finale lo calcoliamo dall'equazione della politropica:

$$v2 := v1\cdot\left(\frac{p1}{p2}\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$v2 = 0.387\,\frac{m^3}{kg}$$

Il lavoro compiuto durante la trasformazione lo calcoliamo utilizzando l'espressione del lavoro per una politropica di un sistema chiuso.

$$L12 := M\cdot\frac{(p1\cdot v1)}{n-1}\cdot\left[1-\left(\frac{p2}{p1}\right)^{\frac{(n-1)}{n}}\right]$$

$L12 = 171.507\,kJ$

4. *(Alfano pag. 62 N°7)*

In un ciclo diretto vengono scambiate le seguenti quantità di calore: +3.56 x 10^2 kcal; + 4.28 x 10^2 kcal; -5.20 x 10^2 kcal; +0.834 x 10^2 kcal. Determinare il lavoro complessivamente scambiato nel ciclo ed il rendimento termodinamico.

<u>*SVOLGIMENTO*</u>

Ricordiamo che per una trasformazione ciclica si ha che la variazione di energia interna è zero e perciò dal primo principio per sistemi chiusi si ha che Q = L e perciò:

$$L := (3.56 + 4.28 - 5.2 + 0.834) \cdot 10^2 \text{kcal}$$

$$L = 347.4 \text{kcal}$$

$$L = 1.454 \times 10^6 \text{ J}$$

Il rendimento del ciclo diretto lo possiamo calcolare come lavoro totale su calore assorbito dal sistema:

$$Qass := (3.56 + 4.28 + 0.834) \cdot 10^2 \text{kcal}$$

$$\eta := \frac{L}{Qass}$$

$$\eta = 0.401$$

5. (Alfano pag. 95 N°2)

Un sistema isolato è costituito da tre sorgenti termiche rispettivamente a 350, 400 e 450 °C. Si calcoli la variazione complessiva di entropia conseguente ad uno scambio di energia termica di 200 kcal tra la sorgente a 450 °C e quella a 350 °C:

a) nel caso che lo scambio avvenga direttamente tra le suddette due sorgenti (senza interessare cioè la terza sorgente);

b) nel caso che lo scambio avvenga attraverso la sorgente a 400 °C (cioè prima quella a 450 °C scambia 200 kcal con quella a 400 °C, poi questa scambia le 200 kcal con quella a 350 °C).

<u>*SVOLGIMENTO*</u>

Trasformiamo anzitutto le temperature in kelvin:

$$T1 := (350 + 273.15)K$$

$$T2 := (400 + 273.15)K$$

$$T3 := (450 + 273.15)K$$

Come conseguenza dell'enunciato di Clausius si ha che:

a)

$$\Delta Sa := 200kcal\cdot\left(\frac{1}{T1} - \frac{1}{T3}\right)$$

$$\Delta Sa = 0.044\frac{1}{K}\,kcal$$

$$\Delta Sa = 185.819\frac{1}{K}\,J$$

b)

$$\Delta Sb := 200kcal\cdot\left(\frac{1}{T2} - \frac{1}{T3}\right) + 200kcal\cdot\left(\frac{1}{T1} - \frac{1}{T2}\right)$$

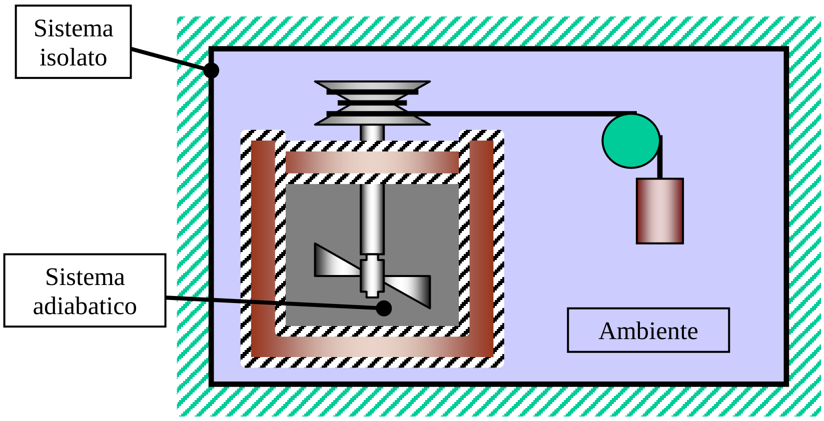
$$\Delta Sb = 0.044\frac{1}{K}\,kcal$$

$$\Delta Sb = 185.819\frac{1}{K}\,J$$

6. (Alfano pag. 95 N°3)

Un contenitore a pareti rigide, fisse ed adiabatiche contiene 0.202 kg di un fluido alla temperatura di 60 °C. Per mezzo di un agitatore sono somministrati al fluido 3.2 kJ. Calcolare la variazione di entropia del fluido, ritenendo per esso c_v = cost = 0.71 kJ/kg K.

SVOLGIMENTO



Siccome il sistema è adiabatico allora $\delta q = 0$ e dal primo principio per sistemi chiusi si ha:

$$du = -\delta l$$

cioè:

$$\Delta u = \int_1^2 c_v dT = -\frac{Le}{m}$$

essendo c_v costante per ipotesi e ricordando che Le = - 3.2 kJ (è un lavoro entrante nel sistema!) allora possiamo calcolare la temperatura finale del sistema svolgendo l'integrale:

$$c_v \Delta T = -\frac{Le}{m} \quad \rightarrow \quad \Delta T = -\frac{Le}{mc_v} = 22.3 \quad °C$$

quindi la temperatura finale T_2 = 82.3 °C = 355.45 K mentre la temperatura iniziale è T_1 = 333.15 K.

Ricordando l'esempio 1 della lezione sul secondo principio per sistemi chiusi in questo caso la variazione di entropia si calcola:

$$\int_1^2 dS = \Delta S_{1-2} = m\int_1^2 \frac{c_v dT}{T}$$

essendo c_v costante per ipotesi allora possiamo portarlo fuori dal segno di integrale:

$$\int_1^2 dS = \Delta S_{1-2} = m\int_1^2 \frac{c_v dT}{T} = mc_v \int_1^2 \frac{dT}{T} = mc_v \ln\frac{T_2}{T_1} = 0.202 \times 0.71 \times \ln\frac{355.45}{333.15} = 9.29 \times 10^{-3} \ \frac{kJ}{K}$$

7. (Alfano pag. 95 N°5 e 6)

Una macchina termica evolve secondo un ciclo reversibile di Carnot. Per ciascun ciclo è ottenibile un lavoro di 40.0 kJ. Imponendo che il rendimento sia di 0.35 e che la tempeartura della sorgente fredda sia di 40 °C, si determinino:

- **a) la temperatura della sorgente calda;**
- **b) le quantità di calore scambiate;**
- **c) la variazione di entropia delle due sorgenti.**

<u>*SVOLGIMENTO*</u>

$L := 40\,kJ$

$\eta := 0.35$

$T2 := (40 + 273.15)\,K$

Per il ciclo di Carnot si ha che il rendimento è dato da:

$$\eta := 1 - \frac{T2}{T1}$$

Da questa espressione possiamo calcolare quanto vale la temperatura della sorgente calda T1:

$$T1 := \frac{T2}{1 - \eta}$$

$T1 = 481.769\,K$

In generale si ha che il rendimento di un generico ciclo è dato da:

$$\eta := \frac{L}{Qass}$$

Quindi il calore assorbito dal ciclo lo possiamo calcolare da:

$$Qass := \frac{L}{\eta}$$

$Qass = 114.286\,kJ$

Dal primo principio della termodinamica applicato ad una trasformazione ciclica si ha poi che:

$Q := L$

e quindi il calore ceduto lo possiamo calcolare da:

$Qced := L - Qass$

$Qced = -7.429 \times 10^4\,J$

Per le due sorgenti di calore le variazioni di entropia valgono rispettivamente:

$$\Delta Sc := \frac{-Qass}{T1}$$

$$\Delta Sc = -0.237 \frac{1}{K}\,kJ$$

$$\Delta Sf := \frac{-Qced}{T2}$$

$$\Delta Sf = 0.237 \frac{1}{K}\,kJ$$

8. (Alfano pag. 96 N°7)

Un sistema, sede di trasformazioni cicliche, è in grado di scambiare calore con due sorgenti termiche A e B (rispettivamente alle temperature T_A e T_B) e lavoro con un serbatoio di energia meccanica: il tutto costituisce un sistema isolato. Alla luce del I e del II principio della termodinamica si dica quali dei seguenti casi sono possibili e quali non sono possibili:

a) Qa > 0 Qb > 0 L = 0;

b) Qa > 0 Qb < 0 L = 0;

c) Qa > 0 Qb = 0 L = 0;

d) Qa > 0 Qb > 0 L > 0.

I segni delle quantità di calore e del lavoro sono riferiti al sistema. Il sistema, in tutti i casi, compie un numero intero di cicli.

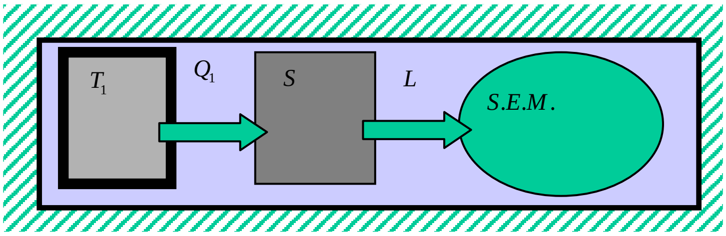
SVOLGIMENTO

a) questo caso non è possibile poiché è in contrasto con il I principio, infatti, per una trasformazione ciclica, deve risultare Qa + Qb = L ed in questo caso particolare Qa + Qb = 0 e quindi Qa = - Qb e pertanto non può essere **Qa > 0** **Qb > 0**.

b) ricordando le considerazioni del caso a) questo caso è possibile solo se Qa = - Qb;

c) anche questo caso non è possibile poiché in contrasto con il primo principio. Infatti in questo caso dovrebbe risultare: Qa + Qb = L e quindi Qa + 0 = 0 e quindi Qa = 0!!

d) questo caso è invece in contrasto con il II principio. Esso è in contrasto con l'enunciato di Kelvin – Plank poiché non è possibile trasformare integralmente calore in lavoro!



$$\Delta S_{\substack{\text{sistema}\\\text{isolato}}} = \Delta S_1 + \Delta S_{\substack{\text{macchina}\\\text{motrice}}} + \Delta S_{S.E.M.} \geq 0$$

$$\Delta S_{\substack{\text{sistema}\\\text{isolato}}} = -\frac{Q_1}{T_1} + 0 + 0 \geq 0$$

verificata solo se $Q_1 = 0$

9. Trasformazioni termodinamiche in sistemi chiusi

In un cilindro orizzontale si abbia nelle condizioni iniziali 1 aria a 20 °C e 60 ata. Il volume iniziale del cilindro sia V_1 = 0.1 m^3 . Con le seguenti trasformazioni: isobara, isoterma, adiabatica, politropica di esponente n = 1.5, si raggiunge il volume finale V_2 = 0.3 m^3 . Per le singole trasformazioni determinare: le condizioni finali, il Q scambiato, la variazione di entalpia, di energia interna, di entropia ed il lavoro scambiato. Considerare l'aria come gas perfetto (R = 287 J/kg K, c_v = 0.717 kJ/kg k, c_p = 1.005 kJ/kg k) e le trasformazioni quasi statiche.

SVOLGIMENTO

Calcoliamo il valore del volume specifico nelle condizioni iniziali 1 applicando la legge dei gas perfetti:

$$v_1 = \frac{R\,T_1}{p_1} = \frac{287\;\;293.15}{98100\;\;60} = 1.4294\;\;10^{-2}\,\frac{m^3}{kg}$$

La massa di aria contenuta nel cilindro è:

$$m = \frac{V_1}{v_1} = 6.99\;kg$$

e quindi il volume specifico nelle condizioni finali vale:

$$v_2 = \frac{V_2}{m} = 4.2918\;\;10^{-2}\,\frac{m^3}{kg}$$

Trasformazione ISOBARA:

Per una trasformazione isobara si ha che p = cost e quindi $p_1 = p_2$. Applicando la legge dei gas perfetti nelle condizioni iniziali e finali si ha che:

$$\frac{v_1}{R\,T_1} = \frac{v_2}{R\,T_2} \quad \rightarrow \quad T_2 = \frac{v_2\,T_1}{v_1} = 879\;K$$

Siccome stiamo considerando l'aria come gas perfetto allora la variazione di entalpia risulta essere:

$$\Delta H_{12} = m\,\Delta h_{12} = m\,c_p\,\Delta T_{12} = 6.99\;\;1.005\;\;(879-293) = 4116.62\;kJ$$

La variazione di energia interna è:

$$\Delta U_{12} = m\,\Delta U_{12} = m\,c_v\,\Delta T_{12} = 2936.9\;kJ$$

Siccome la trasformazione è una isobara allora il calore scambiato è:

$$Q_{12} = m\,c_p\,\Delta T_{12} = 6.99\;\;1.005\;\;(879-293) = 4116.62\;kJ$$

Applicando il I° principio otteniamo il lavoro scambiato:

$L_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12} = 1179.72\ kJ$

La variazione di entropia è invece:

$$\Delta S_{12} = m\ \Delta s_{12} = m\ c_p\ \ln\frac{T_2}{T_1} = 7.717\ \frac{kJ}{K}$$

Trasformazione ISOTERMA:

Per una trasformazione isoterma si ha che T = cost, applicando l'equazione dei gas perfetti possiamo pertanto ricavare il valore della pressione finale:

$$p_2 = p_1\frac{v_1}{v_2} = 1.962\ MPa$$

Poiché la temperatura è costante e l'energia interna e l'entalpia sono funzioni di stato e per i gas perfetti dipendono solo dalla temperatura, in questo caso si ha che:

$\Delta U_{12} = 0$ e $\Delta H_{12} = 0$

Calcoliamo il lavoro scambiato:

$$L_{12} = m\int_1^2 p\ dv = m\int_1^2 \frac{RT}{v}\ dv = m\ R\ T\ \ln\frac{v_2}{v_1} = 645\ kJ$$

Dal I° principio si ha che:

$Q_{12} = L_{12} = 645\ kJ$

La variazione di entropia è:

$$\Delta S = \frac{Q_{12}}{T} = 2.201\frac{kJ}{K}$$

Trasformazione ADIABATICA:

Per una trasformazione adiabatica reversibile di un gas ideale si ha $Q_{12} = 0$ e $p\ v^k$ = cost. che, combinata con l'equazione dei gas perfetti fornisce:

$$T_2 = T_1\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = 188.81\ K$$

$$p_1 = p_2\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{k} = 1.263\ MPa$$

La variazione di entalpia è data da:

$$\Delta H_{12} = m\ \Delta h_{12} = m\ c_p\ \Delta T_{12} = 6.99\ \ 1.005\ \ (188.81 - 293) = -731\ kJ$$

La variazione di energia interna è:

$$\Delta U_{12} = m\ \Delta U_{12} = m\ c_v\ \Delta T_{12} = -522.23\ kJ$$

Dal I° principio si ha che:

$$L_{12} = -\Delta U_{12} = 522.23\, kJ$$

La variazione di entropia è:

$$\Delta S_{12} = 0$$

Trasformazione POLITROPICA:

Una trasformazione politropica per un gas perfetto è caratterizzata dall'equazione $p\, v^n$ = cost. In questo tipo di trasformazioni il calore specifico rimane costante e in questo caso vale:

$$c_n = c_v \frac{n-k}{n-1} = 0.1434 \frac{kJ}{kg\ K}$$

Applicando l'equazione della politropica abbiamo:

$$p_2 = p_1 \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^n = 60\ \ 9.81\ \ 10^4 \left(\frac{1.4294\ \ 10^{-2}}{4.2918\ \ 10^{-2}} \right)^{1.5} = 1.132\ MPa$$

Dall'equazione dei gas perfetti otteniamo:

$$T_2 = \frac{p_2\ v_2}{R} = 169\ K$$

Essendo il calore specifico costante il calore scambiato è:

$$Q_{12} = m\ c_n\ \Delta T_{12} = -124.43\, kJ$$

La variazione di energia interna:

$$\Delta U_{12} = m\ \Delta U_{12} = m\ c_v\ \Delta T_{12} = -622.356\ kJ$$

Dal I° principio calcoliamo il lavoro scambiato:

$$L_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12} = 497.92\ kJ$$

10. Gas ideali

Dell'ossigeno, supposto gas ideale con k = 1.4, evolve secondo un ciclo costituito dalle seguenti trasformazioni reversibili:

- Compressione isoterma dallo stato 1 (p_1 = 0.9 bar; v_1 = 0.88 m^3/kg) allo stato 2;

- trasformazione isocora da 2 a 3 (p_3 = 21.5 bar);

- espansione politropica di esponente n = 1.32 da 3 a 1.

Determinare, con riferimento all'unità di massa del fluido:

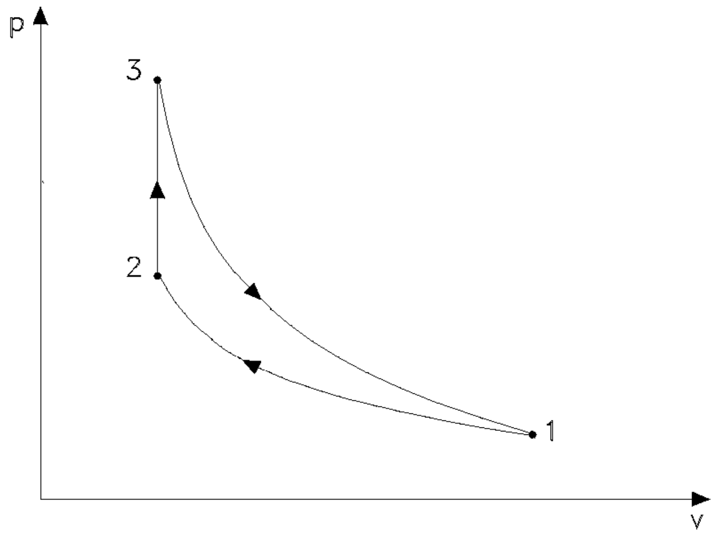
a) La temperatura massima e minima del ciclo;

b) La quantità di calore scambiata lungo le singole trasformazioni;

c) Il rendimento di I° principio del ciclo;

d) Le quantità di lavoro scambiate nelle singole trasformazioni.

SVOLGIMENTO



a) Siccome stiamo ipotizzando l'ossigeno gas ideale allora per esso vale l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$pv = RT$$

in questo caso abbiamo che la costante R per l'ossigeno è:

$$R = \frac{R^*}{M_{O_2}} = \frac{8314}{32} = 259.8 \frac{J}{kg\ K}$$

Noti pressione e volume specifico nel punto 1 allora è possibile determinare quanto vale la temperatura:

$$T_1 = \frac{p_1 v_1}{R} = \frac{0.9 \cdot 10^5 \cdot 0.88}{259.8} = 304.8\ K$$

Essendo la trasformazione 1-2 una isoterma allora si ha che:

$$T_2 = T_1 = 304.8\ K$$

La trasformazione 3-1 è una politropica per la quale vale:

$$pv^n = \cos$$

dalla quale si ha che:

$$p_1 v_1^n = p_3 v_3^n \rightarrow \frac{p_1}{p_3} = \frac{v_3^n}{v_1^n}$$

ricordando l'equazione dei gas perfetti nei punti 2 e 3 e facendo il rapporto membro a membro si ha:

$$\frac{p_1 v_1 = \cancel{R} T_1}{p_3 v_3 = \cancel{R} T_3} \rightarrow \frac{v_1}{v_3} = \frac{p_3 T_1}{p_1 T_3}$$

sostituendo la seconda equazione in quella precedente si ha:

$$T_3 = T_1 \left(\frac{p_3}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = 304.8 \left(\frac{21.5}{0.9} \right)^{\frac{0.32}{1.32}} = 657.8\ K$$

applicando l'equazione dei gas perfetti al punto 3 ricaviamo il suo volume specifico:

$$v_3 = \frac{RT_3}{p_3} = \frac{259.8 \cdot 657.8}{21.5 \cdot 10^5} = 79.5 \cdot 10^{-3}\ \frac{m^3}{kg} = v_2$$

sfruttando la trasformazione isocora possiamo calcolare il valore di p_2:

$$p_2 = p_3 \frac{T_2}{T_3} = 21.5 \frac{304.8}{657.8} = 9.96\ bar = 996\ kPa$$

b) Per la trasformazione isoterma 1-2 si ha che:

$$q_{12} = l_{12} = RT_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = 259.8 \cdot 304.8 \cdot \ln \left(\frac{79.5 \cdot 10^{-3}}{0.88} \right) = -190.4\ \frac{kJ}{kg}$$

per la trasformazione isocora 2-3 si ha che:

$$q_{23} = c_v (T_3 - T_2)$$

ricordando che $c_p - c_v = R$ e che $\frac{c_p}{c_v} = k$ si ricava che $c_v = \frac{R}{k-1}$ e quindi:

$$q_{23} = c_v (T_3 - T_2) = \frac{R}{k-1} (T_3 - T_2) = \frac{259.8}{1.4-1} (657.8 - 304.8) = 229.3\ \frac{kJ}{kg}$$

lungo la trasformazione politropica si ha invece per un gas ideale:

$$q_{31} = c_n \left(T_1 - T_3\right)$$

dove c_n è il calore specifico lungo la politropica che vale:

$$c_n = c_v \frac{k-n}{1-n} = \frac{R}{k-1} \frac{k-n}{1-n}$$

e quindi:

$$q_{31} = c_n \left(T_1 - T_3\right) = \frac{R}{k-1} \frac{k-n}{1-n} \left(T_1 - T_3\right) = \frac{259.8}{1.4-1} \frac{1.4-1.32}{1-1.32} \left(304.8 - 657.8\right) = 57.8 \frac{kJ}{kg}$$

c) Applicando il I principio al sistema chiuso che compie questo ciclo si ha che il lavoro ottenuto all'unità di massa vale:

$$l = q_{12} + q_{23} + q_{31} = -190.4 + 229.3 + 57.3 = 96.2 \frac{kJ}{kg}$$

pertanto il rendimento vale:

$$\eta = \frac{l}{q_{23} + q_{31}} = \frac{96.2}{229.3 + 57.3} = 0.336$$

d) $l_{12} = q_{12} = -190.4 \dfrac{kJ}{kg}$

$$l_{23} = 0$$

$$l_{31} = \int_1^2 p dv = q_{31} - \Delta u_{31} = q_{31} - c_v \left(T_1 - T_3\right) = q_{31} - \frac{R}{k-1} \left(T_1 - T_3\right) = 286.6 \frac{kJ}{kg}$$

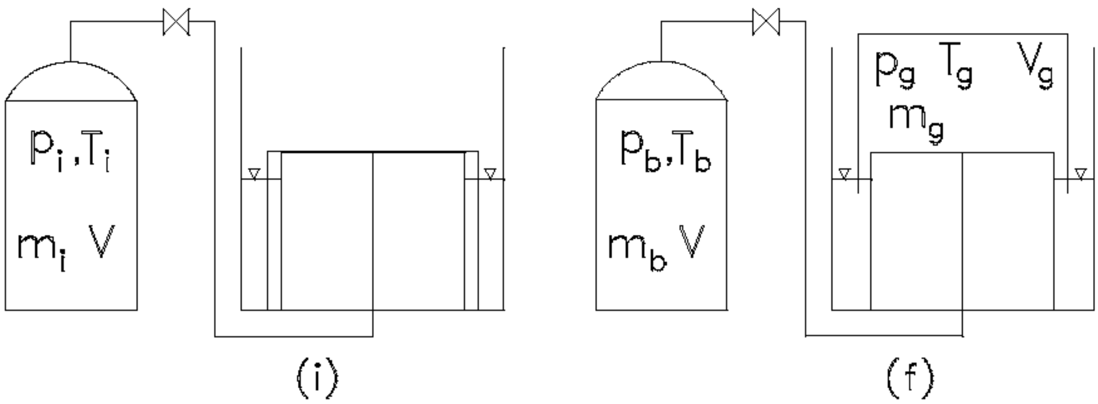
11. Gasometro

Un gasometro (contenitore a pressione costante e volume variabile), inizialmente vuoto, viene alimentato da una bombola, attraverso un rubinetto riduttore di pressione, con gas elio. L'elio si può considerare, in questo processo, come gas ideale a calori specifici costanti, con k = 1.665 e massa molecolare M = 4.003 kg/kmol. La bombola ha volume V = 0.7 m^3 ed all'inizio del processo contiene gas alla pressione p = 80 ata e temperatura t = 27 °C. Alla fine del processo, che può considerarsi ovunque adiabatico, la pressione del gas nella bombola e nel gasometro è p = 1 ata (pari alla pressione atmosferica esterna). Valutare, considerando quasi – statica l'espansione del gas residuo nella bombola:

1. La massa m_g di gas fluita nel gasometro;

2. La temperatura T_g del gas nel gasometro alla fine del processo (ad equilibrio raggiunto).

SVOLGIMENTO



Il sistema costituito da bombola + gasometro costituisce un sistema chiuso, deformabile, adiabatico e perciò dal I principio della termodinamica risulta:

$$U_f - U_i = -L$$

Il lavoro è compiuto dal sistema contro la pressione atmosferica (costante), per cui, indicando con g le condizioni finali all'interno del gasometro e con b quelle della bombola si ha che:

$$L = p_a \cdot V_g$$

poiché il gasometro è passato da un volume iniziale zero ad un volume finale V_g.

Ricordiamo che per l'equilibrio delle forze si ha che $p_a = p_g$.

Valutiamo ora l'energia interna nelle condizioni iniziali e finali:

$$U_i = m_i c_v T_i$$
$$U_f = m_b c_v T_b + m_g c_v T_g$$

con $m_i = m_b + m_g$

calcoliamo la costante R per l'elio:

$$R = \frac{R^*}{M} = \frac{8314}{4.003} = 2077 \frac{J}{kg\ K}$$

Dall'equazione dei gas perfetti ricaviamo la massa iniziale di elio presente nella bombola:

$$m_i = \frac{p_i V_i}{R T_i} = \frac{80 \cdot 9.81 \cdot 10^4 \cdot 0.7}{2077 \cdot 300} = 8.814\ kg$$

Poiché il processo di espansione del gas residuo nella bombola è adiabatico e quasi statico allora esso risulta una politropica di esponente k: pv^k = cost.

Quindi risulta che:

$$T_b = T_i \left(\frac{p_i}{p_b} \right)^{\frac{1-k}{k}} = 300 \cdot 80^{\frac{1-1.665}{1.665}} = 52.12\ K = -221\ °C$$

la massa di elio residuo nella bombola lo calcoliamo dall'equazione di stato dei gas perfetti:

$$m_b = \frac{p_b V_b}{R T_b} = \frac{9.81 \cdot 10^4 \cdot 0.7}{2077 \cdot 52.12} = 0.634\ kg$$

quindi la massa di gas m_g fluita nel gasometro vale:

$$m_g = m_i - m_b = 8.814 - 0.634 = 8.18\ kg$$

il lavoro compiuto lo possiamo scrivere utilizzando l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$L = p_g \cdot V_g = m_g R T_g$$

ricordando che dal primo principio si ha che:

$$U_f - U_i = -L$$

possiamo scrivere la seguente equazione:

$$m_b c_v T_b + m_g c_v T_g - m_i c_v T_i = -m_g R T_g$$

ricordando che

$$c_v = \frac{R}{k-1}$$

si ha che:

$$m_b \frac{\cancel{R}}{k-1} T_b + m_g \frac{\cancel{R}}{k-1} T_g - m_i \frac{\cancel{R}}{k-1} T_i = -m_g \cancel{R} T_g$$

dalla quale possiamo calcolare:

$$T_g = 191.7\ K = 81.5\ °C$$

12. Collettore solare

Ci si propone di utilizzare energia solare per produrre potenza meccanica. Si pensa di effettuare questa trasformazione raccogliendo l'energia solare per mezzo di un collettore a piastre che la trasferisce come calore al fluido operativo di una macchina termica. Tale macchina opera ciclicamente e scambia calore con l'aria esterna. Dall'esperienza, si ha che il flusso termico specifico, raccolto dal collettore, è pari a ϕ = 600 W/m^2 quando questo opera a 90 °C. Assumendo pari a 21 °C la temperatura dell'aria esterna, calcolare l'area minima del collettore per un impianto che fornisca la potenza di 1 kW.

<u>*SVOLGIMENTO*</u>

L'area minima per il collettore si ha quando il rendimento della macchina è massimo. Trattandosi di ciclo operante tra due temperature il rendimento massimo ottenibile è quello di Carnot:

$$\eta = 1 - \frac{T_0}{T} = 1 - \frac{21 + 273.15}{90 + 273.15} = 0.19$$

quindi la potenza termica necessario è:

$$q = \frac{P}{\eta} = \frac{10^3}{0.19} = 5263\,W$$

siccome la potenza termica è legata al flusso termico dalla relazione:

$$\phi = \frac{q}{A}$$

allora l'area minima necessaria è pari a:

$$A = \frac{q}{\phi} = \frac{5263}{600} = 8.77\ m^2$$

13. Sistema chiuso

Si abbia un sistema chiuso costituito da un cilindro contenente aria compressa, chiuso da un pistone supposto di massa trascurabile, caricato con un peso opportuno. Il sistema contenga inizialmente 10 kg d'aria a 27 °C e 10 ata, e la p ambiente esterna vale p_a = 1 bar. Ad un certo punto si dimezza improvvisamente il peso gravante sul pistone, il quale si solleva fino a raggiungere una nuova posizione di equilibrio. Calcolare, considerando il processo adiabatico e l'aria gas ideale (k = 1.4, R = R*/Ma = 8.314/28.9 = 0.287 kJ/kg):

a) la temperatura finale dell'aria;

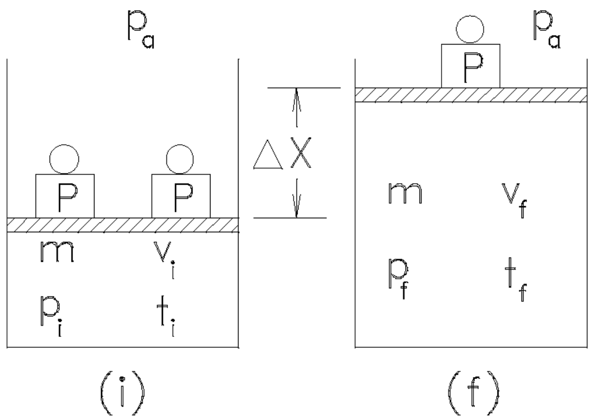
b) il lavoro scambiato con l'esterno;

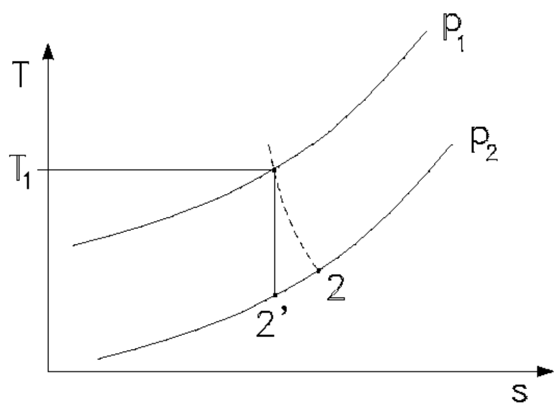
c) l'aumento di entropia dell'aria;

d) il rendimento isoentropico dell'espansione.

Aria: M = 28.9 kg/kmol

SVOLGIMENTO





Il lavoro totale è formato dal lavoro compiuto contro le forze di pressione esterne ed il lavoro dovuto all'aumento dell'energia potenziale del peso.

$$L_{if} = L_{Pe} + L_g$$

Si ha che:

$$L_{Pe} = p_a\ A\,\Delta X = p_a\ \Delta V = p_a\ (V_f - V_i)$$

Detto P il peso che viene sollevato, facendo l'equilibrio delle forze nelle condizioni finali si ha che:

(*) $$P = (p_f - p_a)\ A$$

Quindi:

$$L_g = (p_f - p_a)\ A\,\Delta X = (p_f - p_a)\,\Delta V$$

Risulta quindi:

$$L_{if} = p_a\ \Delta V + (p_f - p_a)\,\Delta V = p_f\ \Delta V$$

Dall'equilibrio delle forze nello stato iniziale si ha:

$$2P = A\,(p_i - p_a) \qquad \rightarrow \qquad P = \frac{A\,(p_i - p_a)}{2}$$

Sostituendo questo valore nell'equazione (*) si ottiene:

$$\frac{A\,(p_i - p_a)}{2} = (p_f - p_a)\ A$$

Da questa equazione si ottiene:

$$p_f = \frac{p_i + p_a}{2} = 5.4\ bar = 0.54\ MPa$$

Dal primo principio per sistemi chiusi si ha:

$$L_{if} = U_i - U_f$$

In questa espressione andiamo a sostituire l'espressione trovata per il lavoro e l'espressione per la variazione di energia interna per un gas perfetto:

$$\cancel{m}\ p_f\ (v_f - v_i) = \cancel{m}\ c_v\ (T_i - T_f)$$

Ricordando l'equazione dei gas ideali si ha che:

$$p_f\ R\left(\frac{T_f}{p_f} - \frac{T_i}{p_i}\right) = c_v\ (T_i - T_f)$$

In questa espressione l'unica incognita è T_f che quindi possiamo calcolare:

$$T_f = 260.1\ K$$

Nota la temperatura finale possiamo ora calcolare il lavoro:

$$L_{if} = U_i - U_f = m\ c_v\ (T_i - T_f) = 286.3\ kJ$$

Trattandosi di gas ideale allora:

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

La variazione totale di entalpia è quindi:

$$\Delta S = m\left(c_p \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) - R\ln\left(\frac{p_f}{p_i}\right)\right) = m\,R\left(\frac{k}{k-1}\ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) - \ln\left(\frac{p_f}{p_i}\right)\right) = m\,R\left(\ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)^{\frac{k}{k-1}}\left(\frac{p_i}{p_f}\right)\right) = 0.335\,\frac{kJ}{K}$$

Se l'aria si fosse espansa isoentropicamente dallo stato iniziale alla stessa pressione finale la temperatura sarebbe stata:

$$T'_f = T_i\left(\frac{p_f}{p_i}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 251.6\,K$$

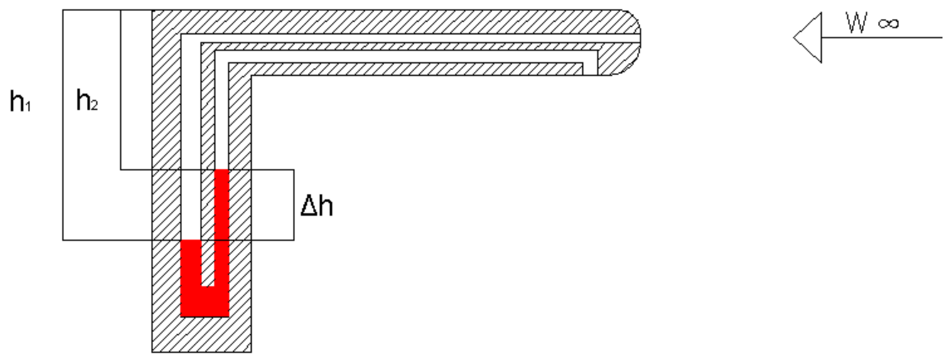
quindi:

$$\eta_{ie} = \frac{L_{if}}{L_{if'}} = \frac{c_v\left(T_i - T_f\right)}{c_v\left(T_i - T_{f'}\right)} = 0.824$$

14. Tubo di Pitot

Un tubo di Pitot è inserito in aria a pressione di 0.1013 MPa e temperatura di 100 °C (R = 287 J/kg K) in movimento con velocità w_∞ . Esso è collegato con un micromanometro ad alcool che da l'indicazione di 25 mm di colonna di alcool. La densità dell'alcool è 0.8 volte quella dell'acqua. Calcolare la velocità w_∞ .

<u>*SVOLGIMENTO*</u>



Il tubo di Pitot (schematizzato in figura) è uno strumento utilizzato per calcolare la velocità di un fluido che si muove con velocità w_∞ . Il tubo di Pitot è costituito da due canali che misurano la pressione del fluido in due punti diversi. Il primo canale rileva la pressione del fluido frontalmente al tubo, dove l'energia cinetica del fluido viene trasformata in energia di pressione. Nella sezione frontale del tubo, infatti, il flusso viene arrestato e la sua energia cinetica si trasforma in energia di pressione. Un altro canale, posto lateralmente al tubo, in una posizione in cui il fluido conserva una condizione indisturbata di moto con velocità w_∞ , rileva la pressione originale del fluido. La differenza di altezza $\Delta h = h_1 - h_2$ tra le due colonne di alcool all'interno del tubo di Pitot ci fornisce l'informazione sulla differenza tra le due pressioni misurate.

Considerando l'aria un gas perfetto si ha che la sua densità è:

$$\rho_{aria} = \frac{p}{R\,T} = 0.9466\,\frac{kg}{m^3}$$

Dal I° principio per sistemi aperti applicato all'aria nella sezione frontale del tubo, ricordando che in questo caso R = 0, Q = 0 e L = 0 con ρ = costante e velocità del fluido nulla in corrispondenza di tale sezione, si ha che:

$$\frac{w_\infty^2}{2} + \frac{p_2}{\rho_{aria}} = \frac{p_1}{\rho_{aria}}$$

Calcoliamo, quindi, il valore di w_∞ in funzione delle due pressioni:

$$w_\infty = \sqrt{2\left(\frac{p_1 - p_2}{\rho_{aria}}\right)}$$

Calcoliamo quindi la differenza tra le due pressioni facendo l'equilibrio delle due colonnine di alcool comunicanti:

$$p_1 + gh_1\ \rho_{aria} = p_2 + gh_2\ \rho_{aria} + g\Delta h\ \rho_{alcool}$$

Esplicitando la differenza di pressione si ha:

$$p_1 - p_2 = g\ \Delta h\ (\rho_{alcool} - \rho_{aria})$$

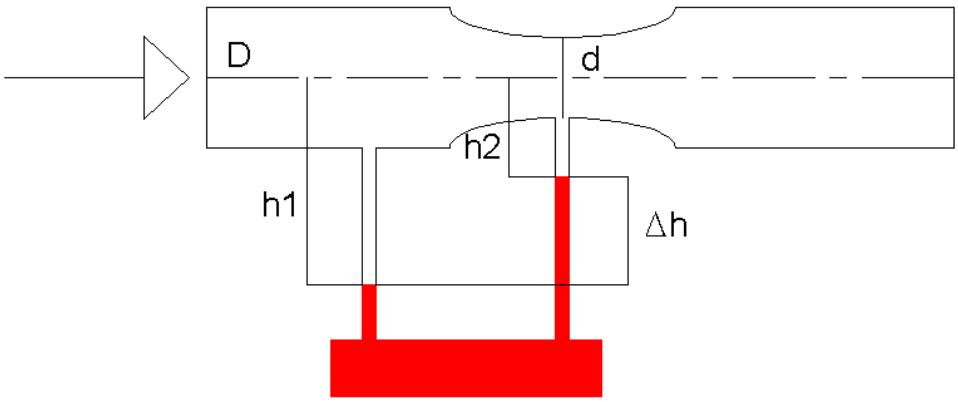
Ricordando che la densità dell'alcool è 800 kg/m^3 , siamo ora in grado di calcolare w_∞ :

$$w_\infty = \sqrt{2\left(\frac{p_1 - p_2}{\rho_{aria}}\right)} = \sqrt{2\left(\frac{g\ \Delta h\ (\rho_{alcool} - \rho_{aria})}{\rho_{aria}}\right)} = \sqrt{2\left(\frac{9.81\ \ 0.025\,(800 - 0.9466)}{0.9466}\right)} = 20.34\ \frac{m}{s}$$

15. Venturimetro

Un venturi è collegato ad un manometro differenziale che indica una differenza di pressione di 10 mmHg (ρ_{Hg} = 13596 kg/m^3). Le sezioni del venturimetro hanno diametri D = 50 mm e d = 30 mm. Il fluido che lo attraversa ha ρ_{fluido} = 900 kg/m^3 . Qual è la portata in massa del fluido e quale quella in volume?

<u>*SVOLGIMENTO*</u>



La portata in massa nella sezione di entrata si calcola dalla formula:

$$\dot{m} = \rho \; A_1 \; w_1$$

mentre quella volumetrica è:

$$\dot{V} = A_1 \; w_1$$

L'unica incognita è la velocità. Applichiamo l'equazione dell'energia meccanica tra la sezione d'ingresso e quella ristretta:

$$z_1 \; g + \frac{p_1}{\rho_{fluido}} + \frac{w_1^2}{2} = z_2 \; g + \frac{p_2}{\rho_{fluido}} + \frac{w_2^2}{2}$$

Siccome il tubo è orizzontale allora $z_1 = z_2$ e possiamo quindi scrivere:

$$(*) \; \frac{p_1 - p_2}{\rho_{fluido}} = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$$

Scriviamo l'equilibrio per le colonnine di mercurio del manometro differenziale, ricordando che $\Delta h = h_1 - h_2$:

$$p_1 + gh_1 \; \rho_{fluido} = p_2 + gh_2 \; \rho_{fluido} + g\Delta h \; \rho_{Hg}$$

Esplicitando la differenza di pressione si ha:

$$p_1 - p_2 = g \; \Delta h \; (\rho_{Hg} - \rho_{fluido})$$

L’unica incognita rimasta è w_2. Consideriamo il fluido incomprimibile e quindi con densità costante. Sotto questa ipotesi si conserva anche la portata volumica e quindi possiamo scrivere:

$$\dot{V} = A_1 \, w_1 = A_2 \, w_2$$

Possiamo quindi esprimere w_2 in funzione di w_1:

$$w_2 = w_1 \frac{A_1}{A_2}$$

Andando a sostituire i valori incogniti nell’equazione (*) ed esplicitando w_1 si ha:

$$w_1 = \sqrt{\frac{2g \, \Delta h \left(\rho_{Hg} - \rho_{fluido} \right)}{\left(\frac{D^4}{d^4} - 1 \right) \rho_{fluido}}} = 0.64195 \, \frac{m}{s}$$

Le portate valgono quindi:

$$\dot{m} = \rho \, A_1 \, w_1 = 1.13429 \, \frac{kg}{s}$$

$$\dot{V} = A_1 \, w_1 = 1.26 \, \frac{m^3}{s}$$

16. (Alfano pag. 198 N°2)

1000 kg/h di O_2 entrano in un condotto alla temperatura di 50 °C ed alla pressione di 5 bar. Calcolare la potenza termica somministrata per portare l'ossigeno nelle seguenti condizioni: temperatura 90 °C, pressione 3.5 bar. Successivamente la portata di O_2 subisce una laminazione che porta la pressione al valore di 1 bar. Calcolare la variazione di entropia oraria.

SVOLGIMENTO

Consideriamo l'O_2 come un gas perfetto. Calcoliamo quindi la costante R per questo gas:

$$\frac{R_{univ}}{M_{O_2}} = \frac{8314}{32} = 259.81 \frac{J}{kg\ K}$$

Dall'equazione di stato dei gas perfetti applicata nelle condizioni iniziali 1 si ha:

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{259.81\,(273+50)}{5\ 10^5} = 0.1678\,\frac{m^3}{kg}$$

Applichiamo il I° principio per sistemi aperti tra le condizioni 1 e 2:

$$\dot{H}_1 + \dot{m}\,(gz_1 + \frac{w_1^2}{2}) + \dot{Q} = \dot{H}_2 + \dot{m}\,(gz_2 + \frac{w_2^2}{2}) + \dot{L}$$

Trascurando le variazioni di altezza e di velocità tra le condizioni 1 e 2 e osservando che non c'è scambio di potenza meccanica e ricordando che $\dot{H} = \dot{m}\,h = \dot{m}\,c_p\,T$ e che per i gas biatomici

$c_p = \frac{7}{2} R = 0.909 \frac{kJ}{kg\ K}$, si ottiene:

$$\dot{Q} = \dot{m}\,(h_2 - h_1) = \dot{m}\,c_p\,(T_2 - T_1) = \frac{1000}{3600}\,0.909\,(90-50) = 10.1\,kW$$

La trasformazione effettuata dalle condizioni 2 alle condizioni 3 è una laminazione e quindi:

$$h_2 = h_3$$

Essendo il fluido un gas perfetto allora l'entalpia è funzione della sola temperatura e quindi risulta anche:

$$T_2 = T_3$$

Ricordando le relazioni per i gas perfetti che legano la variazione di entropia alle proprietà termodinamiche si ha che la variazione di entropia oraria è:

$$\dot{m}\,\Delta s = \dot{m}\,(c_p \ln\frac{T_3}{T_1} - R\ln\frac{p_3}{p_1}) = 1000\,(0.909\ln\frac{90+273}{50+273} - 0.25981\ln\frac{1}{5}) = 524.3\,\frac{kJ}{K\ h}$$

17. (Alfano pag. 199 N°3)

Una portata di 310 kg/h di H_2O subisce una laminazione. In una sezione 1, a monte della strozzatura, la pressione è di 20 atm e la temperatura è di 200 °C; in una sezione 2, a valle, la pressione è di 1 atm. Le sezioni 1 e 2 hanno un'area di 15 cm^2. Determinare i valori che assumono nella sezione 2:

a) la temperatura;

b) la velocità

SVOLGIMENTO

Dalla tabelle (pag. 349 Alfano) o da i diagrammi dell'H_2O leggiamo il valore dell'entalpia in corrispondenza della temperatura di 200 °C e della pressione di 20 atm

h_1 = 852.6 kJ/kg

Dalla tabella (pag. 348 Alfano) leggiamo nelle stesse condizioni il valore della densità:

$$\rho_1 = 865 \ \frac{kg}{m^3}$$

Dall'equazione della portata ricaviamo la velocità dell'acqua nella sezione 1:

$$w_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1 A_1} = \frac{\frac{310}{3600}}{865 \ 15 \ 10^{-4}} = 6.64 \ 10^{-2} \ \frac{m}{s}$$

Siccome la trasformazione 1-2 è una laminazione si ha che $h_1 = h_2$, quindi potremmo calcolare la temperatura finale dal diagramma di Mollier come intersezione tra una retta ad h = cost = h_1 e l'isobara con p = 1 atm; dopo la laminazione si avrà che l'entalpia totale h_2 sarà la somma della quota di entalpia spettante alla parte di acqua rimasta allo stato liquido più la quota di entalpia del vapore formatosi dopo la laminazione fino alla pressione di 1 atm. Purtroppo il diagramma di Mollier non ci consente di arrivare fino alla curva limite inferiore e perciò andiamo ad utilizzare le tabelle presenti sul testo. Effettuiamo il bilancio di entalpia:

$$h_2 = (1-x)\, h_{2L} + x\, h_{2vap}$$

Dove abbiamo indicato con *x* il titolo del vapore, con h_{2L} e h_{2vap} le entalpie del liquido e del vapore saturi alla pressione di 1 atm. Dalle tabelle si ha che:

h_{2L} = 419 kJ/kg e h_{2vap} = 2676.1 kJ/kg

e quindi possiamo calcolare il titolo *x*:

$$x = \frac{852.6 - 419}{2676.1 - 419} = 0.1921$$

Calcoliamo ora il volume specifico che sarà dato anche questa volta dai due contributi della fase liquida e di quella vapore ricavati dalle tabelle secondo la relazione:

$$v_2 = (1-x)\, v_{2L} + x\, v_{2vap} = (1 - 0.1921)\, 1.0435 \;\, 10^{-3} + 0.1921 \;\, 1.6729 = 0.3222\, \frac{m^3}{kg}$$

Possiamo ora calcolare la velocità nella sezione 2:

$$w_2 = \frac{\dot{m}\, v_2}{A_2} = \frac{\frac{310}{3600}\; 0.3222}{15 \;\, 10^{-4}} = 18.49\, \frac{m}{s}$$

Dopo questi primi calcoli applicando il I° principio per sistemi aperti, possiamo scrivere:

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2}$$

Per effettuare un calcolo più preciso bisogna ricalcolare il valore di h_2, ricavare il titolo e verificare nuovamente la w_2 fino alla coincidenza del valore imposto e del valore ricalcolato, a meno di differenze ritenute trascurabili.

18. (Alfano pag. 199 N°4)

Calcolare la potenza meccanica da somministrare ad una portata di 12.2 kg/h di una sostanza che evolve dalle condizioni p_1 = 1 atm, v_1 = 0.83 m^3/kg, w_1 = 2 m/s, z_1 = 3 m alle condizioni p_2 = 10 atm, w_2 = 5 m/s, z_2 = 3 m secondo una trasformazione politropica di esponente 1.3 nell'ipotesi di trascurabilità delle perdite di carico.

<u>*SVOLGIMENTO*</u>

Dall'equazione della politropica si ha che:

$$p\,v^{1.3} = p_1 v_1^{1.3} = p_2 v_2^{1.3}$$

quindi si ha che:

$$v_2 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{1.3}} = 0.1412\,\frac{m^3}{kg}$$

Dal I° principio per sistemi aperti trascurando le perdite di carico si ha che:

$$\int_1^2 v\,dp + g\,(z_2 - z_1) + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = -l$$

Ricordando che lo sviluppo dell'integrale per la politropica è $\int_1^2 v\,dp = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]$, si ottiene:

$$\frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right] + g\,(z_2 - z_1) + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = -l$$

e quindi:

$$l = -252.128\,\frac{kJ}{kg}$$

Per ottenere la potenza meccanica scambiata basta moltiplicare il lavoro massico per la portata:

$$\dot{L} = \dot{m}\,l = \frac{12.2}{3600}(-252.128) = -0.855\,kW$$

19. Vapor d'acqua

In un tubo a sezione circolare di diametro d = 0.0508 m scorre del vapor d'acqua umido avente temperatura T = 271 °C e titolo *x* = *0.98*. La portata di massa è G = 1.134 kg/s. Determinare la velocità supponendo omogeneo il miscuglio bifasico e che il moto sia unidimensionale.

<u>*SVOLGIMENTO*</u>

Il volume specifico alla temperatura di 271 °C per la fase vapore e per la fase liquida li possiamo ricavare dalle tabelle apposite. Per la fase liquida, però, la tabella non fornisce direttamente il valore di v_l a 271 °C. Dobbiamo effettuare quindi una interpolazione lineare. I valori forniti in tabella sono quelli relativi alle temperature di 270 °C e 280 °C che sono rispettivamente:

$$v_{l270} = 1302 \frac{cm^3}{kg} \qquad \text{e} \qquad v_{l280} = 1332 \frac{cm^3}{kg}$$

Dall'interpolazione lineare si ha che:

$$v_{l271} = v_{l270} + \frac{v_{l280} - v_{l270}}{280 - 270}(271 - 270) = 1305 \frac{cm^3}{kg} = 1.305 \; 10^{-3} \frac{m^3}{kg}$$

Lo stesso procedimento vale per il volume specifico della fase vapore dove troviamo i valori a 269.9 °C e 275.6 °C:

$$v_{v269.9} = 0.03563 \frac{m^3}{kg} \qquad \text{e} \qquad v_{v275.6} = 0.03244 \frac{m^3}{kg}$$

Interpolando otteniamo:

$$v_{v271} = 0.03501 \frac{m^3}{kg}$$

Il volume specifico della miscela bifasica risulta:

$$v = (1 - x)\, v_{l271} + x\, v_{v271} = 0.03501 \frac{m^3}{kg}$$

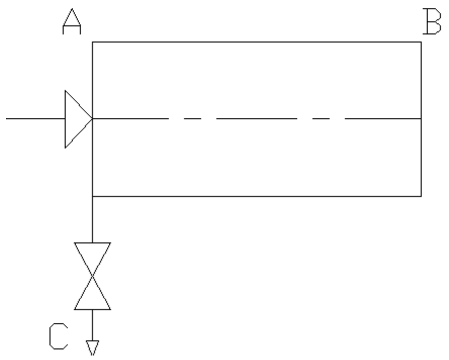
Dalla formula della portata ricaviamo la velocità:

$$w = \frac{4v\,G}{\pi\, d^2} = 19.2 \frac{m}{s}$$

20. (Alfano pag. 200 N°9)

In un condotto fluisce una portata di 300 kg/h di vapore d'acqua saturo. In una sezione A, dove regna una pressione di 39.7 bar, mediante un rubinetto si spilla del vapore; a valle del rubinetto, in C la pressione è di 1 bar e la temperatura è di 125 °C. Determinare il titolo del vapore nella sezione A. Sapendo inoltre che nel tratto del condotto compreso tra la sezione A e la sezione B, a valle di A, la potenza termica dispersa è di $7 \ 10^5 \ \frac{kJ}{h}$ **e che la pressione in B è di 14 bar determinare la temperatura del fluido nella sezione B, ritenendo trascurabile la portata di vapore spillata.**

<u>SVOLGIMENTO</u>



Convertiamo la portata nel S.I.:

$$\dot{m} = \frac{300}{3600} = 8.33 \ 10^{-2} \ \frac{kg}{s}$$

In prima approssimazione abbiamo che da A a C effettuiamo una laminazione e perciò:

$$h_A = h_C$$

Calcoliamo il valore dell'entalpia all'unità di massa nelle condizioni C delle quali ci viene fornita sia la pressione che la temperatura. Dalle tabelle ricaviamo che a 1 bar e 125 °C l'entalpia vale:

$$h_C = 2726 \frac{kJ}{kg}$$

Questo valore, per quanto detto in precedenza, è anche il valore dell'entalpia in A. Sempre dalle tabelle ricaviamo alla pressione di 39.7 bar i valori delle entalpie del liquido saturo e del vapore saturo:

$$h_l = 1085.36 \frac{kJ}{kg} \qquad \text{e} \qquad h_v = 2801.5 \frac{kJ}{kg}$$

Ricordando la relazione tra le entalpie della miscela si ha:

$$h_A = (1-x) \ h_l + x \ h_v$$

Dalla quale, sostituendo i valori noti, è possibile calcolare il titolo:

$$x = \frac{2726 - 1085.36}{2801.5 - 1085.36} = 0.956$$

Trascurando la portata spillata ed applicando il I° principio tra le sezioni A e B si ha:

$$\dot{m}\, h_A + \dot{Q} = \dot{m}\, h_B$$

Possiamo calcolare il valore dell'entalpia nella sezione B:

$$h_B = \frac{\dot{m}\, h_A + \dot{Q}}{\dot{m}} = 392\,\frac{kJ}{kg}$$

Dal valore della pressione in B (14 bar) e dal valore dell'entalpia ricaviamo dalle tabelle, con l'ausilio delle interpolazioni, il valore della temperatura:

$$T_B = 93.3\,°C$$

21. (Alfano pag. 223 N°7)

200 kg/h di aria avente un grado igrometrico di 0.7 sono portati dalla temperatura di 30 °C alla temperatura di 5 °C. Durante la trasformazione la pressione è costante e pari a 760 mm$_{Hg}$. Determinare la potenza termica da sottrarre.

SVOLGIMENTO

La potenza termica da sottrarre è data da:

$$\dot{Q} = \dot{m}\,(h_2 - h_1)$$

Le entalpie le andiamo a leggere dai diagrammi psicrometrici appositi (ASHRAE) in corrispondenza delle temperature in 1 e 2 e dell'umidità relativa del 70%. Abbiamo una prima trasformazione a titolo costante fino a raggiungere la curva di saturazione con umidità relativa del 100%. A questo punto il vapore comincia a condensare e proseguiamo lungo la curva al 100% di U.R. fino a che raggiungiamo la temperatura delle condizioni 2 (5 °C). In quel punto andiamo a leggere l'entalpia.

$$h_1 = 18.7\,\frac{kcal}{kg} = 18.7\;\;4.186 = 78.28\,\frac{kJ}{kg}$$

$$h_2 = 4.5\,\frac{kcal}{kg} = 4.5\;\;4.186 = 18.84\,\frac{kJ}{kg}$$

La potenza termica scambiata è:

$$\dot{Q} = \dot{m}\,(h_2 - h_1) = \frac{200}{3600}(4.5 - 18.7)\;4.186 = -3.3\;kW$$

22. (Alfano pag. 224 N°12)

In un ambiente arrivano due correnti (1 e 2) di aria umida; la corrente 1 ha una portata di aria secca $\dot{m}_{a1} = 2000 \frac{kg}{h}$**, una temperatura** t_1 **= 30 °C ed un grado igrometrico** $\Phi_1 = 0.5$**; la corrente 2 ha una portata di aria secca** $\dot{m}_{a2} = 1000 \frac{kg}{h}$**, una temperatura** t_2 **= 10 °C ed un grado igrometrico** $\Phi_2 = 0.2$**. Le due correnti si mescolano ricevendo dall'esterno 4500 kcal/h. La pressione è praticamente uniforme e pari a 1 atm. Calcolare la temperatura ed il grado igrometrico della corrente uscente.**

<u>*SVOLGIMENTO*</u>

Scriviamo le equazioni di conservazione per l'energia (I° principio), la portata di aria secca e quella di vapore:

(*) $$\dot{m}_{a1}\, h_1 + \dot{m}_{a2}\, h_2 + \dot{Q} = \dot{m}_{a3}\, h_3$$

(**) $$\dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2} = \dot{m}_{a3}$$

(***) $$x_1\, \dot{m}_{a1} + x_2\, \dot{m}_{a2} = x_3\, \dot{m}_{a3}$$

Dalla (**) ricaviamo la portata di aria secca uscente:

$$\dot{m}_{a3} = 3000 \frac{kg}{h}$$

Dal diagramma psicrometrico individuiamo i valori dell'entalpia e del titolo delle due correnti di aria umida a partire dai valori delle temperature e del grado psicrometrico:

$$h_1 = 15.5 \frac{kcal}{kg} = 15.5\ \ 4.186 = 64.88 \frac{kJ}{kg} \qquad \text{e} \qquad x_1 = 0.0135$$

$$h_2 = 3.5 \frac{kcal}{kg} = 3.5\ \ 4.186 = 14.65 \frac{kJ}{kg} \qquad \text{e} \qquad x_2 = 0.001825$$

Un modo alternativo per il calcolo del titolo è quello di calcolarlo tramite l'espressione analitica dell'entalpia:

$$h_1 = c_{p_{aria}}\ t_1 + x\,(h_{H_2O-0°C} + c_{p_{H_2O}}\ t_1) = 1.005\ \ 30 + x_1\ (2501.3 + 1.925\ \ 30)$$

Dalla quale si ricava:

$$x_1 = \frac{15.5\ \ 4.186 - 1.005\ \ 30}{2501.3 + 1.925\ \ 30} = 0.0135$$

Dall'equazione (*) ricaviamo il valore dell'entalpia h_3:

$$h_3 = \frac{\dot{m}_{a1}\ h_1 + \dot{m}_{a2}\ h_2 + \dot{Q}}{\dot{m}_{a3}} = 54.41\,\frac{kJ}{kg}$$

Dall'equazione (***) ricaviamo invece il valore del titolo x_3:

$$x_3 = \frac{x_1\ \dot{m}_{a1} + x_2\ \dot{m}_{a2}}{\dot{m}_{a3}} = 0.009608$$

Attraverso questi due dati dal diagramma psicrometrico andiamo a ricavare i valori per la temperatura e per il grado psicrometrico:

$t_3 = 29.6\ °C$ e $\phi_3 = 37\%$

23. (Alfano pag. 224 N°13)

Una corrente d'aria caratterizzata da una temperatura di 10 °C, da un grado igrometrico di 0.65 e da una portata di aria secca di 3.5 10^3 kg/h, entra in un condizionatore dove viene umidificata e riscaldata: in essa vengono spruzzati 22 kg/h di acqua a 12 °C che evaporano completamente; delle batterie di riscaldamento le forniscono 3.4 10^4 kcal/h. In tutto il sistema la pressione è uniforme e pari a 1 atm. Determinare le caratteristiche dell'aria all'uscita dal condizionatore.

<u>*SVOLGIMENTO*</u>

Per calcolare le caratteristiche dell'aria in uscita dobbiamo scrivere le equazioni di bilancio per l'energia, la portata di aria secca e quella di vapore:

(*) $\dot{m}_{a1}\, h_1 + \dot{m}_{H_2O}\, h_l + \dot{Q} = \dot{m}_{a2}\, h_2$

(**) $\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = 3.5\ 10^3\ \dfrac{kg}{h}$

(***) $x_1\, \dot{m}_{a1} + \dot{m}_{H_2O} = x_2\, \dot{m}_{a2}$

Dal diagramma psicrometrico ricaviamo il valore di h_1 e x_1 e dalle tabelle dell'acqua il valore dell'entalpia del liquido:

$$h_1 = 5.5\,\frac{kcal}{kg} = 23\,\frac{kJ}{kg}$$

$$x_1 = 0.005$$

$$h_l = 12\,\frac{kcal}{kg} = 50\,\frac{kJ}{kg}$$

Dall'equazione (*) ricaviamo il valore dell'entalpia all'uscita:

$$h_2 = \frac{\dot{m}_{a1}\, h_1 + \dot{m}_{H_2O}\, h_l + \dot{Q}}{\dot{m}_{a2}} = \frac{\dfrac{3.5\ 10^3}{3600} 5.5\ \ 4.186 + \dfrac{22}{3600} 12\ \ 4.186 + \dfrac{3.4}{3600}\ 10^4\ \ 4.186}{\dfrac{3.5\ 10^3}{3600}} = 64\,\frac{kJ}{kg}$$

Dall'equazione (***) ricaviamo il titolo all'uscita:

$$x_2 = \frac{x_1\, \dot{m}_{a1} + \dot{m}_{H_2O}}{\dot{m}_{a2}} = \frac{0.005\,\dfrac{3.5\ 10^3}{3600} + \dfrac{22}{3600}}{\dfrac{3.5\ 10^3}{3600}} = 0.011$$

24. (Alfano pag. 224 N°14)

Si vuole saturare una corrente di 1200 m^3/h d'aria umida, caratterizzata da una temperatura di 20 °C e da un grado igrometrico di 0.4, mediante spruzzamento di acqua. Supponendo che il sistema sia termicamente isolato, si determini la portata minima di acqua necessaria a saturare la corrente di aria umida nei casi a) b) e c) riportati più avanti. La pressione è uniforme in tutto il sistema e pari a 1 atm. L'acqua è a disposizione nelle seguenti condizioni: a) temperatura di 0 °C e pressione 1 atm; b) temperatura di 20 °C e pressione 1 atm; c) temperatura di 110 °C e pressione 1 atm.

<u>*SVOLGIMENTO*</u>

Scriviamo le equazioni di bilancio dell'energia e della portata di acqua ricordando che la portata di aria secca è la stessa sia in entrata che in uscita $\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dfrac{1200}{0.832 \cdot 3600} = 0.4 \dfrac{kg}{s}$:

(*) $\dot{m}_{a1}\, h_1 + \dot{m}_{H_2O}\, h_l = \dot{m}_{a1}\, h_2$

(**) $x_1\, \dot{m}_{a1} + \dot{m}_{H_2O} = x_2\, \dot{m}_{a1}$

Dividendo membro a membro si ottiene:

$$\frac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1} = h_l$$

Dalle tabelle dell'acqua si ricavano i seguenti valori per l'entalpia alle varie temperature:

$$h_{l0°C} = 0$$

$$h_{l20°C} = 20\,\frac{kcal}{kg} = 83.72\,\frac{kJ}{kg}$$

$$h_{l110°C} = 110\,\frac{kcal}{kg} = 460.46\,\frac{kJ}{kg}$$

Dal diagramma psicrometrico, invece, si ha che:

$$h_1 = 34.79\,\frac{kJ}{kg}$$

Sul diagramma psicrometrico andiamo a tracciare una trasformazione a con $\dfrac{\Delta h}{\Delta x}$ costante, fino ad incontrare la curva al 100% di umidità relativa.

Per t = 0 °C si ottiene un titolo $x_{2\_0} = 0.0089$

Dall'equazione (**) calcoliamo quanto vale la portata di acqua:

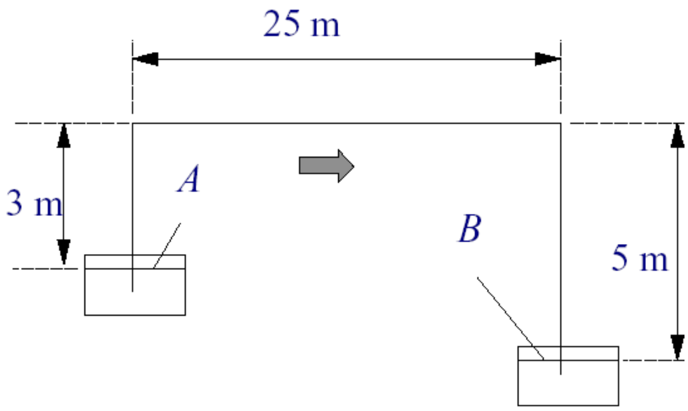
$$\dot{m}_{H_2O} = x_2 \ \dot{m}_{a1} - x_1 \ \dot{m}_{a1} = 0.0089 \ \ 0.4 - 0.006 \ \ 0.4 = 0.00116 \frac{kg}{s} \approx 4 \frac{kg}{h}$$

Si fa lo stesso procedimento per gli altri casi.

25. *Perdite di carico*

Un impianto a sifone per il travaso di olio d'oliva dal serbatoio A al serbatoio B è rappresentato nella figura. Una volta che il sifone è innescato, cioè tutto il tubo è pieno d'olio, il liquido passa spontaneamente da A a B per effetto gravimetrico. Si determini la portata che si stabilisce a regime nel sifone coi seguenti dati: il liquido è olio con t = 20 °C; viscosità = 8,3 10^{-3} Ns/m^2 ; densità = 920 kg/m^3 ; la tubazione è a sezione circolare (d = 10 mm) e composta di tre tratti rettilinei come in figura lunghi rispettivamente 3,1 m; 25 m; 5,1 m; con due gomiti a 90° (K = 0,3). In A e in B le estremità sono immerse per 10 cm nell'olio che danno una resistenza di imbocco con K = 0.5 e di sbocco con K = 1; entrambi i serbatoi sono aperti all'atmosfera; supporre il moto dell'olio nel condotto laminare.

SVOLGIMENTO



Prendiamo in considerazione le sezioni "1" e "2", costituite dalle superficie di separazione tra l'olio e l'aria nei due serbatoi. Scriviamo l'equazione dell'energia meccanica per un fluido incomprimibile tra le due sezioni. Supponendo che i due contenitori siano abbastanza larghi, consideriamo trascurabile la differenza tra le velocità; inoltre trascuriamo la differenza tra la pressione atmosferica in "1" e "2":

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + R = 0 \quad \rightarrow \quad g(z_1 - z_2) = R$$

Il termine R è la somma delle resistenze distribuite e di quelle concentrate tra "1" e "2". Cominciamo col supporre che il moto nel condotto sia laminare. Indicando la velocità media del fluido nel condotto con w le resistenze distribuite sono date da:

$$R' = \lambda \frac{L}{d} \frac{w^2}{2}$$

Per un flusso laminare si ha che:

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}} = \frac{64\,\mu}{\rho\, w\, d}$$

Le resistenze concentrate sono espresse nella forma:

$$R'' = \bar{K}\,\frac{w^2}{2}$$

dove $\bar{K}$ è la somma dei fattori corrispondenti alla resistenza d'imbocco, ai due gomiti e alla resistenza di sbocco:

$\bar{K}$ = 0.5 + 2 0.3 + 1 = 2.1

La resistenza totale della tubazione risulta:

$$R = R' + R''$$

Sostituendo nell’equazione di partenza si ha:

$$g(z_1 - z_2) = R = \left(\frac{64\,\mu}{\rho\, w\, d}\,\frac{L}{d} + 2.1\right)\frac{w^2}{2}$$

Ordinando e risolvendo, abbiamo:

$$w = 0.429\,\frac{m}{s}$$

scartando la soluzione negativa, non significativa. Alla velocità così trovata corrisponde il numero di Reynolds:

$$\mathrm{Re} = 475 < 2300$$

Questo valore di Re conferma l'ipotesi fatta di moto laminare e convalida il valore della velocità trovato. La portata risulta:

$$\dot{m} = \rho\,\frac{\pi\, d^2}{4}\, w = 0.031\,\frac{kg}{s} = 111\,\frac{kg}{s}$$

26. Ciclo Vapore

Un ciclo a vapore è caratterizzato dalle seguenti condizioni:

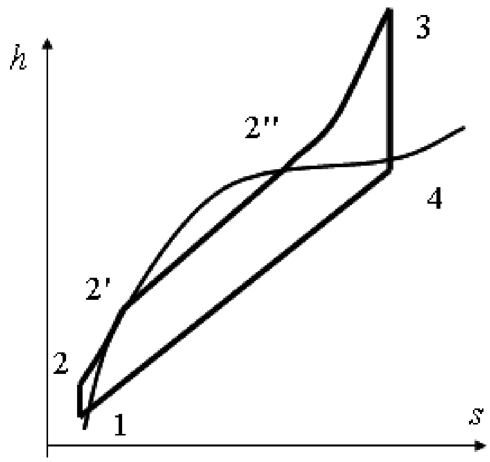
Ingresso in turbina: p_3 = 100 bar, t_3 = 550 °C

Uscita turbina: p_4 = 0.05 bar

Portata del vapore G_v = 100 ton/h

Rendimento termodinamico interno della turbina 0.8 e H_i = 9500 kcal/kg del combustibile con rendimento di combustione 0.95. Determinare il rendimento del ciclo, la portata del combustibile e la potenza utile.

<u>*SVOLGIMENTO*</u>



Dal diagramma di Mollier dalla temperatura e pressione del punto 3 ricavo quanto vale l'entalpia del vapore in quel punto:

$$h_3 = 3500 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Dal punto 3 individuato sul Mollier scendiamo lungo una trasformazione di espansione isoentropica fino ad incontrare l'isobara a p = 0.05 bar. Abbiamo così individuato il punto 4' che ha entalpia:

$$h_{4'} = 2060 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Dalla definizione di rendimento termodinamico interno per l'espansione si ha che:

$$\eta_{\vartheta i} = \frac{\Delta h_{reale}}{\Delta h_{isentropico}} = \frac{h_4 - h_3}{h_{4'} - h_3} \quad \rightarrow \quad h_4 = h_3 + \eta_{\vartheta i}\,(h_{4'} - h_3) = 3500 + 0.8\,(2060 - 3500) = 2350 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Dalla tabella del vapor d'acqua vado a ricavare il valore dell'entalpia nel punto 1 (liquido saturo) alla pressione di condensazione p_4 = 0.05 bar:

$$h_1 = 136 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Trascurando il lavoro necessario alla pompa (che è di gran lunga inferiore a quello ottenuto dalla turbina), si ha che la potenza utile è data da:

$$P_u = G_v\left(h_3 - h_4\right) = \frac{100\ 10^3}{3600}\left(3500 - 2350\right) = 31.9 \quad MW$$

Andando a trascurare il lavoro fornito alla pompa andiamo a calcola il calore trasferito al fluido dalla caldaia:

$$\dot{Q} = G_v\left(h_3 - h_2\right) \cong G_v\left(h_3 - h_1\right) = 93.45 \quad MW$$

Dalla definizione di rendimento del ciclo si ha che:

$$\eta = \frac{P_u}{\dot{Q}} = 0.34$$

La portata di combustibile, tenendo conto del rendimento di combustione e del potere calorifico inferiore è data da:

$$\dot{Q} = \eta_b\ G_b\ H_i \quad \rightarrow \quad G_b = \frac{\dot{Q}}{\eta_b\ H_i} = \frac{93.45\ 10^6}{0.95\ 9500\ 4186} = 2.474 \quad \frac{kg}{s}$$

27. Ciclo Vapore con 2 surriscaldamenti

Un ciclo a vapore con 2 surriscaldamenti ha le seguenti caratteristiche:

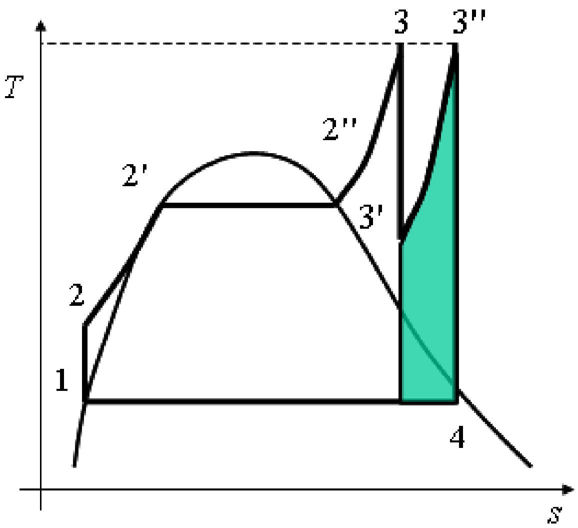
I turbina: p_3 = 100 bar, t_3 = 500 °C, $\eta_{\vartheta I} = 0.75$, $p_{3'}$ = 30 bar

Surriscaldatore: $p_{3''}$ = 30 bar, $t_{3''}$ = 500 °C

II turbina: $\eta_{\vartheta II} = 0.85$, p_4 = 0.05 bar.

Calcolare il rendimento dell'impianto.

<u>*SVOLGIMENTO*</u>



Dal diagramma di Mollier andiamo a calcolare l'entalpia del punto 3 note la pressione e la temperatura:

$$h_3 = 3375 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Se dal punto 3 ci muoviamo lungo una isoentropica fino a scendere alla pressione $p_{3'}$ otteniamo il punto 3'bis che ha entalpia:

$$h_{3'bis} = 3030 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Dal rendimento termodinamico interno della prima turbina possiamo calcolare il valore dell'entalpia del punto 3' reale:

$$h_{3'} = h_3 + \eta_{\vartheta I}\left(h_{3'bis} - h_3\right) = 3116 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Dalla pressione e dalla temperatura del punto 3'' possiamo risalire alla sua entalpia:

$$h_{3''} = 3455 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Come per la prima turbina ci muoviamo, partendo dal punto 3’’, lungo una trasformazione isoentropica fino ad incrociare l’isobara con pressione p_4. Otteniamo così il punto 4bis che ha entalpia:

$$h_{4bis} = 2210 \quad \frac{kJ}{kg}$$

L’entalpia del punto 4 la ricaviamo dalla definizione di rendimento termodinamico interno:

$$h_4 = h_{3''} + \eta_{\vartheta II} \left(h_{4bis} - h_{3''}\right) = 3455 + 0.85\left(2210 - 3455\right) = 2397 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Dalle tabelle del liquido saturo ricaviamo quanto vale l’entalpia del punto 1 in corrispondenza della pressione p_4:

$$h_1 = 136 \quad \frac{kJ}{kg}$$

La potenza utile è la somma della potenza ottenuta dalle due turbine:

$$P_u = G_v \left[\left(h_3 - h_{3'}\right) + \left(h_{3''} - h_4\right)\right]$$

Trascurando il lavoro fornito alla pompa si ha che il calore fornito al sistema è la somma del calore fornito per arrivare dal punto 1 al punto 3 e del calore da fornire per risurriscaldare dal punto 3’ al punto 3’’:

$$\dot{Q} = G_v \left[\left(h_3 - h_1\right) + \left(h_{3''} - h_{3'}\right)\right]$$

Dalla definizione di rendimento del ciclo abbiamo che:

$$\eta = \frac{P_u}{\dot{Q}} = \frac{\left(h_3 - h_{3'}\right) + \left(h_{3''} - h_4\right)}{\left(h_3 - h_1\right) + \left(h_{3''} - h_{3'}\right)} = 0.36$$

28. Ciclo Vapore con 2 surriscaldamenti rigenerativo

Un ciclo a vapore con 2 surriscaldamenti rigenerativo ha le seguenti caratteristiche:

Portata di vapore: G_v = 300 ton/h

I turbina: p_3 = 100 bar, t_3 = 550 °C, $t_{3'}$ = 350 °C

Surriscaldatore: $p_{3''}$ = 30 bar, $t_{3''}$ = 500 °C

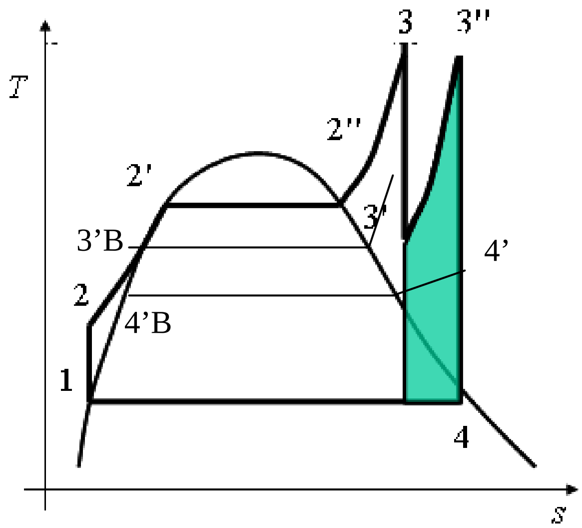
II turbina: p_4 = 0.1 bar, x_4 = 0.97

I spillamento: $t_{3'B}$ = 300 °C

Al secondo surriscaldamento la portata è G_v' = 230 ton/h mentre dopo il secondo spillamento la portata condensata al punto 4 è G_v'' = 180 ton/h. Calcolare potenza utile, rendimento e consumo di combustibile sapendo che $\eta_b = 0.89$ e H_i = 9500 kcal/kg

----

<u>*SVOLGIMENTO*</u>



Dal diagramma di Mollier ricaviamo:

p_3 = 100 bar, t_3 = 550 °C → $h_3 = 3500 \quad \frac{kJ}{kg}$

$p_{3'}$ = 30 bar, $t_{3'}$ = 350 °C → $h_{3'} = 3120 \quad \frac{kJ}{kg}$

$p_{3''}$ = 30 bar, $t_{3''}$ = 500 °C → $h_{3''} = 3455 \quad \frac{kJ}{kg}$

p_4 = 0.1 bar, x_3 = 0.97 → $h_4 = 2520 \quad \frac{kJ}{kg}$

Dalla tabella del vapor d'acqua vado a ricavare l'entalpia del liquido saturo dopo il I spillamento in corrispondenza della temperatura **$t_{3'B}$ = 300 °C** → $h_{3'B} = 1345 \quad \frac{kJ}{kg}$ ed in corrispondenza degli altri punti sulla curva limite inferiore:

$p_1 = p_4 = 0.1$ bar → $h_1 = 190 \quad \frac{kJ}{kg}$

Calcoliamo la potenza termica fornita che sarà la somma dei due contributi necessari per effettuare i due surriscaldamenti epurati dagli spillamenti:

$$\dot{Q} = G_v \left(h_3 - h_{3'B}\right) + G_v^{'} \left(h_{3''} - h_{3'}\right) = 201 \quad MW$$

La potenza termica ceduta al condensatore è:

$$\dot{Q}_2 = G_v^{''} \left(h_4 - h_1\right) = \frac{180 \ 10^3}{3600} \left(2520 - 190\right) = 116.5 \quad MW$$

Calcoliamo la potenza utile come differenza tra la potenza fornita e quella ceduta:

$$P_u = \dot{Q} - \dot{Q}_2 = 84.5 \quad MW$$

Il rendimento del ciclo (trascurando il lavoro della pompa) è:

$$\eta = \frac{P_u}{\dot{Q}} = 0.42$$

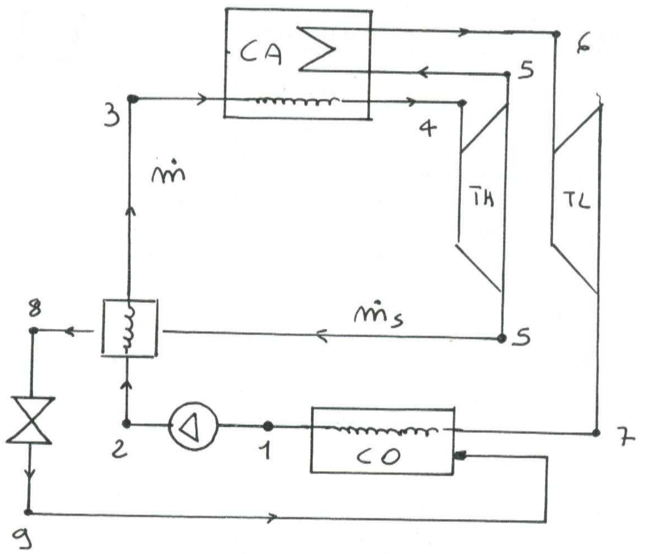
La portata di combustibile è:

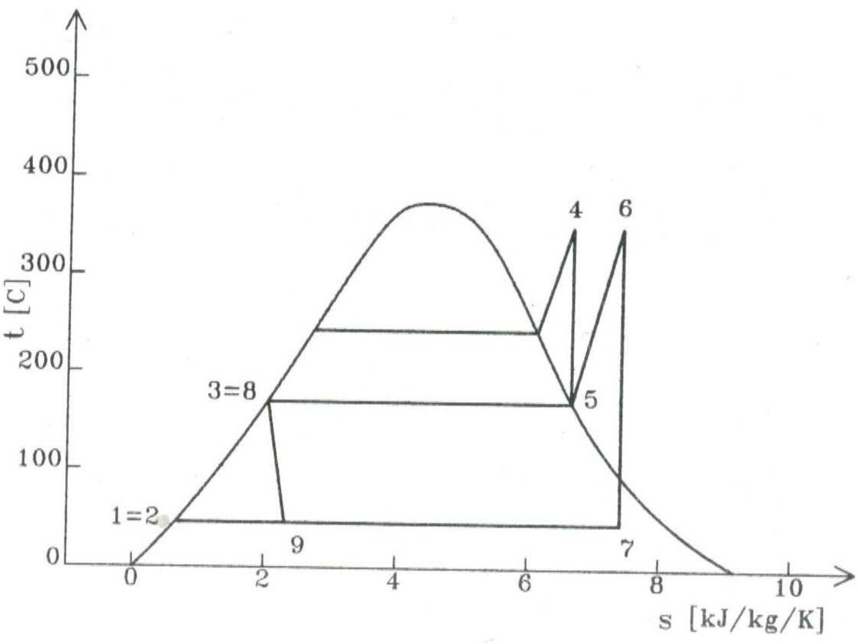
$$\dot{Q} = \eta_b \ G_b \ H_i \quad \rightarrow \quad G_b = \frac{\dot{Q}}{\eta_b \ H_i} = \frac{201 \ 10^6}{0.89 \ 9500 \ 4186} = 5.68 \quad \frac{kg}{s}$$

29. Ciclo Vapore con spillamento

Si consideri un ciclo Rankine con risurriscaldamento ed un rigeneratore a superficie con le seguenti caratteristiche: pressione in caldaia 3.5 MPa; temperatura dell'acqua all'uscita della caldaia 350 °C; pressione del primo spillamento 0.8 MPa; pressione di risurriscaldamento 0.8 MPa; temperatura dell'acqua all'uscita del risurriscaldatore 350 °C; pressione del condensatore 10 kPa; temperatura del fluido di lavoro all'uscita del rigeneratore pari alla temperatura di saturazione alla pressione di spillamento; macchine reversibili. Si calcoli il rendimento del ciclo.

<u>*SVOLGIMENTO*</u>





Dai dati abbiamo che:

$$p_2 = p_3 = p_4 = 3.5 \quad MPa$$

$$p_5 = p_6 = p_8 = 0.8 \quad MPa$$

$$p_9 = p_1 = 10 \quad kPa$$

$$T_4 = T_6 = 350 \quad °C$$

Dal diagramma di Mollier andiamo a leggere il valore dell'entalpia del punto 4 che ha pressione 3.5 MPa e temperatura 350 °C:

$$h_4 = 3104 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Il punto 5 lo individuiamo attraverso una trasformazione isoentropica che parte dal punto 4 (macchine reversibili) e termina alla pressione di 0.8 MPa:

$$h_5 = 2767 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Del punto 6 abbiamo pressione e temperatura e dal Mollier leggiamo:

$$h_6 = 3162 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Il punto 7 lo raggiungiamo attraverso un'espansione isoentropica che si arresta alla pressione di 10 kPa:

$$h_7 = 2348 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Il punto 8 lo individuiamo sulla curva del liquido saturo in corrispondenza della pressione di 0.8 MPa:

$$h_8 = 721 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Il punto 9 viene raggiunto attraverso una laminazione dal punto 8 (stessa entalpia del punto 8) fino alla pressione del condensatore.

Effettuando il bilancio di energia nel rigeneratore (scambiatore di calore a superficie) possiamo calcolare la frazione di portata spillata:

$$\dot{m}\left(h_3 - h_2\right) = \dot{m}_s\left(h_5 - h_8\right) \qquad \rightarrow \qquad \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}} = \frac{h_3 - h_2}{h_5 - h_8} = 0.257$$

Il lavoro all'unità di massa ottenuto dalle 2 turbine vale:

$$l_t = l_1 + l_2 = \left(h_4 - h_5\right) + \left(1 - \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}}\right)\left(h_6 - h_7\right) = 942 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Il calore totale fornito in caldaia per i 2 surriscaldamenti all'unità di massa è:

$$q = q_1 + q_2 = \left(h_4 - h_3\right) + \left(1 - \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}}\right)\left(h_6 - h_5\right) = 2676 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Il rendimento del ciclo è:

$$\eta = \frac{l_t}{q} = 0.352$$

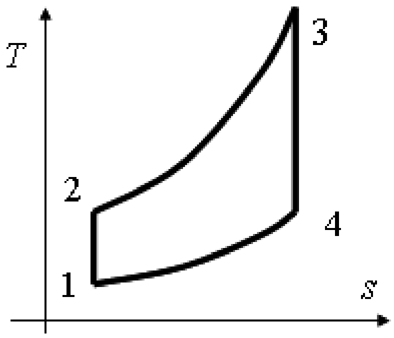
30. Ciclo Joule

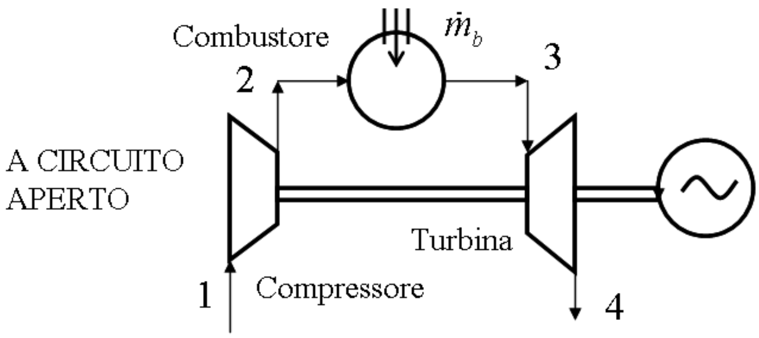
Un ciclo Joule che utilizza come fluido motore aria (c_p = 1.005 kJ/kg K; K = 1.4; R = 0.287 kJ/kg K) è caratterizzato dai seguenti parametri di funzionamento:

p_1 = 1 bar; t_1 = 10 °C = 283.15 K; p_3 = 5 bar; t_3 = 700 °C = 973.15 K.

Determinare il lavoro di espansione e di compressione per kg di fluido nonché il rendimento del ciclo.

<u>*SVOLGIMENTO*</u>





Il lavoro di espansione lo calcoliamo da:

$$L_e = L_{34} = -(h_4 - h_3) = -c_p\,(T_4 - T_3)$$

Il dato mancante è la temperatura del punto 4 che possiamo ricavare tenuto presente che la trasformazione 3-4 è una adiabatica reversibile e quindi una isoentropica:

$$T_4 = T_3\left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{K-1}{K}} = 973.15\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 614.4 \quad K$$

Quindi possiamo calcolare il lavoro:

$$L_e = L_{34} = -(h_4 - h_3) = -c_p\,(T_4 - T_3) = -1.005\,(614.4 - 973.15) = 360.5 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Questo lavoro potevamo calcolarlo anche come:

$$L_e = \frac{k}{k-1} R\, T_3 \left(1 - \left(\frac{1}{\beta} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)$$

ricordando che $\beta = \frac{p_2}{p_1}$

Il lavoro di compressione lo calcoliamo come:

$$L_c = L_{12} = -(h_2 - h_1) = -c_p\,(T_2 - T_1)$$

La temperatura del punto 2 la calcoliamo dalla trasformazione isoentropica:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 448.46 \quad K$$

Il lavoro di compressione vale quindi:

$$L_c = L_{12} = -(h_2 - h_1) = -c_p\,(T_2 - T_1) = -1.005\,(448.46 - 283.15) = -166.1 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Calcoliamo ora il rendimento del ciclo:

$$\eta = \frac{L_u}{Q} = \frac{L_e + L_c}{c_p\,(T_3 - T_2)} = \frac{360.5 - 166.1}{1.005\,(973.15 - 418.46)} = 0.37$$

Nel caso di trasformazione ideale (che è il caso di questo esercizio), si dimostra che il rendimento ideale si può esprimere nella forma:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}} = 1 - \frac{1}{5^{\frac{1.4-1}{1.4}}} = 0.37$$

Osservazioni:

Il rendimento del ciclo ideale può essere espresso in funzione del solo rapporto di compressione.

Per migliorare il rendimento del ciclo ideale possiamo agire su due parametri: il rapporto di compressione e il fluido operante (aumentando il valore di k).

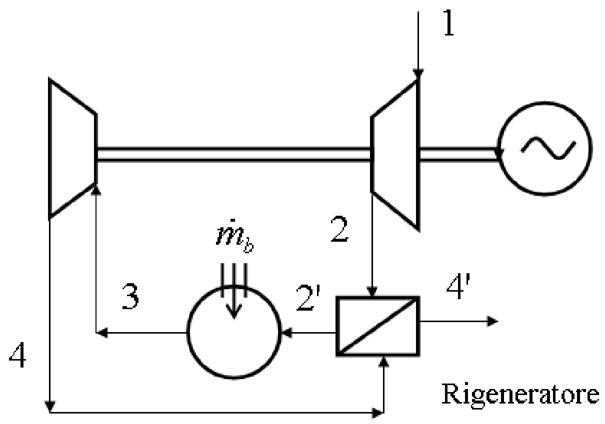
In funzione del rapporto di compressione abbiamo i seguenti rendimenti:

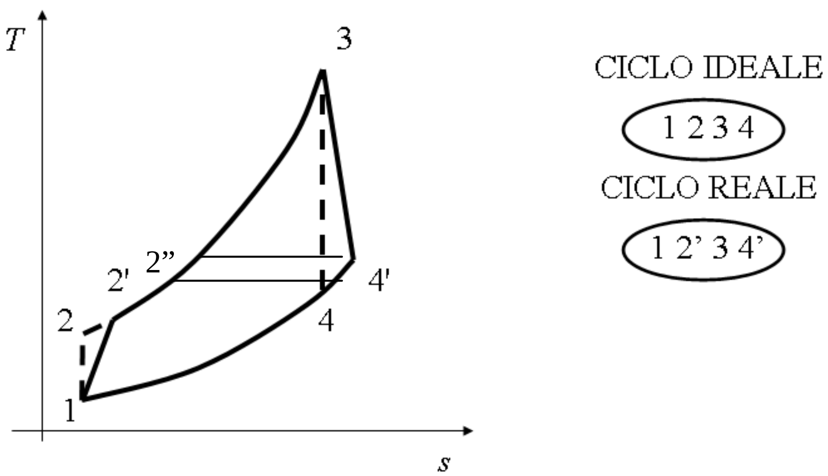
β	η
5	0.37
10	0.48
20	0.57
40	0.65

31. Ciclo Joule rigenerativo

Un impianto termico realizza un ciclo Joule rigenerativo elaborando una portata di aria di 300 kg/h a partire dalle condizioni ambiente (p_1 = 1 bar e t_1 = 20 °C) con una temperatura massima di esercizio t_3 = 700 °C e pressione massima p_3 = 7 bar. Si supponga che la compressione e l'espansione abbiano rendimenti termodinamici interni pari a 0.92. La rigenerazione avviene con un'efficacia dell' 80%. Calcolare i punti del ciclo ed il rendimento sia con che senza la rigenerazione.

SVOLGIMENTO





Ricaviamo la temperatura del punto 2 raggiunto con una trasformazione isoentropica:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 510.88 \quad K$$

Usando la definizione di rendimento termodinamico interno per la compressione si ha:

$$\eta_{\vartheta ic} = \frac{T_2 - T_1}{T_{2'} - T_1} \qquad \rightarrow \qquad T_{2'} = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{0.92} = 529.82 \quad K$$

Alla stessa maniera andiamo a calcolare le temperature per l'espansione:

$$T_4 = T_3 \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 558.04 \quad K$$

$$\eta_{\vartheta ie} = \frac{T_3 - T_{4'}}{T_3 - T_4} \qquad \rightarrow \qquad T_{4'} = T_3 - 0.92\left(T_3 - T_4\right) = 591 \quad K$$

Il rendimento del ciclo senza rigenerazione vale:

$$\eta_{sr} = \frac{T_3 - T_{4'} - \left(T_{2'} - T_1\right)}{T_3 - T_{2'}} = 0.32$$

Dalla definizione di efficacia della rigenerazione si ha che:

$$\varepsilon = \frac{T_{2''} - T_{2'}}{T_{4'} - T_{2'}} = 0.8$$

Possiamo calcolare il valore di $T_{2''}$:

$$T_{2''} = \varepsilon\left(T_{4'} - T_{2'}\right) + T_{2'} = 578.764 \quad K$$

Il rendimento con la rigenerazione vale:

$$\eta_{rig} = \frac{T_3 - T_{4'} - \left(T_{2'} - T_1\right)}{T_3 - T_{2''}} = 0.36825$$

Si ha un aumento di quasi 5%

La potenza meccanica ottenuta è:

$$P_u = \dot{m}\left(T_3 - T_{4'} + T_1 - T_{2'}\right) = \frac{300}{3600} 1.004\left(973 - 591 + 293 - 529.8\right) = 12.146 \quad kW$$

La potenza termica fornita senza rigenerazione e con rigenerazione:

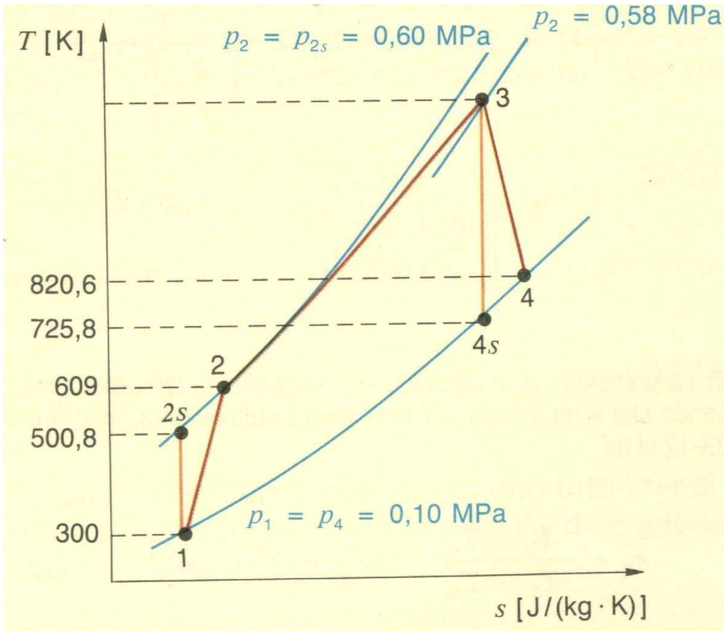
$$\dot{Q}_{sr} = \dot{m}\, c_p \left(T_3 - T_{2'}\right) = 37.07 \quad kW$$

$$\dot{Q}_{cr} = \dot{m}\, c_p \left(T_3 - T_{2''}\right) = 32.98 \quad kW$$

32. Ciclo Joule reale

In un ciclo Joule l'aria entra nel compressore alla pressione atmosferica $p_1 = 0.1 \quad MPa$ ed alla temperatura $T_1 = 300 \quad K$. Il rapporto di compressione è $\beta = \frac{p_2}{p_1} = 6$ e la temperatura massima è $T_3 = 1200 \quad K$. La caduta di pressione tra compressore e turbina è $\Delta p = p_2 - p_3 = 20 \quad kPa$. Si consideri l'aria un gas perfetto con k = 1.4. Determinare pressione e temperatura nei vari punti del ciclo, lavoro di compressione e di espansione, calore somministrato e rendimento del ciclo nell'ipotesi che i rendimenti termodinamici interni di compressore e turbina valgano rispettivamente: $\eta_{\vartheta ic} = 0.65$ e $\eta_{\vartheta it} = 0.8$.

SVOLGIMENTO



Calcoliamo i valori delle temperature e delle pressioni nei vari punti del ciclo.

Nel punto 1 abbiamo, dalle ipotesi della traccia:

$p_1 = 0.1 \quad MPa$ e $T_1 = 300 \quad K$

Dal punto 1 arriviamo al punto 2s attraverso una trasformazione isoentropica e pertanto:

$$T_{2s} = T_1 \beta^{\frac{k-1}{k}} = 300 \cdot 6^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 500.8 \quad K$$

La pressione del punto 2s è la stessa del punto 2 vale:

$$p_{2s} = p_2 = \beta \, p_1 = 0.6 \quad MPa$$

Attraverso la definizione del rendimento termodinamico interno per la compressione ricaviamo la temperatura nel punto 2:

$$\eta_{\vartheta ic} = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} \qquad \rightarrow \qquad T_2 = T_1 + \frac{T_{2s} - T_1}{\eta_{\vartheta ic}} = 609 \quad K$$

A causa della caduta di pressione all'interno del combustore la pressione all'ingresso della turbina vale:

$$p_3 = p_2 - \Delta p = 0.6 - 0.02 = 0.58 \quad MPa$$

La temperatura nel punto 3 è invece assegnata: $T_3 = 1200 \quad K$.

Al punto 4s arriviamo attraverso un'espansione isoentropica e la pressione in tale punto è la stessa del punto 1. Calcoliamo ora la temperatura del punto 4s:

$$T_{4s} = \frac{T_3}{\left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{k-1}{k}}} = \frac{1200}{\left(\frac{0.58}{0.1}\right)^{0.286}} = 725.8 \quad K$$

Dalla definizione di rendimento termodinamico interno per la turbina calcoliamo la temperatura del punto 4:

$$T_4 = T_3 - \eta_{\vartheta it}\left(T_3 - T_{4s}\right) = 820.6 \quad K$$

Il lavoro di compressione vale:

$$l_c = -c_p\left(T_2 - T_1\right) = -310 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Il lavoro di espansione vale:

$$l_t = -c_p\left(T_4 - T_3\right) = 380.7 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Il lavoro utile ottenuto è:

$$l_u = l_t + l_c = 70.7 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Il calore assorbito dal ciclo vale:

$$q = c_p\left(T_3 - T_2\right) = 593 \quad \frac{kJ}{kg}$$

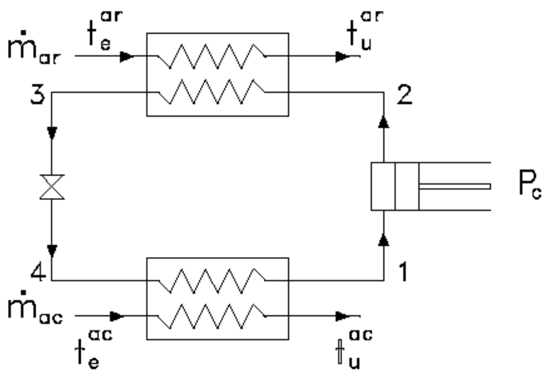
Il rendimento del ciclo è pertanto:

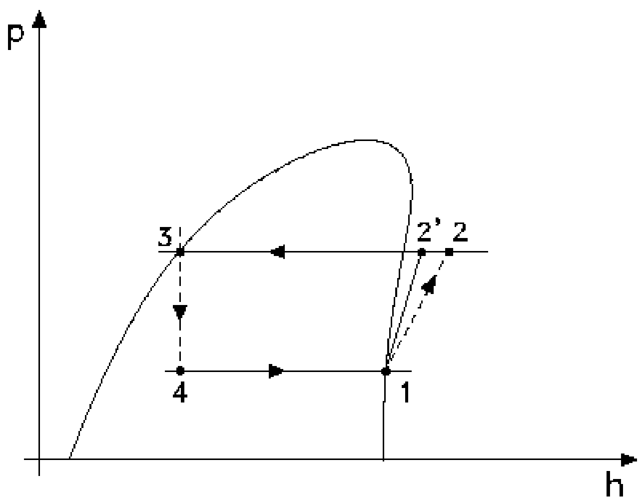
$$\eta = \frac{l_u}{q} = 0.12$$

33. Pompa di calore

Un ciclo a pompa di calore, funzionante con R-134a, deve riscaldare una portata d'aria, considerata gas ideale con cp = 1.007 kJ/kg K, di $\dot{m}_{ar} = 5000 \quad kg/h$ **dalla temperatura** $T_e^{ar} = 20 \quad °C$ **alla temperatura** $T_u^{ar} = 40 \quad °C$**. Le temperature di condensazione e di evaporazione del R-134a, adottate nell'impianto, sono rispettivamente Tc = 50 °C e Te = 10 °C, e non si ha sottoraffreddamento del liquido al condensatore né surriscaldamento del vapore all'evaporatore. La compressione è adiabatica con rendimento isoentropico pari a** $\eta_{\vartheta ic} = 0.9$**. Supponendo che nell'evaporatore circoli una portata d'acqua** $\dot{m}_{ac} = 4000 \quad kg/h$**, entrante a** $T_e^{ac} = 20 \quad °C$**, si determini: 1. La temperatura** T_u^{ac} **di uscita dell'acqua dall'evaporatore; 2. La potenza di compressione Pc.**

<u>*SVOLGIMENTO*</u>





Le informazioni fornite dalla traccia sono sufficienti per il calcolo delle proprietà dei punti 1, 2', 3 e 4. Il punto 1 lo individuiamo sfruttando l'informazione sulla temperatura di evaporazione.

Infatti $T_1 = T_e = 10$ °C. Sul diagramma p-h del R-134a andiamo ad individuare il punto 1 come intersezione della curva a 10 °C e la curva del vapore saturo.

Per questo punto troviamo che $h_1 = 404$ kJ/kg.

Il punto 3 lo individuiamo come intersezione della curva a temperatura del condensatore ($T_3 = T_c = 50$ °C) e la curva del liquido saturo. Il valore che leggiamo sul diagramma è $h_3 = 272$ kJ/kg.

Il punto 4 lo individuiamo ricordando che da 3 a 4 c'è una laminazione e quindi $h_4 = h_3 = 272$ kJ/kg e che il punto 4 si trova alla stessa temperatura e pressione del punto 1.

Il punto 2' si trova alla stessa pressione del punto 3 e siccome è il punto finale della compressione isoentropica che parte dal punto 1 ha anche la stessa entropia del punto 1. Quindi otteniamo il punto 2' come intersezione della isoentropica che passa dal punto 1 e dell'isobara che passa dal punto 3.

Il valore dell'entalpia che leggiamo per il punto 2' così ottenuto è $h_{2'} = 428$ kJ/kg.

Il punto 2 lo ricaviamo dalla definizione di rendimento termodinamico interno:

$$\eta_{\vartheta ic} = \frac{h_{2'} - h_1}{h_2 - h_1} \qquad \rightarrow \qquad h_2 = h_1 + \frac{h_{2'} - h_1}{\eta_{\vartheta ic}} = 404 + \frac{428 - 404}{0.9} = 430.67 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Riassumiamo in tabella i valori delle proprietà lette dal diagramma per i punti individuati:

	T [K]	p [Mpa]	v [m³/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg K]
1	283.15	0.4	0.05	404	1.72
2'	326.15	1.3	0.016	428	1.72
2	331.15	1.3	0.018	431	1.74
3	323.15	1.3	0.0009	272	1.23
4	283.15	0.4	0.015	272	1.25

La potenza termica necessaria per riscaldare l'aria dalle condizioni di ingresso a quelle di uscita è:

$$\dot{Q}_{23} = \dot{m}_{ar}\ c_p \left(t_u^{ar} - t_e^{ar}\right) = \frac{5000}{3600} 1.007\,(40 - 20) = 27.97 \quad kW$$

Questa stessa potenza termica è asportata dal condensatore nella trasformazione 2-3:

$$\dot{Q}_{23} = \dot{m}\left(h_2 - h_3\right)$$

Da questa espressione possiamo ricavare il valore della portata di R-134a necessaria alla pompa di calore per riscaldare l'aria:

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}_{23}}{h_2 - h_3} = \frac{27.97}{431 - 272} = 0.176 \quad \frac{kg}{s}$$

La potenza necessaria al compressore per comprimere il vapore da 1 a 2 è:

$$P_c = \left|P_{12}\right| = \dot{m}\left(h_2 - h_1\right) = 0.176\left(431 - 404\right) = 4.752 \quad kW$$

La potenza termica assorbita dal R-134a durante la fase di evaporazione 4-1 è:

$$\dot{Q}_{41} = \dot{m}\left(h_1 - h_4\right) = 0.176\left(404 - 272\right) = 23.23 \quad kW$$

Questa potenza termica è fornita dall'acqua circolante nell'evaporatore e quindi per il bilancio di energia deve risultare:

$$\dot{Q}_{14} = \dot{m}_{ac}\ c_{ac}\left(t_e^{ac} - t_u^{ac}\right)$$

dove c_{ac} è il calore specifico dell'acqua.

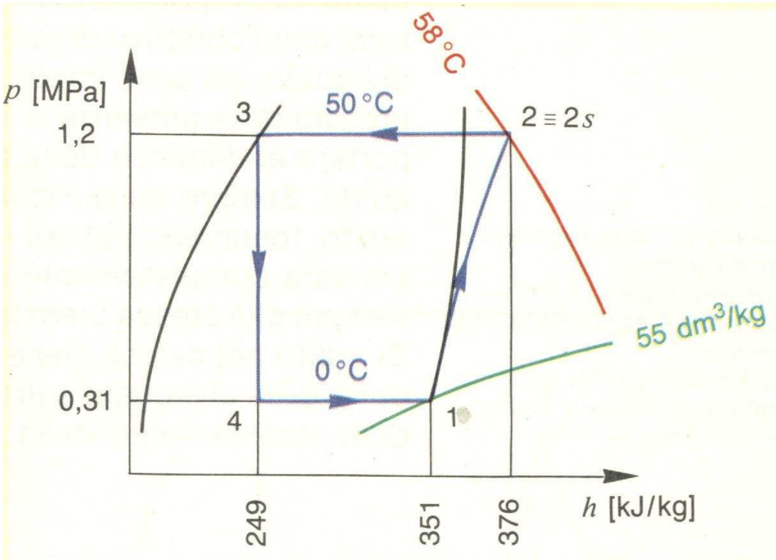
Possiamo ora calcora il valore della temperatura dell'acqua in uscita:

$$t_u^{ac} = t_e^{ac} - \frac{\dot{Q}_{41}}{\dot{m}_{ac}\ c_{ac}} = 20 - \frac{23.23}{\frac{4000}{3600}\ 4.186} = 15 \quad °C$$

34. Condizionatore da finestra

In un condizionatore da finestra, avente una potenza di 5 kW, il fluido di lavoro R12 compie il ciclo mostrato in figura tra una temperatura di evaporazione pari a 0 °C e una temperatura di condensazione pari a 50 °C. Calcolare: il coefficiente di effetto utile; la portata in massa del fluido refrigerante; la potenza ideale assorbita dal compressore.

SVOLGIMENTO



Il coefficiente di effetto utile è dato dal rapporto tra il calore di evaporazione ed il lavoro speso nel ciclo. Essendo la fase di compressione una trasformazione isoentropica allora:

$$COP_F = \varepsilon = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1}$$

Andiamo a determinare i valori delle entalpie dei punti del ciclo:

Lo stato 1 lo individuiamo in corrispondenza della temperatura di 0 °C e la curva di vapore saturo; lo stato 3 lo individuiamo come intersezione della curva di liquido saturo e la curva isoterma a 50 °C; il punto 2 lo individuiamo come intersezione della curva isoentropica passante per 1 e della curva isobara passante per 3. Il punto 4 ha la stessa entalpia del punto 3 e stessa temperatura del punto 1. Dal diagramma o dalle tabelle del R-12 leggiamo i valori delle corrispondenti entalpie:

$$h_1 = 351.477 \quad \frac{kJ}{kg}$$

$$h_2 = 376 \quad \frac{kJ}{kg}$$

$$h_3 = 248.884 \quad \frac{kJ}{kg}$$

$$h_4 = 248.884 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Calcoliamo quindi il coefficiente di effetto utile:

$$COP_F = \varepsilon = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} = \frac{351.477 - 248.884}{376 - 351.477} = 4.2$$

La potenza termica che occorre sottrarre è assegnata ($\dot{Q}_1 = 5 \quad kW$) e quindi la portata in massa di fluido refrigerante la possiamo ricavare da:

$$\dot{Q}_1 = \dot{m}\, q_1 \qquad \rightarrow \qquad \dot{m} = \frac{\dot{Q}_1}{q_1} = \frac{5}{102.6} = 0.049 \quad \frac{kg}{s}$$

La potenza ideale assorbita dal compressore è:

$$P_{ideale} = \dot{m}\, l_{12} = 0.049 \;\; 24.5 = 1.2 \quad kW$$

Confrontiamo il coefficiente di effetto frigorigeno ricavato con quello relativo ad un ciclo di Carnot inverso operante tra le stesse temperature:

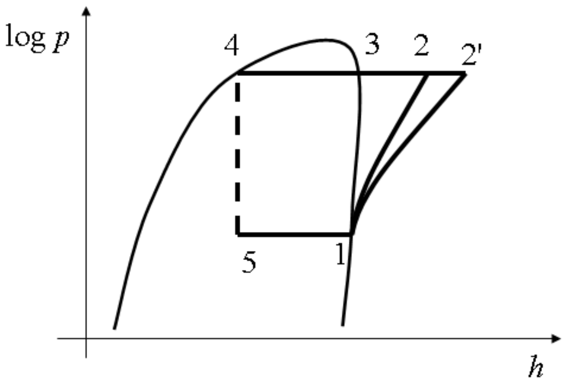
$$\varepsilon^{carnot} = \frac{273.15}{323.15 - 273.15} = 5.5$$

Questo valore è naturalmente più elevato di quello trovato in precedenza.

35. Pompa di calore per condizionamento invernale

Durante la stagione invernale si deve condizionare un ambiente operando con una pompa di calore con ciclo a compressione di vapore avente coefficiente di prestazione pari a 5,3. Il fluido frigorigeno da utilizzare è l'R-134a con portata di 0.03 kg/s, le pressioni massime e minime all'interno della pompa di calore sono di 1,5 e 10 bar e il rendimento termodinamico interno della trasformazione di compressione è pari a 0,9. Si indichi il valore di entalpia all'ingresso dell'evaporatore e la potenza termica fornita all'ambiente.

SVOLGIMENTO



Il punto 1 lo ricaviamo dall'intersezione della curva di vapore saturo con la pressione p = 1.5 bar.

$$h_1 = 385 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Dal punto 1 proseguiamo ad entropia costante (s = 1.73 kJ/kg K) fino ad incontrare la curva a pressione p = 10 bar. Abbiamo individuato il punto 2 che ha:

$$h_2 = 415 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Dal rendimento isoentropico del compressore ricaviamo il punto 2' che è alla stessa pressione ed ha entalpia:

$$\eta_{\vartheta ic} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2'} - h_1} \qquad \rightarrow \qquad h_{2'} = h_1 + \frac{h_2 - h_1}{\eta_{\vartheta ic}} = 385 + \frac{415 - 385}{0.9} = 418.33 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Dalla definizione di coefficiente di moltiplicazione termica per le pompe di calore si ha:

$$COP_{pdc} = r = \frac{h_{2'} - h_4}{h_{2'} - h_1} \qquad \rightarrow \qquad h_4 = h_{2'} - r\left(h_{2'} - h_1\right) = 418.33 - 5.3\left(418.33 - 385\right) = 241.663 \quad \frac{kJ}{kg}$$

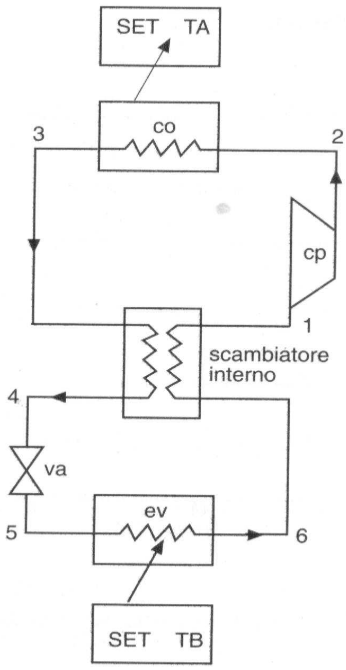
La potenza termica trasferita all'ambiente è invece:

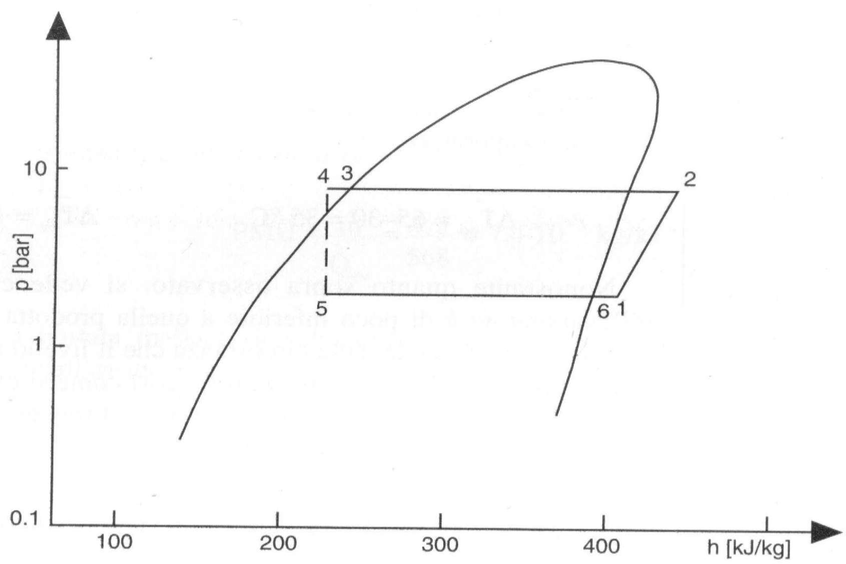
$$\dot{Q} = \dot{m}\left(h_{2'} - h_4\right) = 0.03\left(418.33 - 241.633\right) = 5.3 \quad kW$$

36. Ciclo frigorifero con surriscaldamento e sottoraffreddamento

Si consideri un ciclo frigorifero operante con R-134a secondo lo schema riportato in figura. Lo scambiatore di calore liquido-gas realizza il surriscaldamento del fluido all'uscita dell'evaporatore ed il suo sottoraffreddamento all'uscita del condensatore. Sono assegnati i seguenti dati: pressione nell'evaporatore 2 bar; pressione nel condensatore 7.7 bar; vapore saturo secco nelle condizioni 6; liquido saturo nelle condizioni 3; sottoraffreddamento 10 °C; rendimento termodinamico interno del compressore 80%; potenza trasferita all'evaporatore 1 kW. Calcolare il coefficiente di prestazione dell'impianto.

<u>*SVOLGIMENTO*</u>





Lo stato termodinamico del vapore aspirato dal compressore (punto 1) può essere calcolato in funzione della pressione nota (2 bar) e dell'entalpia specifica, calcolabile attraverso un bilancio di energia dello scambiatore di calore interno:

$$\dot{m}\left(h_1 - h_6\right) = \dot{m}\left(h_3 - h_4\right) \qquad \rightarrow \qquad h_1 = h_6 + \left(h_3 - h_4\right)$$

Il punto 6 lo individuiamo dalla pressione nell'evaporatore (2 bar) e dall'informazione che si trova sulla curva di vapore saturo. Dal diagramma o dalle tabelle si ha che:

$$h_6 = 391.3 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Il punto 3 lo individuiamo dalla pressione nel condensatore (7.7 bar) e dall'informazione che esso si trova sulla curva del liquido saturo:

$$h_3 = 241.5 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Sappiamo che il punto 4 lo raggiungiamo dopo un sottoraffreddamento di 10 °C e quindi esso si trova alla stessa pressione del punto 3, ma ad una temperatura di 10 °C inferiore rispetto al punto 3 (t_3 = 30 °C). Quindi andiamo a prendere il punto 4 in corrispondenza della pressione di 7.7 bar e temperatura di 20 °C:

$$h_4 = 227.2 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Abbiamo ora tutti i valori per calcolare il punto 1:

$$h_1 = h_6 + \left(h_3 - h_4\right) = 405.6 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Il punto 2 lo calcoliamo utilizzando la definizione di rendimento termodinamico interno per il compressore:

$$\eta_{\vartheta ic} = \frac{h_{2'} - h_1}{h_2 - h_1} \qquad \rightarrow \qquad h_2 = h_1 + \frac{h_{2'} - h_1}{\eta_{\vartheta ic}}$$

Il punto 2' è quello relativo ad una trasformazione di compressione isoentropica che parte dal punto 1 e termina alla pressione di 7.7 bar. Dal diagramma leggiamo la sua entalpia:

$$h_{2'} = 435.76 \quad \frac{kJ}{kg}$$

sostituendo i valori si ha che:

$$h_2 = 443.3 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Il punto 5 è alla stessa pressione dei punti 6 ed 1 ed ha la stessa entalpia del punto 4.

Dalla potenza termica assorbita dall'evaporatore possiamo calcolare la portata in massa del fluido refrigerante:

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}_{evap}}{h_6 - h_5} = 6.1 \quad 10^{-3} \quad \frac{kg}{s}$$

Calcoliamo la potenza necessaria al compressore:

$$\dot{L}_c = \dot{m}\left(h_2 - h_1\right) = 0.23 \quad kW$$

La potenza termica ceduta dal condensatore vale invece:

$$\dot{Q}_{cond} = \dot{m}\left(h_2 - h_3\right) = 1.23 \quad kW$$

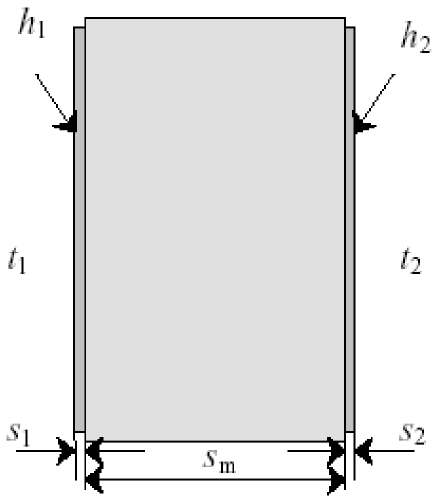
Il coefficiente di prestazione del ciclo frigorifero è:

$$COP_f = \frac{\dot{Q}_{evap}}{\dot{L}_c} = 4.35$$

37. Trasmissione del calore: parete piana

Una parete esterna di un edificio è costituita da uno strato di muratura di arenaria dello spessore s_m = 30 cm ricoperto su entrambe le facce da uno strato d'intonaco (k_i = 1.2 W/m °C) dello spessore s_i = 2.5 cm. Considerando la muratura come uno strato di materiale omogeneo con conducibiltà termica k_m = 1.45 W/m K e trascurando gli effetti dell'irraggiamento solare, calcolare il flusso termico specifico attraverso la parete in regime stazionario, se la temperatura dell'aria all'interno è t_1 = 19 °C e all'esterno è t_2 = 4 °C (coefficienti di trasmissione del calore per convezione h1 = 10 W/m^2 °C; h2 = 20 W/m^2 °C). Ripetere il calcolo per il caso di una parete fatta di una semplice lastra di vetro (k_v = 0,95 W/m °C) avente uno spessore s_v = 4 mm con le stesse condizioni di temperatura e gli stessi coefficienti di trasmissione del calore per convezione, sempre senza tener conto dell'irraggiamento solare.

SVOLGIMENTO



Supponiamo la parete di altezza indefinita trascurando lo scambio termico per irraggiamento. Le modalità di scambio termico che incontriamo in serie nel problema sono:

1) convezione tra l'aria a temperatura t_1 ed il primo strato di intonaco;
2) conduzione nel primo strato di intonaco;
3) conduzione all'interno della muratura;
4) conduzione nel secondo strato di intonaco;
5) convezione tra il secondo strato di intonaco e l'aria a temperatura t_2.

Per il calcolo della trasmittanza per unità di superficie del sistema teniamo conto di questi 5 contributi:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{h_1}+\frac{s_1}{k_1}+\frac{s_m}{k_m}+\frac{s_2}{k_2}+\frac{1}{h_2}} = \frac{1}{\frac{1}{10}+\frac{2.5\ 10^{-2}}{1.2}+\frac{0.3}{1.45}+\frac{2.5\ 10^{-2}}{1.2}+\frac{1}{20}} = 2.509 \quad \frac{W}{m^2\ °C}$$

Il flusso termico per unità di superficie della parete che passa dal lato 1 al lato 2 è:

$$\dot{q}_{12} = K(t_1 - t_2) = 2.509\,(19-4) = 37.6 \quad \frac{W}{m^2}$$

Se sotto le stesse ipotesi consideriamo una lastra di vetro allora la trasmittanza specifica è:

$$K' = \frac{1}{\frac{1}{h_1}+\frac{s_v}{k_v}+\frac{1}{h_2}} = \frac{1}{\frac{1}{10}+\frac{4\ 10^{-3}}{0.95}+\frac{1}{20}} = 6.485 \quad \frac{W}{m^2\ °C}$$

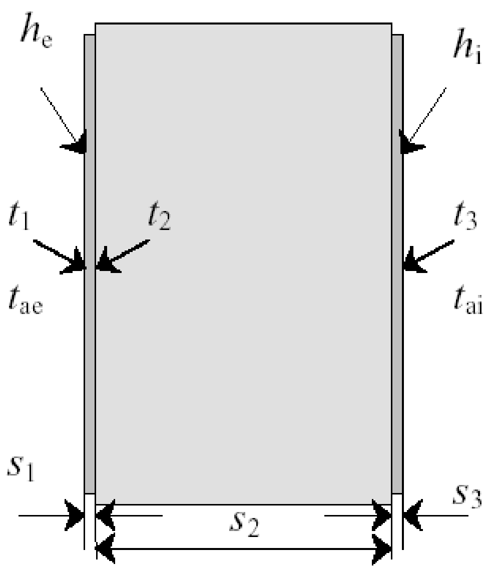
Il flusso termico per unità di superficie che passa dal lato 1 al lato 2 diventa:

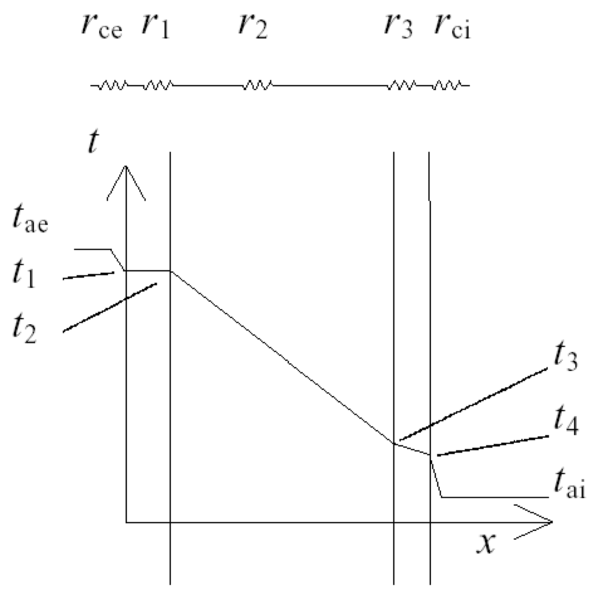
$$\dot{q}'_{12} = K'(t_1 - t_2) = 6.485\,(19-4) = 97.3 \quad \frac{W}{m^2}$$

38. *Trasmissione del calore ed analogia elettrica*

Una delle pareti di un armadio frigorifero è costituita da uno strato di isolante cellulare (una schiuma di poliuretano avente conducibilità termica k_2 = 0.037 kcal/h m K) di spessore s_2 = 32 mm racchiuso tra un lamierino di acciaio (k_1 = 63 W/m K, spessore s_1 = 0.3 mm) e un foglio di PVC (k_3 = 0.19 W/m K, s_3 = 2 mm). Calcolare la trasmittanza unitaria della parete, supponendo per i coefficienti di adduzione il valore h_e = 9 W/m^2 °C sulla faccia esterna e il valore h_i = 6 W /m^2 °C sulla faccia interna. Se la temperatura dell'aria dell'ambiente è t_{ae} = 26 °C e la temperatura dell'aria all'interno del frigorifero è t_{ai} = 2 °C, calcolare il flusso termico specifico e la temperatura superficiale esterna t_1. Riportare in un diagramma cartesiano l'andamento della temperatura lungo l'ascissa x normale alla parete.

<u>*SVOLGIMENTO*</u>





Esprimiamo la conducibilità termica dello strato isolante secondo il SI:

$$k_2 = 0.037 \quad \frac{kcal}{h\ m\ K} = \frac{0.037\ \ 4186}{3600} = 0.043 \quad \frac{W}{m\ K}$$

La trasmittanza unitaria vale:

$$K = \frac{1}{\dfrac{1}{h_e} + \sum_j \dfrac{s_j}{k_j} + \dfrac{1}{h_i}} = \frac{1}{\dfrac{1}{9} + \dfrac{0.3\ 10^{-3}}{63} + \dfrac{32\ 10^{-3}}{4.3\ 10^{-3}} + \dfrac{2\ 10^{-3}}{0.19} + \dfrac{1}{6}} = 0.9685 \quad \frac{W}{m^2\ °C}$$

Il flusso termico per unità di superficie risulta:

$$\dot{q}_{13} = K(t_{ae} - t_{ai}) = 0.9685\,(26-2) = 23.24 \quad \frac{W}{m^2}$$

Ricordando che il flusso termico che passa attraverso ogni strato è sempre lo stesso possiamo ricavare la temperatura dello strato 1 dalla relazione:

$$\dot{q} = \dot{q}_{13} = h_e\left(t_{ae} - t_1\right) \qquad \rightarrow \qquad t_1 = t_{ae} - \frac{\dot{q}}{h_e} = 26 - \frac{23.24}{9} = 23.4 \quad °C$$

Per tracciare il diagramma della temperatura in funzione dell'ascissa x abbiamo bisogno di conoscere, oltre alle temperature t_{ae} e t_{ai}, che sono assegnate, e alla t_1, già calcolata, anche le temperature t_2, t_3 e t_4.

È comodo utilizzare l'analogia elettrica, considerando i cinque resistori in serie e le corrispondenti resistenze:

$r_{ce} = 1/h_e$

$r_1 = s_1/k_1$

$r_2 = s_2/k_2$

$r_3 = s_3/k_3$

$r_{ci} = 1/h_i$

Si trovano per i due casi analoghi le seguenti relazioni:

CONDUZIONE ELETTRICA	TRASMISSIONE DEL CALORE
$R = \sum r = r_{ae} + r_1 + r_2 + r_3 + r_{ai}$	$\frac{1}{K} = \frac{1}{h_e} + \frac{s_1}{k_1} + \frac{s_2}{k_2} + \frac{s_3}{k_3} + \frac{1}{h_i}$
$i = \frac{V_e - V_i}{R}$	$\dot{q} = K\left(t_{ae} - t_{ai}\right)$

Per calcolare le temperature incognite ricordiamo che attraverso ogni strato passa lo stesso flusso termico e pertanto tra l'aria esterna, fino allo strato 2 usiamo le seguenti relazioni:

$$\frac{t_{ae} - t_2}{\frac{1}{h_e} + \frac{s_1}{k_1}} = \dot{q} = K(t_{ae} - t_{ai}) \qquad \rightarrow \qquad t_2 = t_{ae} - \dot{q}\left(\frac{1}{h_e} + \frac{s_1}{k_1}\right) = 23.4 \quad °C$$

Analogamente tra l'aria esterna e lo strato 3:

$$\frac{t_{ae} - t_3}{\frac{1}{h_e} + \frac{s_1}{k_1} + \frac{s_2}{k_2}} = \dot{q} = K(t_{ae} - t_{ai}) \qquad \rightarrow \qquad t_3 = t_{ae} - \dot{q}\left(\frac{1}{h_e} + \frac{s_1}{k_1} + \frac{s_2}{k_2}\right) = 6.1 \quad °C$$

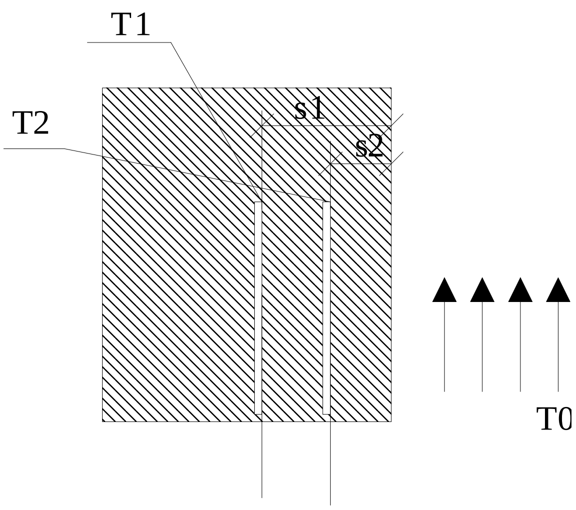
Per calcolare la temperatura nello strato 4 invece:

$$\frac{t_4 - t_{ai}}{\frac{1}{h_i}} = \dot{q} = K(t_{ae} - t_{ai}) \qquad \rightarrow \qquad t_4 = t_{ai} + \dot{q}\left(\frac{1}{h_i}\right) = 5.9 \quad °C$$

39. Determinazione sperimentale del coefficiente di convezione

Per determinare il coefficiente di convezione associato ad una corrente d'aria che lambisce la superficie di un pezzo di acciaio (k =44.7 kcal/m h K) di spessore elevato, vengono inserite due termocoppie nel pezzo ad una profondità di s_1 = 20 mm e s_2 = 10 mm dalla superficie, in direzione normale ad essa. Se le termocoppie misurano dei valori di temperatura di T_1 = 20 °C e T_2 = 25 °C quando la temperatura esterna dell'aria è mantenuta a T_0 = 100 °C, si calcoli il valore del coefficiente di convezione tra aria e parete.

<u>*SVOLGIMENTO*</u>



Il flusso termico che attraversa il pezzo di acciaio vale:

$$q = k\frac{(T_2 - T_1)}{(s_1 - s_2)} = 44.7\left(\frac{4186}{3600}\right)\frac{(25-20)}{(0.02-0.01)} = 25.9 \quad \frac{kW}{m^2}$$

La temperatura di parete vale:

$$T_p = T_1 + q\frac{s_1}{k} = 25 + 25900\frac{0.01}{44.7\left(\frac{4186}{3600}\right)} = 30 \quad °C$$

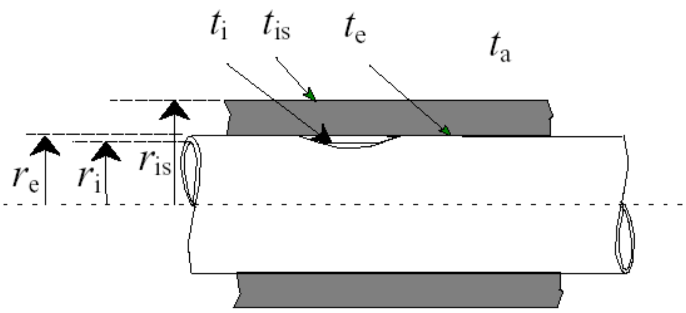
Il coefficiente di scambio termico si ottiene dal seguente bilancio:

$$\begin{cases} q_{conv} = q \\ h = \dfrac{q}{(T_a - T_p)} = \dfrac{25900}{(100-30)} = 371.4 \quad \dfrac{W}{m^2 K} \end{cases}$$

40. *Trasmissione del calore in cilindri cavi*

Una tubazione d'acciaio percorsa da vapor d'acqua (pressione p = 300 kPa e temperatura t_f = 230 °C) ha diametro esterno d_e = 108 mm e spessore s = 3.75 mm. Essa è collocata in aria alla temperatura t_a = 37 °C. Per la conducibilità termica dell'acciaio assumere: k_t = 75 W/ m K. Il tubo è rivestito da uno strato di isolante avente conduttività termica equivalente k_{is} = 0,055 W/m K. Coefficienti convettivi: alla parete interna h_i = 50 W/m^2 K; all'esterno h_e = 10 W/m^2 K. Calcolare lo spessore che l'isolante deve avere affinché la superficie esterna non superi la temperatura t_m = 62 °C.

SVOLGIMENTO



Adottiamo i seguenti simboli:

r_i; t_i = raggio e temperatura della faccia interna del tubo;

r_e; t_e = raggio e temperatura della faccia esterna del tubo;

r_{is}; t_{is} = raggio e temperatura della superficie esterna dello strato isolante.

La trasmittanza per unità di lunghezza dell'insieme del tubo e del rivestimento isolante è data da:

$$K = \frac{2\pi}{\frac{1}{h_i\, r_i} + \frac{\log\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{k_t} + \frac{\log\left(\frac{r_{is}}{r_e}\right)}{k_{is}} + \frac{1}{h_e\, r_{is}}}$$

Il flusso termico che attraversa il tubo per unità di lunghezza è:

$$\dot{q}_L = K(t_f - t_a)$$

Per determinare la temperatura della superficie esterna dello strato isolante da utilizzare utilizziamo la relazione:

$$\dot{q}_L = h_e\,(t_{is} - t_a)$$

Con questa relazione troviamo la relazione che deve essere soddisfatta:

$$t_{is} = t_a + \frac{\dot{q}_L}{h_e} = t_a + \frac{k\left(t_f - t_a\right)}{h_e} \le t_m$$

Da questa disequazione ricaviamo che:

$$K \le h_e \frac{t_m - t_a}{t_f - t_a} = 10 \frac{62-37}{230-37} = 1.295 \quad \frac{W}{m\ K}$$

Riprendendo l'espressione scritta in precedenza per K si ottiene la seguente disequazione:

$$K = \frac{2\pi}{\frac{1}{h_i\ r_i} + \frac{\log\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{k_t} + \frac{\log\left(\frac{r_{is}}{r_e}\right)}{k_{is}} + \frac{1}{h_e\ r_{is}}} \le 1.295 \quad \frac{W}{m\ K}$$

Sostituendo i valori noti e maneggiando opportunamente l'espressione otteniamo:

$$\frac{0.1}{r_{is}} + 18.1818\ \log\left(r_{is}\right) \ge -48.616$$

Possiamo risolvere questa disequazione con procedimento iterativo ed otteniamo:

$$r_{is} \ge 0.063 \quad m$$

Bisognerà applicare uno strato di isolante di spessore:

$$e = r_{is} - r_e \ge 63 - 54 = 9 \quad mm$$

41. Filo di rame percorso da corrente elettrica

Un filo di rame nudo rettilineo a sezione circolare è percorso da corrente elettrica. Esso è posto in aria calma alla temperatura t_F. Calcolare la temperatura alla quale si porta il filo nel regime permanente, assumendo i seguenti dati:

- diametro del filo: d = 1 mm;

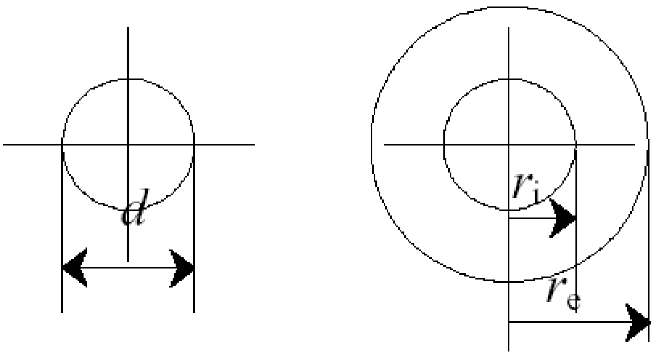
- potenza termica per unità di lunghezza generata dal filo percorso dalla corrente elettrica in condizioni di regime P_l = 25 mW/m

- temperatura dell'aria: t_F = 20 °C;

- coefficiente di scambio convettivo: h = 9 W/m^2 °C.

Ripetere il calcolo nell'ipotesi che il filo sia invece ricoperto da uno strato di isolante avente lo spessore s = 1 mm e la conducibilità termica k = 0,25 W/m °C.

SVOLGIMENTO



La potenza termica sviluppata dal filo per unità di superficie vale:

$$Q" = \frac{P_l}{\pi\, d} = 7.96 \quad \frac{W}{m^2}$$

Dalla definizione di coefficiente convettivo ricaviamo quanto vale la temperatura della superficie esterna del filo:

$$t_p = t_f + \frac{Q"}{h} = 20 + \frac{7.96}{9} = 20.9 \quad °C$$

Nel caso in cui applichiamo uno strato di isolante abbiamo che il raggio esterno diventa:

$$r_e = \frac{d}{2} + s = 0.5 + 1 = 1.5 \quad mm$$

La potenza termica per unità di lunghezza generata dal filo è sempre la stessa. Il nuovo valore della temperatura della superficie esterna del filo la calcoliamo da:

$$t'_p = t_f + \frac{P_l}{K'}$$

Dove la trasmittanza K’ vale:

$$K' = \frac{2\,\pi}{\dfrac{\ln\left(\dfrac{r_e}{r_i}\right)}{k} + \dfrac{1}{h_e\, r_e}} = 0.0801 \quad \frac{W}{m\,K}$$

da cui si ottiene:

$$t'_p = t_f + \frac{P_l}{K'} = 20.3 \quad °C$$

Con l’applicazione dello strato isolante, il filo di rame si porta ad una temperatura inferiore rispetto allo strato senza. Infatti il raggio esterno dell’isolante risulta minore di quello critico:

$$r_{cr} = \frac{k}{h} = \frac{0.25}{9} = 2.8\ 10^{-2} \quad m$$

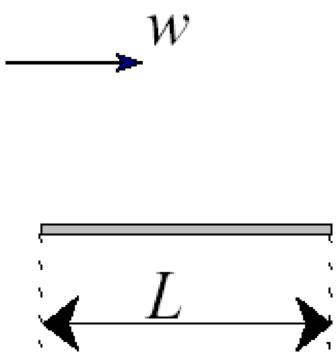
42. Convezione forzata su una lastra piana

Una corrente fluida lambisca parallelamente una parete rettangolare di lati L = 10 cm e b = 30 cm; la temperatura della parete sia t_p = 60 °C; quella del fluido t_f = 10 °C: la velocità del fluido sia w = 0.4 m/s. Calcolare il flusso termico nei due casi:

I) il fluido è aria alla pressione atmosferica normale;

II) il fluido è acqua.

<u>*SVOLGIMENTO*</u>



<u>Nota</u> : Per una parete piana di lunghezza L e temperatura t_p lambita da un fluido con velocità w si usa la seguente espressione del numero di Nusselt medio sull'intera lunghezza L, valida con moto laminare ($Re_L < 3\ 10^5$) e per $0.6 < Pr < 10$:

$$Nu_L = \frac{h\,L}{k} = 0.664\ \mathrm{Re}_L^{1/2}\ \mathrm{Pr}^{1/3}$$

Caso I). Per l'aria, considerando come temperatura la media delle temperature della parete e del fluido distante dalla parete $t_m = (t_p + t_f)/2$ = 35 °C = 308 K e interpolando linearmente tra i dati che troviamo in tabella, troviamo che la conducibilità termica, il numero di Prandtl e la viscosità cinematica valgono:

$$k = 26.85\quad 10^{-3}\quad \frac{W}{m\,K}$$

$$\mathrm{Pr} = 0.705$$

$$\nu = 16.44\ 10^{-6}\quad \frac{m^2}{s}$$

Calcoliamo il numero di Reynolds valutato sulla lunghezza L della parete:

$$\mathrm{Re}_L = \frac{w\,L}{\nu} = \frac{0.4\ \ 0.1}{16.44\ \ 10^{-6}} = 2433$$

Poiché il numero di Reynolds ottenuto è inferiore al valore di transizione ($Re_L < 3 \; 10^5$) allora il moto risulta laminare e possiamo applicare l'espressione vista in precedenza, dalla quale otteniamo:

$$h = \frac{k}{L} Nu_L = \frac{k}{L} 0.664 \; \mathrm{Re}_L^{1/2} \; \mathrm{Pr}^{1/3} = 7.83 \quad \frac{W}{m^2 \; K}$$

Possiamo ora calcolare in questo caso quanto vale la potenza termica scambiata per convezione:

$$\dot{Q}' = h\left(t_p - t_f\right) b \; L = 7.83\left(60 - 10\right) \; 0.3 \; 0.1 = 11.7 \quad W$$

Caso II). Per l'acqua troviamo in modo simile per t_m = 35 °C:

$$k = 0.625 \quad \frac{W}{m \; K}$$

$$\mathrm{Pr} = 4.80$$

$$\nu = 7.22 \; 10^{-7} \quad \frac{m^2}{s}$$

$$\mathrm{Re}_L = \frac{w \; L}{\nu} = \frac{0.4 \; 0.1}{7.22 \; 10^{-7}} = 5.5 \quad 10^4$$

Anche in questo caso il moto è laminare ed abbiamo:

$$h = \frac{k}{L} Nu_L = \frac{k}{L} 0.664 \; \mathrm{Re}_L^{1/2} \; \mathrm{Pr}^{1/3} = 1647 \quad \frac{W}{m^2 \; K}$$

La potenza termica scambiata in questo secondo caso vale:

$$\dot{Q}'' = h\left(t_p - t_f\right) b \; L = 1647\left(60 - 10\right) \; 0.3 \; 0.1 = 2.47 \quad kW$$

43. Tubo percorso da acqua

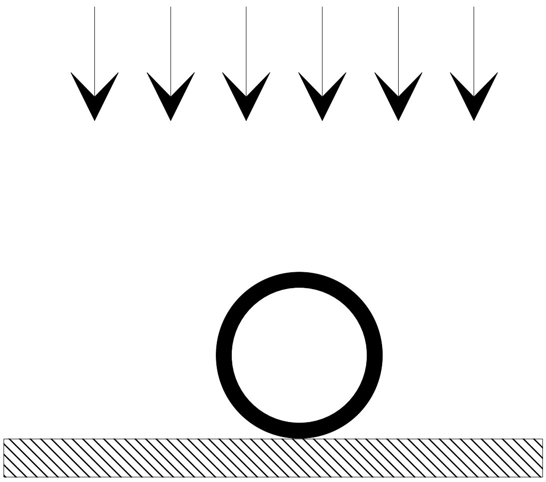
In un tubo nero di plastica scorre una portata in massa $\dot{m}$ di acqua in pressione pari a 0.1 kg/s; il tubo ha un diametro D di 60 mm e spessore trascurabile rispetto al diametro e l'acqua entra nel tubo ad una temperatura T_1 di 20 °C. Il tubo è esposto ai raggi solari in una tipica giornata estiva ricevendo un flusso termico 2 kW/m^2 uniforme. Quanto deve essere lungo il tubo in questione perché all'uscita si abbia dell'acqua calda alla temperatura T_2 di 80 °C?

Si calcoli inoltre la temperatura T_s a cui si porta la superficie del tubo in prossimità dell'uscita utilizzando la seguente correlazione per il calcolo del numero di Nusselt:

$$\begin{cases} Nu = 4.36 \quad se \;\; \mathrm{Re} < 3600 \\ Nu = 0.023\,\mathrm{Re}^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{0.4} \quad se \; \mathrm{Re} > 3600 \end{cases}$$

(per l'acqua: μ= 352 10^{-6} Ns/m^2 , cp = 4181 J/kg K , λ = 0.67 W/m K).

<u>*SVOLGIMENTO*</u>



Applicando il primo principio della termodinamica per sistemi aperti si ottiene che:

$$\dot{q}\frac{\pi D}{2}L = \dot{m}\,c_p(T_2 - T_1)$$

in cui si è fatta l'ipotesi che solo metà del tubo venga riscaldato dai raggi solari.

Da tale relazione si può calcolare la lunghezza che deve avere il tubo:

$$L = \frac{2\dot{m}\,c_p}{\dot{q}\pi D}(T_2 - T_1) = \frac{0.1 \;\; 4181}{2000 \;\; 3.14 \;\; 0.06}(80 - 20) = 66.58 \quad m$$

Si può quindi calcolare il numero di Reynolds all'interno del tubo:

$$\mathrm{Re} = \frac{w\,D}{\nu} = \frac{4\,\dot{m}}{\pi D \mu} = \frac{4 \;\; 0.1}{3.14 \;\; 0.06 \;\; 352 \;\; 10^{-6}} = 6032$$

Ricordando inoltre che il numero di Prandtl vale:

$$\Pr = \frac{\mu \, c_p}{\lambda} = \frac{352 \;\, 10^{-6} \;\, 4181}{0.67} = 2.197$$

in cui λ è la conducibilità del fluido, si ottiene dalla correlazione fornita il valore del numero di Nusselt,

$$\begin{cases} Nu = 4.36 \quad se \;\; \mathrm{Re} < 3600 \\ Nu = 0.023\,\mathrm{Re}^{0.8}\,\Pr^{0.4} \quad se \;\mathrm{Re} > 3600 \end{cases}$$

Siccome Re > 3600 allora:

$$Nu = 0.023\,\mathrm{Re}^{0.8}\,\Pr^{0.4} = 0.023 \;\; 6032^{0.8} \;\; 2.197^{0.4} = 33.329$$

da cui si ricava il valore del coefficiente di convezione h:

$$h = Nu\,\frac{\lambda}{D} = 33.329 \;\; \frac{0.67}{0.06} = 372.18 \quad \frac{W}{m^2 \; K}$$

A questo punto il valore della temperatura della superficie del tubo in prossimità dell’uscita si calcola utilizzando la legge di Newton per la convezione:

$$T_s = T_2 + \frac{\dot{q}}{h} = 80 + \frac{2000}{372.18} = 85.4 \quad °C$$

44. Tubo percorso da acqua 2

In un tubo di acciaio (λ=54 W/m K) scorre dell'acqua alla temperatura di mescolamento (T_w) di 58 °C (ν=0.478x10^{-6} m^2/s cp=4.1843 kJ/kg K ρ=985.46 kg/m^3, α=1.554x10^{-7} m^2/s) con una velocità media (w) di 0.4 m/s.; il tubo ha un diametro interno D pari a 3.5 cm ed uno spessore s pari a 2 mm.

Se l'ambiente esterno si trova alla temperatura (T_{ext}) di 20 °C ed il coefficiente di adduzione (h_{ext}) sulla superficie esterna vale 5 W/m^2 K, si calcoli:

1) la potenza termica scambiata con l'ambiente esterno ($\dot{Q}$) se il tubo è lungo 5 m

2) la riduzione della potenza scambiata ($a=\frac{\dot{Q}_{is}}{\dot{Q}}$) con l'esterno se il tubo viene isolato mediante una guaina di isolante di spessore (s_{is}) pari a 3 mm e conducibilità termica (λ_{is})pari a 0.03 W/m K .

(per il calcolo del coefficiente di scambio termico per convezione forzata tra acqua e parete interna del tubo si utilizzi la relazione di Dittus-Boelter: Nu=0.023 $Re^{0.8}$ $Pr^{0.4}$)

SVOLGIMENTO

Dalla relazione di Dittus Boelter si ricava il numero di Nusselt:

$$Nu = 0.023\left(\frac{wD}{\nu}\right)^{0.8}\left(\frac{\nu}{\alpha}\right)^{0.4} = 0.023\left(\frac{0.4\ \ 0.035}{0.478\ \ 10^{-6}}\right)^{0.8}\left(\frac{0.478\ \ 10^{-6}}{1.554\ \ 10^{-7}}\right)^{0.4} = 135$$

Dal numero di Nusselt si ricava il valore del coefficiente di scambio termico convettivo del lato interno:

$$h = \frac{Nu\lambda_w}{D} = \frac{Nu}{D}\rho c_p \alpha = \frac{135}{0.035} 985.46\ \ 4184.3\ \ 1.554\ \ 10^{-7} = 2471.6 \quad \frac{W}{m^2\ K}$$

A questo punto siamo in grado di calcolare le resistenze termiche associate alla convezione forzata lato interno (R_1), alla conduzione nel tubo (R_2) ed alla adduzione esterna (R_3):

$$\begin{cases} R_1 = \dfrac{1}{h\pi Dl} = \dfrac{1}{2471.6\ \ 3.14\ \ 0.035\ \ 5} = 7.363\ \ 10^{-4} \quad \dfrac{K}{W} \\ R_2 = \dfrac{\ln\left(\dfrac{(D+2s)}{D}\right)}{2\pi\lambda l} = \dfrac{\ln\left(\dfrac{(0.035+2\ \ 0.002)}{0.035}\right)}{2\ \ 3.14\ \ 54\ \ 5} = 6.382\ \ 10^{-5} \quad \dfrac{K}{W} \\ R_3 = \dfrac{1}{h_{ext}\pi(D+2s)l} = \dfrac{1}{5\ \ 3.14\ \ (0.035\ +2\ \ 0.002)\ \ 5} = 0.327 \quad \dfrac{K}{W} \end{cases}$$

La potenza termica scambiata con l'esterno si calcola mettendo in serie tali resistenze:

$$Q=\frac{\left(T_w-T_{ext}\right)}{R_{tot}}=\frac{\left(T_w-T_{ext}\right)}{R_1+R_2+R_3}=\frac{58-20}{7.363\ \ 10^{-4}+6.382\ \ 10^{-5}+0.327}=115.9\quad W$$

Aggiungendo uno strato di isolante si aggiunge una resistenza termica (R_4):

$$R_4(s_{is})=\frac{\ln\left(\frac{\left(D+2s+2s_{is}\right)}{D+2s}\right)}{2\pi\lambda_{is}l}=\frac{\ln\left(\frac{0.035+2\ \ 0.002+2\ \ 0.003}{0.035+2\ \ 0.002}\right)}{2\ \ 3.14\ \ 0.03\ \ 5}=0.1519\quad\frac{K}{W}$$

Il valore assunto da tale resistenza dipende dallo spessore dello strato di isolante.

E' possibile osservare come anche la resistenza termica R_3 dipenda dallo spessore dell'isolante in quanto variando il diametro esterno del tubo cambia la superficie di scambio esterna:

$$R_3(s_{is})=\frac{1}{h_{ext}\pi\left(D+2s+2s_{is}\right)l}=\frac{1}{5\ \ 3.14\ \ \left(0.035+2\ \ 0.002+2\ \ 0.003\right)\ 5}=0.283\quad\frac{K}{W}$$

Si può porre:

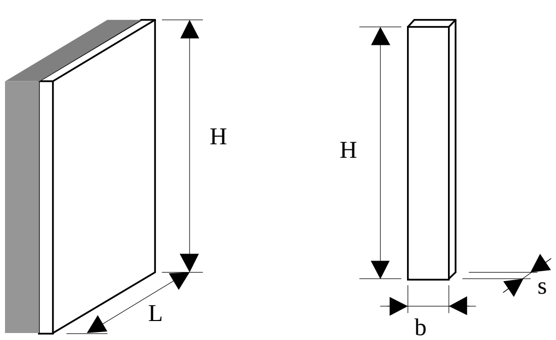
$$a=\frac{Q_{is}}{Q}=\frac{\left(T_w-T_{ext}\right)}{Q\left(R_1+R_2+R_3(s_{is})+R_4(s_{is})\right)}=\frac{58-20}{115.9\left(7.363\ \ 10^{-4}+6.382\ \ 10^{-5}+0.283+0.1519\right)}=0.7525$$

45. Alettatura

Si abbia un involucro metallico verticale di altezza H = 0.5 m e larghezza L = 0.7 m che racchiude dei componenti elettronici che dissipano complessivamente 150 W. La parte posteriore dell'involucro è isolata termicamente. Affinché i componenti non si danneggino la temperatura esterna dell'involucro non deve superare i 70 °C. La temperatura dell'aria ambiente è di 30 °C. Trascurando il calore dissipato per irraggiamento e l'effetto ai bordi, verificare se l'involucro è in grado di dissipare per convezione naturale tutta la potenza termica prodotta all'interno. Se non è sufficiente determinare il numero minimo di alette verticali metalliche (k=20 W/m K) da aggiungere all'involucro per ottenere il raffreddamento richiesto. Le alette abbiano le seguenti dimensioni: altezza H=0.5 m come l'involucro, larghezza b = 5 cm e spessore s = 4 mm con efficienza dell' 87%.

Le proprietà dell'aria nel campo di temperatura considerato siano le seguenti: numero di Prandtl Pr=0.71, viscosità cinematica v=1.7x10^{-5} (m^2/s), conducibilità=0.027 W/m K

SVOLGIMENTO



L'esercizio è costituito da due parti: la prima parte di verifica e la seconda parte di progettazione delle superfici alettate.

Nella prima parte, per calcolare la quantità di calore scambiata per convezione naturale è necessario determinare il coefficiente di convezione naturale h. Si può calcolare h in funzione del numero di Nusselt dopo aver calcolato Nusselt in funzione di Grashof e Prandtl mediante una correlazione idonea per il caso in esame. Nel caso di piastra piana verticale la correlazione va scelta in base al valore del numero di Rayleigh (Nu=0.59 Ra$^{0.25}$ per 10^4<Ra<10^9; Nu =0.1 Ra$^{0.33}$ per 10^9<Ra<10^{13}).

Il coefficiente di dilatazione β va calcolato come inverso della temperatura media assoluta dell'aria.

$$T_f = \frac{T_p + T_a}{2} = \frac{70+30}{2} = 50 \quad °C = 323 \quad K$$

β=1/323=0.0031 K^{-1}

$$Ra = Gr \cdot \Pr = \frac{g \cdot \beta \cdot D^3 (T_p - T_a)}{\nu^2} \cdot \Pr$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$Ra = \frac{9.81 \cdot 0.0031 \cdot 0.5^3 (70-30)}{(1.7 \cdot 10^{-5})^2} \cdot 0.71 = 5.2614 \cdot 10^8$$

Nu= 0.59 $Ra^{0.25}$ = 0.59 $(5.2614x10^8)^{0.25}$=89.36

$$h = \frac{Nu \cdot \lambda}{D} = \frac{89.36 \cdot 0.027}{0.5} = 4.8 \quad \frac{W}{m^2\ K}$$

La potenza termica dissipata dalla piastra senza alette risulta:

$$Q_{piastra} = S_{piastra}\ h\left(T_p - T_a\right) = 67.2 \quad W$$

Questo valore non è accettabile.

Dall'efficienza dell'aletta si può calcolare il calore effettivamente dissipato da una aletta. Dal calore dissipato da una aletta, si determina per tentativi il numero di alette necessarie considerando la superficie della piastra occupata dalle alette e quella che rimane libera.

$$\eta = \frac{Q_{aletta}}{Q_{\max\ aletta}} = 0.87$$

$$S_{aletta} = H \cdot (b + b + s) = 0.5 \cdot (0.05 + 0.05 + 0.004) = 0.052 \quad m^2$$

$Q_{max\ aletta}$= h $S_{aletta}(T_p-T_a)$ = 4.8x0.052x(70-30)=9.98 W

$Q_{aletta} = \eta \cdot Q_{\max\ aletta}$ =0.87x9.98=8.686 W

Con 10 alette

Q=Q_{al}+$Q_{no\ al}$=10x8.686 + h $S_{no\ al}$ (Tp-Ta)=

= 86.86+ 4.8(0.7x0.5-10x0.5x0.04)(70-30)=86.86+63.36=150.22 W

Il numero minimo di alette è quindi pari a 10.

46. Irraggiamento

Un fluido criogenico scorre all'interno di un lungo tubo cilindrico avente un diametro esterno d_1 di 20 mm la cui superficie esterna si trova alla temperatura T_1 di 77 K e può essere considerata come un corpo grigio avente un coefficiente a_1=0.02.

Il tubo è contenuto in un tubo cilindrico di vetro avente un diametro interno d_2 di 50 mm in modo tale che i due tubi risultano concentrici. Il tubo di vetro può considerarsi come un corpo grigio (a_2=0.08) alla temperatura ambiente T_2 (20 °C). Calcolare la potenza termica che viene scambiata per irraggiamento tra le due superfici per ogni metro di tubo ipotizzando che tra le due superfici sia stato fatto il vuoto.

Se tra le due superfici viene interposto uno schermo cilindrico coassiale alle due superfici di diametro d_3 pari a 35 mm (a_3=0.02) di quanto si riduce percentualmente la potenza termica scambiata per unità di lunghezza?

SVOLGIMENTO

La potenza termica scambiata per irraggiamento tra i due cilindri coassiali in assenza di schermo può essere valutata come segue:

$$\frac{\dot{Q}}{L}=\frac{\sigma\pi d_1\left(T_1^4-T_2^4\right)}{\frac{1}{a_1}+\left(\frac{1-a_2}{a_2}\right)\frac{d_1}{d_2}}=\frac{5.67\ 10^{-8}\ \ 0.02\ \left(77^4-293^4\right)}{\frac{1}{0.02}+\left(\frac{1-0.08}{0.08}\right)\frac{0.02}{0.05}}=-0.152\quad\frac{W}{m}$$

In presenza dello schermo la potenza scambiata può essere calcolata in egual modo considerando che la potenza termica scambiata dallo schermo con i due cilindri in regime stazionario deve essere la stessa:

$$\left(\frac{Q}{L}\right)_{sch}=\frac{\sigma\pi d_1\left(T_1^4-T_3^4\right)}{\frac{1}{a_1}+\left(\frac{1-a_3}{a_3}\right)\frac{d_1}{d_3}}=\frac{\sigma\pi d_3\left(T_3^4-T_2^4\right)}{\frac{1}{a_3}+\left(\frac{1-a_2}{a_2}\right)\frac{d_3}{d_2}}$$

equazione in cui compare come incognita la temperatura dello schermo T_3 .

Se si indica con:

$$\alpha_{12}=\frac{1}{a_1}+\left(\frac{1-a_2}{a_2}\right)\frac{d_1}{d_2}=\frac{1}{0.02}+\left(\frac{1-0.08}{0.08}\right)\frac{0.02}{0.05}=54.6$$

$$\alpha_{13}=\frac{1}{a_1}+\left(\frac{1-a_3}{a_3}\right)\frac{d_1}{d_3}=\frac{1}{0.02}+\left(\frac{1-0.02}{0.02}\right)\frac{0.02}{0.035}=78$$

$$\alpha_{32}=\frac{1}{a_3}+\left(\frac{1-a_2}{a_2}\right)\frac{d_3}{d_2}=\frac{1}{0.02}+\left(\frac{1-0.08}{0.08}\right)\frac{0.035}{0.05}=58.05$$

è facile ricavare il valore che assume in condizioni stazionarie la temperatura T_3 della superficie dello schermo:

$$T_3 = \sqrt[4]{\frac{\dfrac{d_1 T_1^4}{\alpha_{13}} + \dfrac{d_3 T_2^4}{\alpha_{32}}}{\dfrac{d_1}{\alpha_{13}} + \dfrac{d_3}{\alpha_{32}}}} = \sqrt[4]{\frac{\dfrac{0.02 \;\; 77^4}{78} + \dfrac{0.035 \;\; 293^4}{58.05}}{\dfrac{0.02}{78} + \dfrac{0.035}{58.05}}} = 268.3 \quad K$$

A questo punto utilizzando una delle relazioni precedentemente scritte si può calcolare il valore della potenza scambiata per irraggiamento in presenza dello schermo:

$$\left(\frac{Q}{L}\right)_{sch} = \frac{\sigma \pi d_1 \left(T_1^4 - T_3^4\right)}{\dfrac{1}{a_1} + \left(\dfrac{1-a_3}{a_3}\right)\dfrac{d_1}{d_3}} = \frac{5.67 \;\; 10^{-8} \;\; 0.02 \;\; \left(77^4 - 268.3^4\right)}{\dfrac{1}{0.02} + \left(\dfrac{1-0.02}{0.02}\right)\dfrac{0.02}{0.035}} = -0.0748 \quad \frac{W}{m}$$

La variazione percentuale della potenza termica scambiata con e senza schermo può essere calcolata in maniera estremamente semplice:

$$\Delta = \frac{\left(\dfrac{Q}{L}\right)_{sch} - \dfrac{Q}{L}}{\dfrac{Q}{L}} 100 = 50.8\%$$

47. Condizionamento

Per il condizionamento termoigrometrico estivo di una sala per riunioni si hanno i seguenti dati:

- temperatura di progetto dell'ambiente interno t_1 = 26 °C;

- umidità relativa di progetto dell'ambiente interno φ_1 = 0,50;

- temperatura esterna t_e = 33 °C;

- umidità relativa esterna φ_e = 70%;

- flusso termico entrante attraverso l'involucro (pareti, finestre, soffitto etc.) Q'_e = 10 kW;

- potenza delle sorgenti di luce Q'_1= 2600 W;

- numero delle persone presenti nella sala n = 100;

- flusso termico sviluppato da una persona (solo calore sensibile) Q'_{sp} = 65 W;

- portata di vapore immessa da una persona G_{vp} = 0.025 g/s;

- portata dell'aria di ventilazione G = 1.5 kg/s.

Supponendo che l'ambiente si trovi già nelle condizioni termoigrometriche di progetto "1", determinare lo stato termodinamico dell'aria da immettere nell'ambiente. Supporre che si operi senza ricircolazione dell'aria, ossia che l'aria condizionata immessa nell'ambiente sia tutta prelevata all'esterno e non venga miscelata con aria proveniente dall'interno stesso della sala.

SVOLGIMENTO

Dal diagramma dell'aria umida ricaviamo per le condizioni 1:

$$x_1 = 10.6 \quad \frac{g}{kg}$$

$$h_1 = 53.17 \quad \frac{kJ}{kg}$$

In assenza di impianto di condizionamento il punto rappresentativo dell'aria interna, inizialmente nello stato (t_1, φ_1), tenderebbe a spostarsi per effetto degli apporti di calore e di umidità. I flussi termici entranti sono quello attraverso l'involucro Q'_e, quello delle sorgenti luminose Q'_1 e quello sviluppato dalle persone occupanti la sala Q'_o. Quest'ultimo è la somma del calore sensibile nQ'_{sp} e di quello latente nQ'_{vp} associato alla respirazione e all'evaporazione del sudore delle persone presenti.

Il flusso termico Q'_{vp} per calore latente risulta dal prodotto della portata del vapore emesso da ogni persona per il calore latente del vapore alla temperatura di 35 °C:

$$Q'_{vp} = r\,G_{vp} = 2.44\ 10^{6}\ \ 2.5\ 10^{-5} = 61 \quad W$$

Il contributo della potenza termica degli occupanti la sala è:

$$Q'_{o} = n\left(Q'_{sp} + Q'_{vp}\right) = 12.6 \quad kW$$

La potenza termica complessiva trasferita all'aria è:

$$Q' = Q'_{e} + Q'_{1} + Q'_{o} = 25.2 \quad kW$$

L'apporto di vapore degli occupanti è:

$$G_{v} = n\,G_{vp} = 2.5\ 10^{-3} \quad \frac{kg}{s}$$

Calcoliamo quindi le condizioni dell'aria da immettere nell'ambiente nelle condizioni 2. Dal bilancio di massa del vapore si ha:

$$G\,x_{2} + G_{v} = G\,x_{1}$$

Possiamo determinare il titolo all'uscita dal condizionatore:

$$x_{2} = x_{1} - \frac{G_{v}}{G} = 10.6 - \frac{2.5}{1.5} = 8.93 \quad \frac{g}{kg}$$

Dal bilancio di energia calcoliamo l'entalpia dell'aria da immettere nel sistema:

$$G\,h_{2} + Q' = G\,h_{1}$$

Da questa espressione ricaviamo il valore dell'entalpia nelle condizioni 2:

$$h_{2} = h_{1} - \frac{Q'}{G} = 36.37 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Da questi valori sul diagramma individuiamo il punto 2:

$$t_{2} = 13.73 \quad °C$$

$$\varphi_{2} = 0.91$$

Vogliamo calcolare ora la potenza termica necessaria alla batteria fredda, a quella calda e la portata di vapore condensata nell'impianto:

Individuiamo sul diagramma il punto relativo alle condizioni dell'aria esterna:

$$x_{e} = 22.36 \quad \frac{g}{kg}$$

$$h_{e} = 90.55 \quad \frac{kJ}{kg}$$

Le trasformazioni che l'aria esterna deve subire all'interno dell'impianto di condizionamento per portarsi alle condizioni 2 di immissione nella sala sono:

- raffreddamento a titolo costante fino alla curva di saturazione

- condensazione (lungo la curva di saturazione) fino al raggiungimento del titolo delle condizioni 2
- riscaldamento a titolo costante fino alle condizioni 2.

La potenza termica da sottrarre nella batteria fredda è:

$$\dot{Q}_f = G\left(h_e - h_{e*}\right)$$

dove $h_{e*} = 34.97 \quad \frac{kJ}{kg}$ è l'entalpia all'uscita della batteria fredda che leggiamo in corrispondenza dell'intersezione della curva di saturazione con la curva a titolo costante x_2.

$$\dot{Q}_f = G\left(h_e - h_{e*}\right) = 83.37 \quad kW$$

La potenza termica da utilizzare nella batteria calda è invece quella necessaria per portarci a titolo costante dalle condizioni e* alle condizioni 2:

$$\dot{Q}_c = G\left(h_2 - h_{e*}\right) = 2.1 \quad kW$$

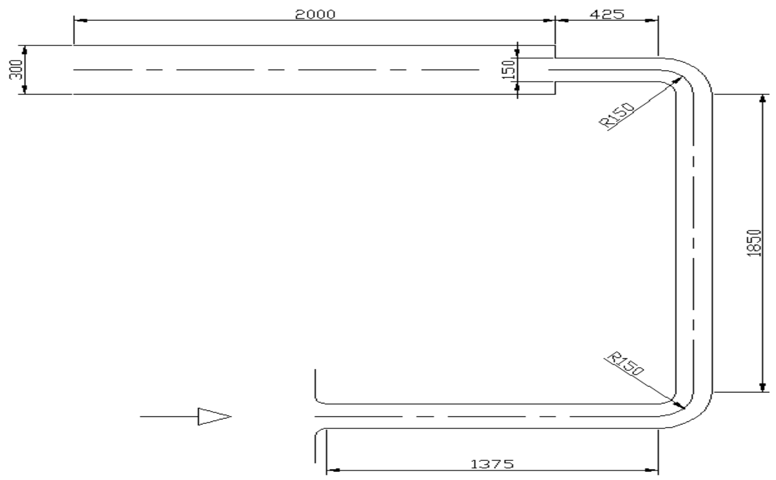
La portata di vapore condensata è:

$$G_{vcond} = G\left(x_e - x_2\right) = 20.145 \quad \frac{g}{s}$$

48. Esonero del 25/05/2002

Esercizio 1.

Determinare i valori delle grandezze richieste per il condotto liscio rappresentato in figura dove scorre una portata in ingresso di (100 + N) m^3/h di acqua a 27 °C. Considerare trascurabile la differenza di altitudine tra ingresso ed uscita (sviluppo del condotto completamente orizzontale). Le dimensioni sono espresse in millimetri.



Grandezza	Simbolo	Valore	Unità di misura
Perdite di carico	R		m^2/s^2
Velocità in ingresso	w_1		m/s
Velocità in uscita	w_2		m/s
Differenza di pressione	Δp		Pa

$NN := 1$

$G1 := (100 + NN)\,\dfrac{m^3}{hr}$

$G1 = 0.028\,\dfrac{m^3}{s}$

$d := 0.15\,m$

$D := 0.30\,m$

$L1 := 1.375\,m$

$\mu := 0.857 \cdot 10^{-3}\,\dfrac{kg}{m \cdot s}$

$\rho := 997\,\dfrac{kg}{m^3}$

$L2 := 1.850\,m$

$Gmassa := G1 \cdot \rho$

$Gmassa = 27.971\,\dfrac{kg}{s}$

$L3 := 0.425\,m$

$L4 := 2.0\,m$

$w1 := 4 \cdot \dfrac{Gmassa}{\rho \cdot \pi \cdot d^2}$

$w1 = 1.588\,\dfrac{m}{s}$

$$w2 := 4 \cdot \frac{Gmassa}{\rho \cdot \pi \cdot D^2}$$

$$w2 = 0.397 \frac{m}{s}$$

Calcoliamo le perdite di carico concentrate e distribuite attraverso i numeri di Reynolds nei tronconi a diametro diverso:

$$Re1 := \rho \cdot d \cdot \frac{w1}{\mu}$$

$$Re2 := \rho \cdot D \cdot \frac{w2}{\mu}$$

$$Re1 = 2.77 \cdot 10^5$$

$$Re2 = 1.385 \cdot 10^5$$

Per il calcolo del coefficiente di attrito, essendo i numeri di Reynolds compresi tra 3000 e 100000 applichiamo la formula empirica di Blasius per tubi lisci:

$$\lambda 1 := \frac{0.32}{\sqrt[4]{Re1}}$$

$$\lambda 2 := \frac{0.32}{\sqrt[4]{Re2}}$$

$$\lambda 1 = 0.014$$

$$\lambda 2 = 0.017$$

Le perdite distribuite per i due tronconi a diametri differenti saranno:

$$Rdis := \lambda 1 \cdot \frac{(L1 + L2 + L3)}{d} \cdot \frac{w1^2}{2} + \lambda 2 \cdot \frac{L4}{D} \frac{w2^2}{2}$$

$$Rdis = 0.436 \frac{m^2}{s^2}$$

Le perdite concentrate sono la somma dei contributi della sezione di ingresso, i due gomiti, l'allargamento di sezione e la sezione di uscita:

$$\xi 1 := 0.23$$

$$\xi 2 := 0.28$$

$$\xi 3 := 0.56$$

$$\xi 4 := 1$$

$$Rconc := (\xi 1 + 2 \cdot \xi 2 + \xi 3) \cdot \frac{w1^2}{2} + \xi 4 \cdot \frac{w2^2}{2}$$

$$Rconc = 1.78 \frac{m^2}{s^2}$$

Le perdite totali sono:

$$Rtot := Rdis + Rconc$$

$$Rtot = 2.217 \frac{m^2}{s^2}$$

Dall'equazione dell'energia meccanica, trascurando la differenza di quota e considerando il fluido incomprimibile abbiamo che:

$$\Delta P := -\rho \cdot \left[\frac{\left(w2^2 - w1^2\right)}{2} + Rtot \right]$$

$$\Delta P = -1.032 \cdot 10^3 \ Pa$$

$$Rtotp := Gmassa \cdot Rtot$$

$$Rtotp = 62.001 W$$

Risultati

$Rtot = 2.217 \frac{m^2}{s^2}$

$w1 = 1.588 \frac{m}{s}$

$w2 = 0.397 \frac{m}{s}$

$\Delta P = -1.032 \cdot 10^3 \ Pa$

Esercizio 2.

3 kg di N_2 a 20 °C vengono compressi dalla pressione atmosferica di 1 atm (punto 1) alla pressione di (7 + 0.1 x N) atm (punto 2) attraverso una politropica di esponente n = 1.3. Si calcolino le condizioni finali di temperatura e volume specifico ed il lavoro scambiato durante la trasformazione. Lo stesso punto 2 viene raggiunto attraverso una sequenza di due trasformazioni, nell'ordine una adiabatica ed una isobara. Calcolare il lavoro scambiato in questa seconda ipotesi. Calcolare inoltre in termini percentuali la maggiorazione di lavoro scambiato percorrendo le due trasformazioni rispetto a quello scambiato percorrendo la politropica. Considerare le trasformazioni reversibili e l'azoto gas piuccheperfetto.

Grandezza	**Simbolo**	**Valore**	**Unità di misura**
Temperatura punto 2	T_2		K
Volume specifico punto 2	v_2		m^3/kg
Lavoro politropica	L_{12}		J
Lavoro secondo caso	$L_{12'}$		J
Variazione percentuale	D	**[%]**	

$NN := 1$

$M := 3 \ kg$

$T1 := (20 + 273.15) \ K$

$p1 := 1 \ atm$

$p1 = 1.013 \cdot 10^5 \ Pa$

$p2 := (7 + 0.1 \cdot NN) \ atm$

$p2 = 7.194 \cdot 10^5 \ Pa$

$n := 1.3$

$RN2 := 296.8 \frac{J}{kg \cdot K}$

Calcoliamo il volume specifico nelle condizioni iniziali:

$v1 := RN2 \cdot \frac{T1}{p1}$

$v1 = 0.859 \frac{m^3}{kg}$

$v2 := v1 \cdot \left(\frac{p1}{p2}\right)^{\frac{1}{n}}$

$v2 = 0.19 \frac{m^3}{kg}$

$T2 := p2 \cdot \frac{v2}{RN2}$

$T2 = 460.823 K$

$L12 := M \cdot RN2 \cdot \frac{T1}{n-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{v1}{v2}\right)^{n-1}\right]$

$L12 = -4.977 \cdot 10^5 \ J$

Calcoliamo ora il lavoro lungo una adiabatica reversibile tra le due pressioni p1 e p2:

$$L12ad := M \cdot RN2 \cdot \frac{T1}{1.4-1} \cdot \left[1-\left(\frac{p2}{p1}\right)^{\frac{(1.4-1)}{1.4}}\right]$$

$L12ad = -4.899 \cdot 10^{5}\ J$

Dal punto 2' individuato con l'adiabatica mi muovo lungo l'isobara a p2 fino a raggiungere il punto 2 originale. Per conoscere il lavoro scambiato durante la trasformazione isobara dobbiamo conoscere il valore del volume specifico delle condizioni 2'

$$v2p := v1 \cdot \left(\frac{p1}{p2}\right)^{\frac{1}{1.4}}$$

$$v2p = 0.212 \frac{m^3}{kg}$$

$L12p := M \cdot p2 \cdot (v2 - v2p)$

$L12p = -4.666 \cdot 10^{4}\ J$

$L12tot := L12ad + L12p$

$L12tot = -5.365 \cdot 10^{5}\ J$

$$D := \frac{(|L12tot - L12|)}{|L12|} \cdot 100$$

$D = 7.814$

Risultati

$T2 = 460.823 K$

$$v2 = 0.19 \frac{m^3}{kg}$$

$L12 = -4.977 \cdot 10^{5}\ J$

$L12tot = -5.365 \cdot 10^{5}\ J$

$D = 7.814$

Esercizio 3.

Due correnti di aria umida in regime stazionario si mescolano adiabaticamente. Le caratteristiche delle correnti sono:

$$(\dot{m}_{a1} = (100+N)\ m^3/h; \quad U.R._1 = 30\%; \quad t_1 = 20\ °C; \quad \dot{m}_{a2} = 50\ m^3/h; \quad U.R._2 = 90\%; \quad t_2 = 30\ °C\ ).$$

Si calcolino le condizioni della corrente uscente. Sapendo che a fronte di una sottrazione di calore la corrente risultante raggiunge le condizioni di saturazione, si calcoli la potenza termica necessaria:

Grandezza	**Simbolo**	**Valore**	**Unità di misura**
Temperatura aria in uscita	t_3		°C
Titolo aria in uscita	x_3		
Entalpia aria in uscita	h_3		kJ/kg
Potenza termica	$\dot{Q}$		W

$NN := 1$

$$m1 := (100 + NN) \frac{m^3}{hr}$$

$UR1 := 0.3$

$t1 := 20$

$$m2 := 50 \frac{m^3}{hr}$$

$UR2 := 0.9$

$t2 := 30$

Dal diagramma ASHRAE leggiamo i valori delle entalpie specifiche dei volumi specifici e dei titoli per le due correnti di aria umida:

$h2 := 92426 \frac{J}{kg}$

$h1 := 31094 \frac{J}{kg}$

$v2 := 0.892 \frac{m^3}{kg}$

$v1 := 0.836 \frac{m^3}{kg}$

$x2 := 2.433 \cdot 10^{-2}$

$x1 := 4.33 \cdot 10^{-3}$

Le portate in massa di aria secca sono:

$ma1 := \frac{m1}{v1}$

$ma2 := \frac{m2}{v2}$

$ma1 = 0.034 \frac{kg}{s}$

$ma2 = 0.016 \frac{kg}{s}$

Applicando le equazioni di conservazione per le portate di aria secca e di acqua per le correnti di ingresso ed uscita si ha:

$ma3 := ma1 + ma2$

$ma3 = 0.049 \frac{kg}{s}$

$x3 := \frac{(x1 \cdot ma1 + x2 \cdot ma2)}{ma3}$

$x3 = 0.011$

L'entalpia specifica della corrente in uscita la calcoliamo dal bilancio di energia considerando il mescolamento adiabatico:

$h3 := \frac{(ma1 \cdot h1 + ma2 \cdot h2)}{ma3}$

$h3 = 5.053 \cdot 10^4 \frac{m^2}{s^2}$

La temperatura la calcoliamo dall'espressione analitica dell'entalpia:

$$t3 := \frac{\left[\frac{h3}{1000} - (x3 \cdot 2501.3) \frac{J}{kg}\right]}{1.005 + x3 \cdot 1.925}$$

$t3 = 23.253$

Se raffreddiamo a titolo costante la corrente di aria in uscita fino a raggiungere le condizioni UR=100% si raggiunge il punto 4 che ha entalpia:

$h4 := 43440 \frac{J}{kg}$

La potenza termica scambiata per raggiungere queste condizioni sarà (per il caso NN=1):

$Q := ma3 \cdot (h4 - h3)$

$Q = -348.414 W$

Risultati

$t3 = 23.253$

$x3 = 0.011$

$$h3 = 5.053 \cdot 10^{4}\ \frac{m^{2}}{s^{2}}$$