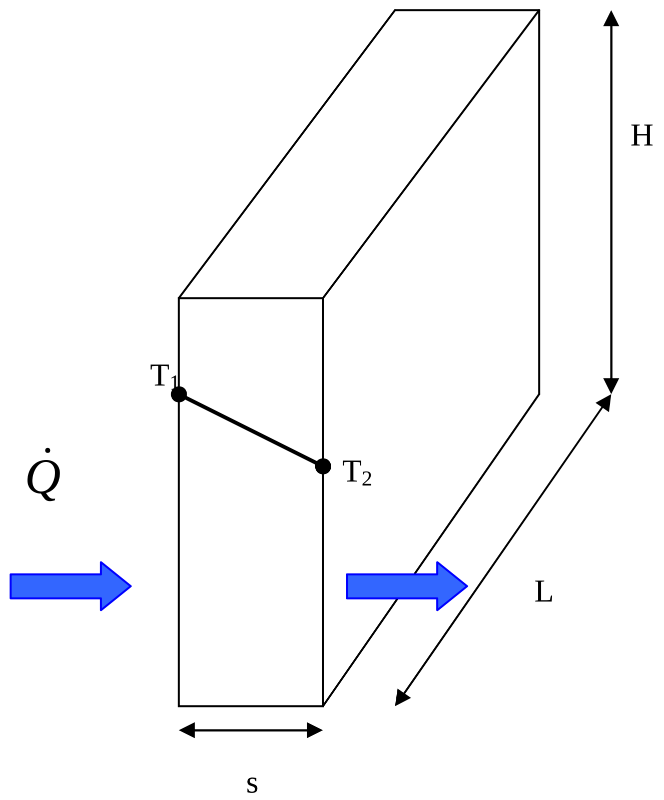
Tracce svolte di esercizi sulla Trasmissione del Calore
Prof. Mistretta
a.a. 2009/2010

Esercizio n. 1
Si consideri una parete di mattoni alta 4 m, larga 6 m e spessa 0,3 m, la cui conducibilità termica è λ λ = 0, 8 [W/(m°C)]. In un certo giorno i valori misurati delle temperature della superficie interna e della superficie esterna della parete sono 14°C e 6°C, rispettivamente. Si determini la potenza termica dissipata attraverso la parete in quel giorno.

Dati
H = 4 m
L = 6 m
s = 0,3 m



Soluzione

Le due superfici della parete si mantengono a ben determinate temperature costanti. Sono quindi superfici isoterme. Per calcolare la potenza termica si assume l'ipotesi di:

- Trasmissione di calore stazionaria perché le temperature superficiali restano costanti
- Trasmissione di calore monodimensionale perché il gradiente di temperatura è significativo solo nella direzione dall'interno verso l'esterno.
- Conducibilità termica costante.

L'area della superficie della parete è:

A = HxL = 4x6 = 24 [m^2]

Nell'ipotesi di regime stazione e configurazione monodimensionale (s<<H,L), la potenza termica dispersa per conduzione attraverso la parete si calcola applicando l'integrale dell'equazione di Fourier:

$$\dot{Q} = \lambda A \frac{T_1 - T_2}{s} = 0{,}8 \cdot 24 \frac{14-6}{0{,}3} = 512 \quad [W]$$

Il flusso termico è:

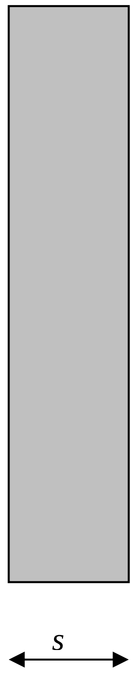
$$q = \frac{\dot{Q}}{A} = \lambda \frac{T_1 - T_2}{s} = 0{,}8 \cdot \frac{14-6}{0{,}3} = 21{,}3 \quad [W/m^2]$$

Esercizio n. 2

Si consideri una finestra vetrata delle dimensioni 0,8mx1,5m e dello spessore di 8 mm, caratterizzata da una conducibilità termica λ = 0,78 [W/(m°C)]. Si determinino la potenza termica stazionaria trasmessa attraverso la finestra e la superficie interna della finestra in un giorno in cui l'ambiente interno è a temperatura Ti = 20°C e l'ambiente esterno è a temperatura Te = -10°C. Si assumano quali coefficienti di scambio termico sulle superfici esterna ed interna della finestra he = 40[W/(m^2°C)] e hi = 10[W/(m^2°C)], includendo in essi gli effetti dell'irraggiamento termico.

Dati

λ = 0,78 [W/(m°C)]
h_i = 10[W/(m^2°C)]
h_e = 40[W/(m^2°C)]
Area vetrata Av =1,2 [m^2]
Te = -10°C
Ti = 20°C
s = 8 [mm]



Ipotesi
Le due superfici della finestra si mantengono a ben determinate temperature costanti. Sono quindi superfici isoterme. Per calcolare la potenza termica si assume l'ipotesi di:
- Trasmissione di calore stazionaria perché le temperature interna ed esterna si ipotizzano costanti
- Trasmissione di calore monodimensionale perché il gradiente di temperatura è significativo solo nella direzione dall'interno verso l'esterno.
- Conducibilità termica costante.

Soluzione
1. Calcolo della potenza termica attraverso la finestra.

Nell'ipotesi di regime stazione e configurazione monodimensionale (s<<H,L), la potenza termica dispersa per conduzione attraverso la finestra si calcola applicando l'integrale dell'equazione di Fourier:

$$\dot{Q} = A_v \frac{T_i - T_e}{R} \quad [W]$$

dove R è la resistenza termica globale pari a:

$$R = \underbrace{\frac{1}{h_i}}_{R_{conv,i}} + \underbrace{\frac{s_v}{\lambda_v}}_{R_{cond}} + \underbrace{\frac{1}{h_e}}_{R_{conv,e}} = \frac{1}{10} + \frac{0{,}008}{0{,}78} + \frac{1}{40} = 0{,}135 \quad \left[\frac{m^2\,°C}{W}\right]$$

La potenza termica risulta:

$$\dot{Q} = A_v \frac{T_i - T_e}{R} = 1{,}2\,\frac{20-(-10)}{0{,}135} = 266 \quad [W]$$

2.Calcolare la temperatura della superficie interna della finestra T_1.
Nota la potenza termica, si ricava la T_1:

Essendo

$$\dot{Q} = A_v \frac{T_i - T_e}{R} = A_v \frac{T_i - T_1}{\dfrac{1}{h_i}}$$

Risulta:

$$T_1 = T_i - \frac{\dot{Q}}{A_v}\frac{1}{h_i} = 20 - \frac{266}{1{,}2}\frac{1}{10} \cong -2{,}2°C$$

Da notare è il valore negativo di temperatura sulla superficie interna sebbene la temperatura dell'ambiente interno è 20°C. Ciò è da evitare perché può causare condensa o brina sulla superficie interna quando l'umidità della stanza è elevata.

Esercizio n. 3

Rifare l'esercizio precedente, ipotizzando che la finestra vetrata alta 0,8 (m) e larga 1,5 (m) sia costituita da due strati di vetro di spessore di 4 mm [λ = 0,78 W/(m°C)], separati da un'intercapedine d'aria ferma spessa 10 mm [λ = 0,026 W/(m°C)]. Si determinino allora la potenza termica stazionaria trasmessa attraverso la finestra e la superficie interna della finestra in un giorno in cui l'ambiente interno è a temperatura Ti = 20°C e l'ambiente esterno è a temperatura Te = -10°C. Si assumano quali coefficienti di scambio termico sulle superfici esterna ed interna della finestra he = 40[W/(m^2°C)] e hi = 10[W/(m^2°C)], includendo in essi gli effetti dell'irraggiamento termico.

Dati

λ = 0,78 [W/(m°C)]

h_i = 10[W/(m^2°C)]

h_e = 40[W/(m^2°C)]

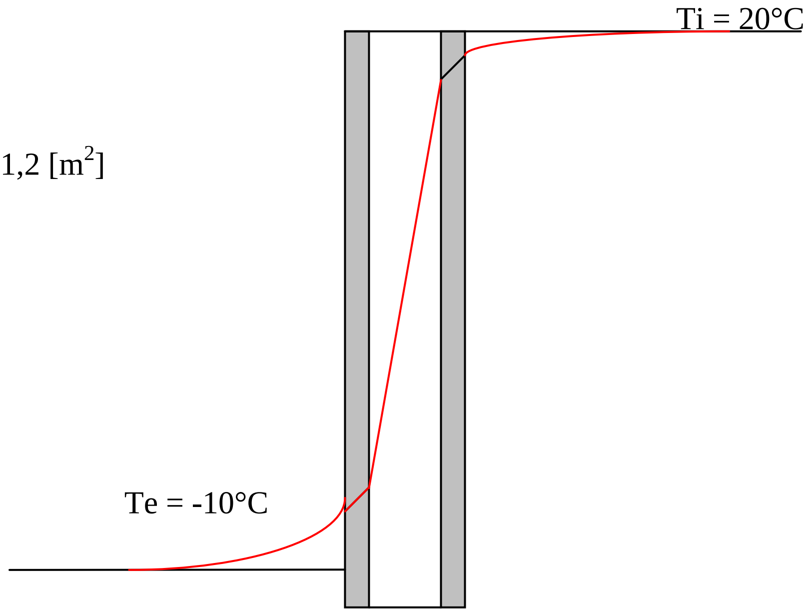
Area trasversale vetrata Av =1,2 [m^2]

Te = -10°C

Ti = 20°C

s_v = 4 [mm]

s_{int} = 4 [mm]



Ipotesi
Le due superfici della finestra si mantengono a ben determinate temperature costanti. Sono quindi superfici isoterme. Per calcolare la potenza termica si assume l'ipotesi di:
- Trasmissione di calore stazionaria perché le temperature interna ed esterna si ipotizzano costanti
- Trasmissione di calore monodimensionale perché il gradiente di temperatura è significativo solo nella direzione dall'interno verso l'esterno.
- Conducibilità termica costante.

Soluzione
Calcolo della potenza termica attraverso la finestra.
Nell'ipotesi di regime stazione e configurazione monodimensionale (s<<H,L), la potenza termica dispersa per conduzione attraverso la finestra si calcola applicando l'integrale dell'equazione di Fourier:

$$\dot{Q} = A_v \frac{T_i - T_e}{R} \quad [W]$$

dove *R* è la resistenza termica globale pari a:

$$R = \underbrace{\frac{1}{h_i}}_{R_{conv,i}} + \underbrace{\sum_{j=1}^{3} \frac{s_j}{\lambda_j}}_{R_{cond}} + \underbrace{\frac{1}{h_e}}_{R_{conv,e}} = \frac{1}{h_i} + \frac{2s_v}{\lambda_v} + \frac{s_{\text{int}}}{\lambda_{\text{int}}} = \frac{1}{10} + \frac{2 \cdot 0{,}004}{0{,}78} + \frac{0{,}01}{0{,}026} + \frac{1}{40} = 0{,}52 \quad \left[\frac{m^2\,°C}{W}\right]$$

La potenza termica risulta:

$$\dot{Q} = A_v \frac{T_i - T_e}{R} = 1{,}2\,\frac{20 - (-10)}{0{,}52} = 69{,}2 \quad [W]$$

che corrisponde a circa un quarto della potenza termica ottenuta nell'esercizio precedente, grazie alla maggiore resistenza termica della finestra a doppio vetro per effetto dell'intercapedine d'aria. Tuttavia la resistenza dell'intercapedine d'aria calcolata in regime di conduzione è teorica. Essa è in realtà minore di quella calcolata perché ci sono delle correnti d'aria convettive naturali nell'intercapedine che favoriscono lo scambio termico, a danno quindi della resistenza

3.Calcolare la temperatura della superficie interna della finestra T_1.
Nota la potenza termica, si ricava la T_1:

Essendo

$$\dot{Q} = A_v \frac{T_i - T_e}{R} = A_v \frac{T_i - T_1}{\frac{1}{h_i}} \quad [W]$$

Risulta:

$$T_1 = T_i - \frac{\dot{Q}}{A_v}\frac{1}{h_i} = 20 - \frac{69{,}2}{1{,}2}\frac{1}{10} = 14{,}2°C$$

che risulta molto più alta rispetto a quella dell'esercizio precedente (-2,2°C).
Il vetro doppio, oltre a evitare i fenomeni di condensa, riduce gli apporti termici dall'esterno, consentendo una riduzione dei costi per il raffrescamento.

Per tracciare il grafico $T(x)$ lungo la finestra occorre determinare la distribuzione della temperatura:

$$T_2 = T_i - \frac{\dot{Q}}{A_v}\left(\frac{1}{h_i} + \frac{s_v}{\lambda_v}\right) = 20 - \frac{69{,}2}{1{,}2}\left(\frac{1}{10} + \frac{0{,}004}{0{,}78}\right) = 13{,}9°C$$

$$T_3 = T_i - \frac{\dot{Q}}{A_v}\left(\frac{1}{h_i} + \frac{s_v}{\lambda_v} + \frac{s_{\text{int}}}{\lambda_{\text{int}}}\right) = 20 - \frac{69{,}2}{1{,}2}\left(\frac{1}{10} + \frac{0{,}004}{0{,}78} + \frac{0{,}01}{0{,}026}\right) = -8{,}2°C$$

$$T_4 = T_i - \frac{\dot{Q}}{A_v}\left(\frac{1}{h_i} + \frac{s_v}{\lambda_v} + \frac{s_{\text{int}}}{\lambda_{\text{int}}} + \frac{s_v}{\lambda_v}\right) = 20 - \frac{69{,}2}{1{,}2}\left(\frac{1}{10} + \frac{0{,}004}{0{,}78} + \frac{0{,}01}{0{,}026} + \frac{0{,}004}{0{,}78}\right) = -8{,}5°C$$

Esercizio n. 4

Si consideri una finestra di vetro alta 1,2 m e larga 2 m, il cui spessore è 6 mm e la cui conducibilità termica è λ = 0,78 [W/(m°C)]. Calcolare: (a) la potenza termica trasmessa attraverso questa finestra in regime stazionario e (b) la temperatura della sua superficie interna in un giorno in cui la temperatura della stanza è mantenuta a 24 °C, mentre la temperatura esterna è -5°C. Si supponga che i coefficienti di scambio termico convettivo della superficie interna e della superficie esterna della finestra siano h_i = 10 [W/(m^2°C)] e h_e = 25 [W/(m^2°C)] rispettivamente, e si trascuri la trasmissione per irraggiamento.

Dati

H = 1,2 m
L = 2 m
s = 6 mm
λ = 0,78 W/(m°C)
Te = -5 °C
Ti = 24°C

Soluzione

Area della superficie della finestra

A = H x L =1,2 x 2 = 2,4 m^2

Resistenza termica dei singoli strati

1) Resistenza allo scambio termico della superficie interna per convezione (aria interna-superficie interna parete)

$$R_{conv,i} = \frac{1}{h_i} = \frac{1}{10} = 0{,}1 \quad \left[\frac{m^2\,°C}{W}\right]$$

2) Resistenza allo scambio termico per conduzione attraverso la lastra:

$$R_1 = \frac{s_v}{\lambda_v} = \frac{0{,}006}{0{,}78} = 0{,}008 \quad \left[\frac{m^2\,°C}{W}\right]$$

3) Resistenza allo scambio termico della superficie esterna per convezione (superficie esterna parete- aria esterna)

$$R_{conv,e} = \frac{1}{h_i} = \frac{1}{25} = 0{,}04 \quad \left[\frac{m^2\,°C}{W}\right]$$

Resistenza totale

$R = R_{conv,i} + R_1 + R_{conv,e}$ = 0,1+0,008+0,04 = 0,148 [m^2°C/W]

Potenza termica dispersa attraverso la finestra in regime stazionario

$$\dot{Q} = A\frac{T_i - T_e}{R} = 2{,}4 \cdot \frac{24-5}{0{,}148} = 470 \quad [W]$$

Flusso termico

$$q = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{470}{2{,}4} = 196{,}2 \quad [W/m^2]$$

Temperatura superficiale interna *Ts,i*

Essendo

$$q = \frac{T_i - T_e}{R}$$

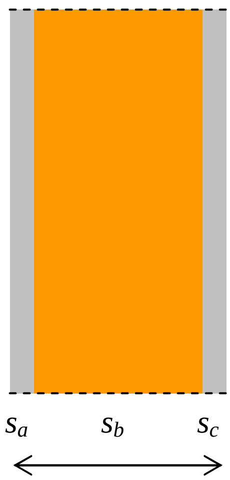
Poichè si assume il regime stazionario q è costante ed è anche:

$$q = \frac{T_i - T_{s,i}}{R_{conv,i}}$$

da cui risulta:

$$T_{s,i} = T_i - qR_{conv,i} = \quad 24 - 196{,}2 \cdot 0{,}1 = 4{,}4 \quad [°C]$$

Esercizio n.5
Calcolare la potenza termica per unità di superficie che attraversa la seguente parete verticale e la distribuzione di temperatura con relativo grafico:



Dati:
Coefficiente di scambio termico interno per adduzione h_i = 7 [W/m^2°C]
Coefficiente di scambio termico esterno per adduzione h_e = 23 [W/m^2°C]
Temperatura aria interna T_i = 20°C
Temperatura aria esterna T_e = 0°C

Stratigrafia della parete

Materiale	**Spessore [mm]**	**Densità [kg/m^3]**	**Conduttività termica [W/m°C]**
Intonaco di cemento e calce	20	1800	0,9
Mattoni pieni	120	1800	0,3
Intonaco di cemento	20	2000	1,4

Soluzione
Per calcolare il flusso termico si assume l'ipotesi di:
- Trasmissione di calore stazionaria perché le temperature superficiali restano costanti
- Trasmissione di calore monodimensionale perché il gradiente di temperatura è significativo solo nella direzione dall'interno verso l'esterno e tutte le superfici verticali sono superfici isoterme.
- Conducibilità termica costante.

Sotto tali ipotesi:

$$q = \frac{T_i - T_e}{R} \quad \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

R è la resistenza termica allo scambio termico globale tra l'aria a temperatura T_i e l'aria esterna a temperatura T_e attraverso la parete:

$R = R_{conv,i} + R_a + R_b + R_c + R_{conv,e} =$

$$= \frac{1}{h_i} + \frac{s_a}{\lambda_a} + \frac{s_b}{\lambda_b} + \frac{s_c}{\lambda_c} + \frac{1}{h_e} = \frac{1}{8} + \frac{0{,}02}{0{,}9} + \frac{0{,}12}{0{,}3} + \frac{0{,}02}{1{,}4} + \frac{1}{23} = 0{,}6 \quad [W]$$

$$q = \frac{T_i - T_e}{R} = \frac{20 - 0}{0{,}6} = 33 \quad \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

Calcolo delle temperature

- Temperatura della superficie interna $T_{s,i}$. Dall'equazione q = h_i (T_i-$T_{s,i}$)

$$T_{s,i} = T_i - q \cdot R_i = 20 - 33 \cdot \frac{1}{8} = 15{,}9 \quad [°C]$$

- Temperatura T_1 tra lo strato s_a e lo strato s_b

$$T_1 = T_i - q(R_i + R_a) = T_i - q \cdot \left(\frac{1}{h_i} + \frac{s_a}{\lambda_a} \right) = 20 - 33\left(\frac{1}{8} + \frac{0{,}02}{0{,}9} \right) = 15{,}14 \quad [°C]$$

- Temperatura T_2 tra lo strato s_b e lo strato s_c

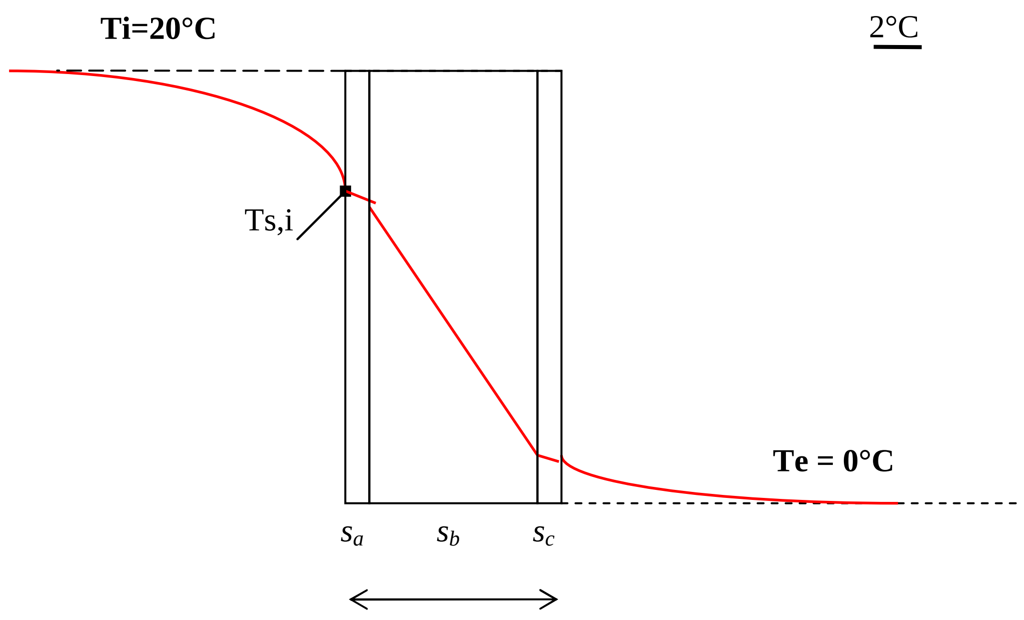
$$T_2 = T_i - q(R_i + R_a + R_b) = T_i - q \cdot \left(\frac{1}{h_i} + \frac{s_a}{\lambda_a} + \frac{s_b}{\lambda_b} \right) = 20 - 33\left(\frac{1}{8} + \frac{0{,}02}{0{,}9} + \frac{0{,}12}{0{,}3} \right) = 2 \quad [°C]$$

- Temperatura della superficie esterna $T_{s,e}$.

$$T_{s,e} = T_i - q \cdot \left(\frac{1}{h_i} + \frac{s_a}{\lambda_a} + \frac{s_b}{\lambda_b} + \frac{s_c}{\lambda_c} \right) = 20 - 33\left(\frac{1}{8} + \frac{0{,}02}{0{,}9} + \frac{0{,}12}{0{,}3} + \frac{0{,}02}{1{,}4} \right) = 1{,}5 \quad [°C]$$

Ovvero si verifica dall'equazione q = h_e ($T_{s,e}$-T_e) che

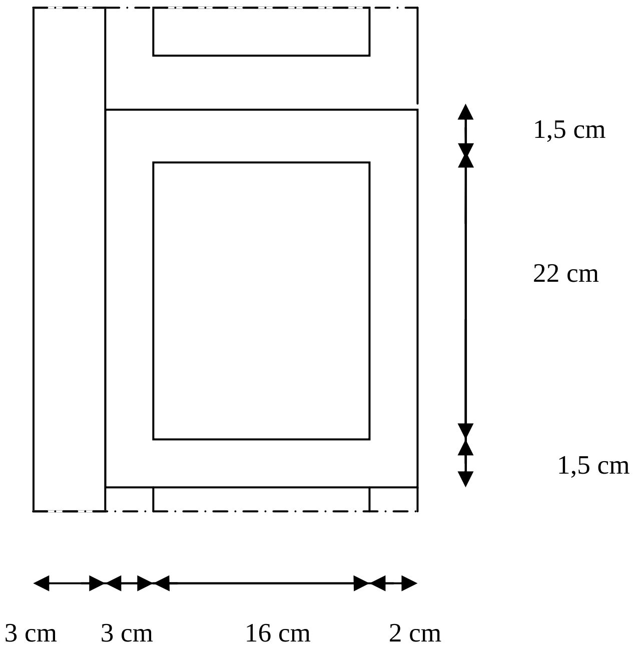
$$T_{s,i} = T_e + qR_e = 0 + 33 \cdot \frac{1}{23} = 1{,}45 \quad [°C]$$



Ti=20°C
2°C
Ts,i
Te = 0°C
sa
sb
sc

Esercizio n. 6

Una parete alta 3 m e larga 5 m è costituita da lunghi mattoni orizzontali [λ = 0,78 W/(m°C)] da 16 cm x 22 cm in sezione trasversale, separati da strati di malta [λ = 0,22 W/(m°C)] da 3 cm di spessore. Vi sono anche strati di malta da cm 2 di spessore su ciascuna faccia del mattone e una schiuma rigida [λ = 0,026 W/(m°C)] da 3 cm di spessore sul lato interno della parete. La temperatura interna è Ti = 20°C e l a temperatura esterna è Te = -10°C. Si assumano quali coefficienti di scambio termico sulle superfici esterna ed interna della finestra he = 25 [W/(m^2°C)] e hi = 10[W/(m^2°C)], escludendo in essi gli effetti dell'irraggiamento termico. Si determini la potenza termica stazionaria trasmessa attraverso la parete.

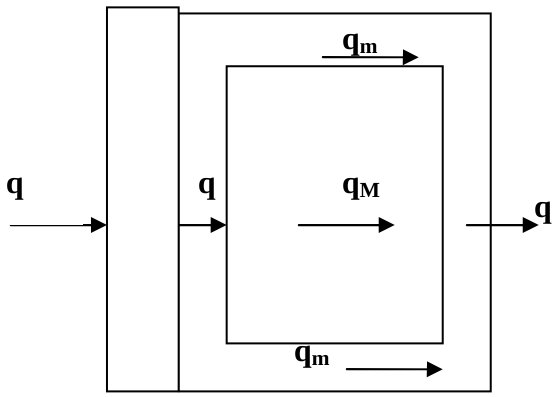


Soluzione

La trasmissione si può approssimativamente considerare monodimensionale dal momento che prevale lungo l'asse x (direzione dello spessore). In questa parete vi è una disposizione che si ripete ogni 25 cm nella direzione verticale, mentre in quella orizzontale non vi sono variazioni. Si considera pertanto una porzione di parete di larghezza 1 m e altezza 0,25 m, dal momento che essa è rappresentativa dell'intera parete. Si assume isoterma ogni sezione trasversale della parete normale all'asse *x*.

Il flusso termico che giunge sulla superficie interna della parete:

1. attraverserà lo strato di schiuma rigida di 3 cm
2. in sequenza, attraverserà lo strato di malta di spessore 2 cm
3. quindi, si ripartirà nei diversi materiali della porzione di parete (malta 1,5 cm + mattone 22 cm + malta 1,5 cm) in funzione della resistenza termica di tali materiali
4. attraverserà in sequenza lo strato più esterno di malta di spessore 2 cm.



Calcolo della resistenza termica totale della parete

La resistenza totale della parete è data dalla somma delle resistenze dei singoli strati della porzione di parete

- resistenza convettiva sulla superficie interna (scambio termico aria interna – superficie interna parete)

$$R_{conv,i} = \frac{1}{h_{conv,i}} = \frac{1}{10} = 0{,}1 \quad \left[\frac{m^2\,°C}{W}\right]$$

Tenendo conto della superficie di scambio termico $A = hL$ =0,25x1 = 0,25 [cm] si calcola:

$$R'_{conv,i} = \frac{1}{h_{conv,i}A} = \frac{1}{10 \cdot 0{,}25} = 0{,}4 \quad \left[\frac{°C}{W}\right]$$

- resistenza conduttiva degli strati (serie: schiuma rigida s_1 – malta s_2– mattoni + malta sopra e sotto s_3 – malta s_4)

strato di schiuma rigida

$$R_1 = \frac{s_1}{\lambda_s} = \frac{0{,}03}{0{,}026} = 1{,}15 \quad \left[\frac{m^2\,°C}{W}\right]$$

$$R'_1 = \frac{s_1}{\lambda_s A} = \frac{0{,}03}{0{,}026 \cdot 0{,}25} = 4{,}62 \quad \left[\frac{°C}{W}\right]$$

strato di malta

$$R_2 = \frac{s_2}{\lambda_m} = \frac{0{,}02}{0{,}22} = 0{,}09 \quad \left[\frac{m^2\,°C}{W}\right]$$

$$R'_2 = \frac{s_2}{\lambda_m A} = \frac{0{,}02}{0{,}22 \cdot 0{,}25} = 0{,}36 \quad \left[\frac{°C}{W}\right]$$

porzione malta (h =1,5 cm) + mattone (h = 22 cm) + malta (h =1,5 cm)

La resistenza R_3 del blocco mattoni + malta sopra e sotto di spessore s_3 è legata alla resistenza termica R_M dell'area A_M dei mattoni e alla resistenza termica R_m dell'area A_m dello strato di malta sopra e sotto il mattone:

- $R_M = \frac{s_3}{\lambda_M} = \frac{0{,}16}{0{,}72} = 0{,}\overline{2} \quad \left[\frac{m^2\,°C}{W}\right]$ è la resistenza termica specifica dei mattoni
- $A_M = h\,xL$ = 0,22 x 1=0,22 [m^2] è l'area della porzione di parete relativa ai mattoni in direzione ortogonale al flusso termico

- $R_m = \frac{s_3}{\lambda_m} = \frac{0{,}16}{0{,}22} = 0{,}72 \quad \left[\frac{m^2\,°C}{W}\right]$ è la resistenza termica specifica dello strato di malta che circonda i mattoni

- $A_m = hL = 0{,}015 \text{ x } 1 = 0{,}015$ [m^2] è l'area relativa alla malta sopra e sotto ogni mattone in direzione ortogonale al flusso termico, quindi deve essere contata due volte

Detta ΔT la differenza di temperatura tra le superfici verticali che delimitano la porzione in esame, la potenza termica che la attraversa è:

$$\dot{Q} = qA = \frac{\Delta T}{R'_3} = q_m A_m + q_M A_M + q_m A_m = 2A_m \frac{\Delta T}{\frac{s_3}{\lambda_m}} + A_M \frac{\Delta T}{\frac{s_3}{\lambda_M}} =$$

$$= \frac{\Delta T}{\frac{s_3}{\lambda_m A_m}} + \frac{\Delta T}{\frac{s_3}{\lambda_M A_M}} + \frac{\Delta T}{\frac{s_3}{\lambda_m A_m}} = \left(\frac{1}{\frac{s_3}{\lambda_m A_m}} + \frac{1}{\frac{s_3}{\lambda_M A_M}} + \frac{1}{\frac{s_3}{\lambda_m A_m}} \right) \Delta T = \left(\frac{1}{\frac{R_m}{A_m}} + \frac{1}{\frac{R_M}{A_M}} + \frac{1}{\frac{R_m}{A_m}} \right) \Delta T = \left(\frac{1}{R'_m} + \frac{1}{R'_M} + \frac{1}{R'_m} \right) \Delta T$$

$$= \frac{\Delta T}{\frac{1}{\left(\frac{1}{R'_m} + \frac{1}{R'_M} + \frac{1}{R'_m} \right)}} \quad [W]$$

dove R'_M e R'_m [°C/W] sono le resistenze termiche non specifiche ma che tengono conto dell'area trasversale considerata rispettivamente per i mattoni (A_M) e la malta (A_m). Si ottengono dividendo le resistenze specifiche per l'area.

$$R'_M = \frac{R_M}{A_M} = \frac{0{,}\overline{2}}{0{,}22} = 1{,}01 \quad \left[\frac{°C}{W} \right]$$

$$R'_m = \frac{R_m}{A_m} = \frac{0{,}72}{0{,}015} = 48{,}48 \quad \left[\frac{°C}{W} \right]$$

Complessivamente la porzione ***malta sopra+mattone+malta sotto*** presenta una resistenza pari a:

$$R'_3 = \frac{1}{\left(\frac{1}{R'_m} + \frac{1}{R'_M} + \frac{1}{R'_m} \right)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{48{,}48} + \frac{1}{1{,}01} + \frac{1}{48{,}48} \right)} = 0{,}97 \quad \left[\frac{°C}{W} \right]$$

- strato di malta esterno

$$R_4 = R_2 = 0{,}09 \quad \left[\frac{m^2 °C}{W} \right]$$

$$R'_4 = R'_2 = 0{,}36 \quad \left[\frac{°C}{W} \right]$$

- resistenza convettiva sulla superficie esterna

$$R_{conv,e} = \frac{1}{h_{conv,e}} = \frac{1}{15} = 0{,}06 \quad \left[\frac{m^2\,°C}{W}\right]$$

$$R'_{conv,e} = \frac{1}{h_{conv,e}A} = \frac{1}{25 \cdot 0{,}25} = 0{,}16 \quad \left[\frac{°C}{W}\right]$$

La resistenza totale R_T della parete è:

$$R'_T = R'_{conv,i} + R'_1 + R'_2 + R'_3 + R'_4 + R'_{conv,e} = 0{,}40 + 4{,}62 + 0{,}36 + 0{,}97 + 0{,}36 + 0{,}16 = 6{,}87 \quad \left[\frac{°C}{W}\right]$$

La potenza termica stazionaria trasmessa attraverso una superficie di area 0,25 m^2 è:

$$\dot{Q} = \frac{T_i - T_e}{R'_T} = \frac{20-(-10)}{6{,}87} = 4{,}37 \quad [W]$$

Il flusso termico (potenza per m^2 di superficie) è:

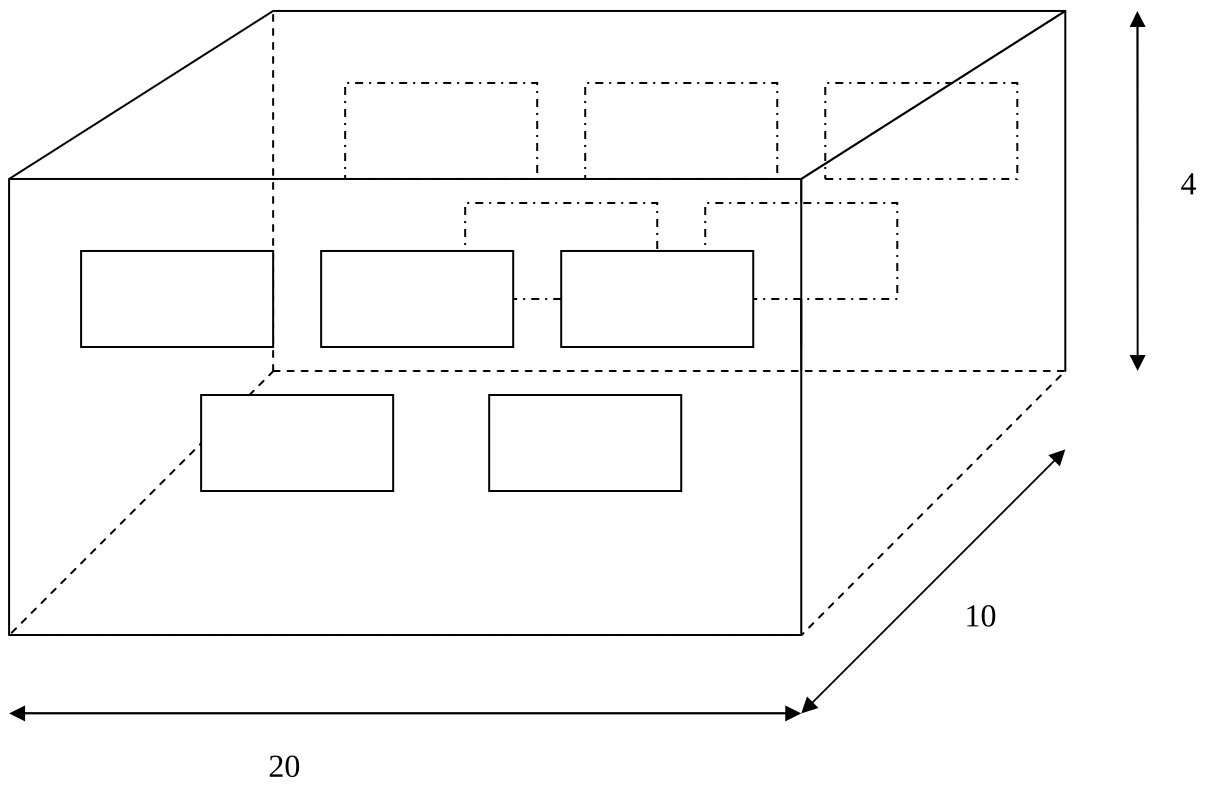
$$q = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{4{,}37}{0{,}25} = 17{,}5 \quad \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

Essendo l'area totale della parete è A_p= 3x5 =15 m^2, la potenza termica trasmessa attraverso la parete è:

$$\dot{Q} = q \cdot A_p = 17{,}5 \cdot 15 = 263 \quad [W]$$

Esercizio n. 7

Si consideri una casa che ha una base di 10m x 20m e pareti alte 4 m. Tutte e quattro le pareti della casa hanno una resistenza termica specifica di 2,31 [m^2C°/W]. Le due pareti di 10 m x 4 m sono prive di finestre. La terza parete ha cinque finestre fatte di vetro spesso 0,5 cm [λ = 0,78 W/(m°C)], ciascuna delle quali misura 1,2 m x 1,8 m. La quarta parete ha le stesse dimensioni e lo stesso numero di finestre, ma queste sono a doppio vetro con uno spazio di aria stagnante spesso 1,5 cm [λ = 0,026 W/(m°C)], racchiuso tra due lastre di vetro spesso 0,5 cm. Il termostato della casa è regolato a 22°C e la temperatura media dell'ambiente esterno in quella località è 5°C durante la stagione di riscaldamento della durata di 7 mesi. Trascurando ogni scambio termico per irraggiamento attraverso le finestre e supponendo che i coefficienti si scambio termico sulla superficie interna della casa e sulla sua superficie esterna siano h_i = 7 [W/(m^2°C)] e h_e = 15 [W/(m^2°C)] rispettivamente, si determini la potenza termica media trasmessa attraverso ciascuna parete.



Pareti senza finestre

La potenza termica trasmessa attraverso ciascuna parete di area 10m x 4m si calcola con la seguente espressione:

$$\dot{Q} = A\frac{T_i - T_e}{R_{tot}} \quad [W]$$

con

Ti = 22°C

Te = 5°

A = 40 m^2

La resistenza totale di scambio termico è data dalla somma delle seguenti resistenze:

- resistenza convettiva sulla superficie interna

$$R_{conv,i} = \frac{1}{h_{conv,i}} = \frac{1}{7} = 0{,}14 \quad \left[\frac{m^2\,°C}{W}\right]$$

- resistenza conduttiva degli strati della parete già nota come dato del problema

$$R_{cond} = \sum_{j=1}^{n}\frac{s_j}{\lambda_j} = 2{,}31 \quad \left[\frac{m^2\,°C}{W}\right]$$

- resistenza convettiva sulla superficie esterna

$$R_{conv,e} = \frac{1}{h_{conv,e}} = \frac{1}{15} = 0{,}06 \quad \left[\frac{m^2\,°C}{W}\right]$$

$$R_{tot} = R_{conv,i} + R_{cond} + R_{conv,e} = 2{,}52 \quad \frac{m^2\,°C}{W}$$

$$\dot{Q} = A\frac{T_i - T_e}{R_{tot}} = 40\frac{22-5}{2{,}52} = 270 \quad [W]$$

Parete con finestre a vetro singolo

L’area della parete (20m x 4m) è composta da una parte opaca e da una parte trasparente

L’area complessiva vetrata è:

A_v = 5 x A_f = 5 x 1,2 x 1,8 =10,8 [m^2]

L’area opaca netta è:

$A_{parete} = A_{tot} - A_v$ = 20x4 -10,8 = 69,2 [m^2]

La resistenza specifica (per unità di area) della parte opaca è sempre la stessa:

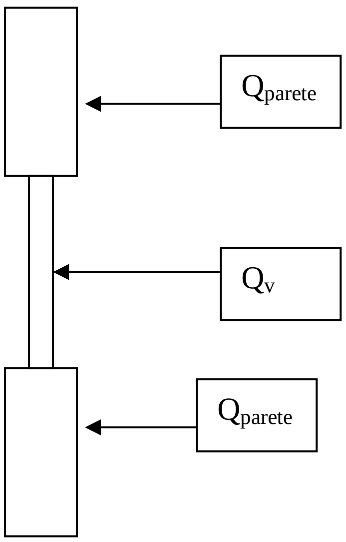
$R_{parete} = R_{conv,i} + R_{cond} + R_{conv,e} = 2{,}52 \ \dfrac{m^2\,°C}{W}$

$$\dot{Q} = A\frac{T_i - T_e}{R_{paret}} = 69{,}2\frac{22-5}{2{,}52} = 467 \quad [W]$$

Attraverso le superfici vetrate il flusso termico cambia perché è diversa la loro resistenza conduttiva $R_{cond,v}$, a parità di salto termico e di resistenze convettive:

$$R_{cond,v} = \frac{s_v}{\lambda_v} = \frac{0{,}005}{0{,}78} = 0{,}006 \quad \left[\frac{m^2\,°C}{W}\right]$$

$$R_v = R_{conv,i} + R_{cond,v} + R_{conv,e} = 0{,}14 + 0{,}006 + 0{,}06 = 0{,}21 \quad \left[\frac{m^2\,°C}{W}\right]$$



La potenza termica che complessivamente attraversa la parete è dato dalla somma delle seguenti potenze

$$\dot{Q}_{parete} = A_{parete}\frac{T_i - T_e}{R_{parete}} \quad [W]$$

$$\dot{Q}_v = A_v\frac{T_i - T_e}{R_v} = \quad [W]$$

Considerando solo la conduzione attraverso gli elementi le temperature da considerare sono:
Ts,i e *Ts,e* delle superfici interna ed esterna rispettivamente:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{parete} + \dot{Q}_v = A_{parete}\frac{T_{s,i} - T_{s,e}}{R_{cond,parete}} + A_v\frac{T_{s,i} - T_{s,e}}{R_{cond,v}} = \frac{T_{s,i} - T_{s,e}}{\frac{R_{cond,parete}}{A_{parete}}} + \frac{T_{s,i} - T_{s,e}}{\frac{R_{cond,v}}{A_v}} =$$

$$= \left(T_{s,i} - T_{s,e}\right)\cdot\left(\frac{1}{\frac{R_{cond,parete}}{A_{parete}}} + \frac{1}{\frac{R_{cond,v}}{A_v}}\right) \quad [W] \qquad (+)$$

Poiché deve essere:

$$\dot{Q} = \frac{T_{s,i} - T_{s,e}}{R_{cond,tot}} \quad [W] \qquad (*)$$

Uguagliando la (+) e la (*):

$$\frac{T_{s,i} - T_{s,e}}{R_{cond,tot}} = \left(T_{s,i} - T_{s,e}\right)\cdot\left(\frac{1}{\frac{R_{cond,parete}}{A_{parete}}} + \frac{1}{\frac{R_{cond,v}}{A_v}}\right)$$

$$\frac{1}{R_{cond,tot}} = \frac{1}{\frac{R_{cond,parete}}{A_{parete}}} + \frac{1}{\frac{R_{cond,v}}{A_v}}$$

$$\frac{1}{R_{cond,tot}} = \frac{1}{R'_{v,cond}} + \frac{1}{R'_{parete,cond}}$$

dove

$$R'_{v,cond} = \frac{R_{v,cond}}{A_v} = \frac{0{,}006}{5x1{,}2x1{,}8} = 0{,}0006 \quad [W]$$

$$R'_{parete,cond} = \frac{R_{parete,cond}}{A_{parete}} = \frac{2{,}31}{20x4 - 5x1{,}2x1{,}8} = 0{,}033 \quad [W]$$

$$\frac{1}{R_{cond,tot}} = \frac{R'_{parete,cond} + R'_{v,cond}}{R'_{parete,cond}\, R'_{v,cond}}$$

$$R_{cond,tot} = \frac{R'_{parete,cond}\; xR'_{v,cond}}{R'_{parete,cond} + R'_{v,cond}} == \frac{0{,}033x0{,}0006}{0{,}033 + 0{,}0006} = 0{,}00058 \quad \left[\frac{°C}{W}\right]$$

La resistenza totale della parete con le finestre a vetro singolo è:

$R'_{tot} = R'_{conv,i} + R_{cond,tot} + R'_{conv,e} =$

$$= \frac{1}{h_{conv,i}A} + R_{tot,cond} + \frac{1}{h_{conv,e}A} = \frac{1}{7x20x4} + 0{,}0005 + \frac{1}{15x20x4} = 0{,}0032 \quad \left[\frac{°C}{W}\right]$$

$$\dot{Q} = \frac{T_i - T_e}{R'_{tot}} = \frac{22-5}{0{,}0032} = 5308 \quad [W] = 5{,}3 \quad [kW]$$

Parete con finestre a doppio vetro

Il procedimento di calcolo è analogo. La potenza termica risultante è diversa perché cambia la tipologia di finestra. Trattandosi di infisso a doppio vetro, la relativa resistenza termica sarà maggiore perché si aggiunge uno strato di aria con conduttività termica di 0,026 W/m°C.

$$R_{cond,v} = 2\frac{s_v}{\lambda_v} + \frac{s_a}{\lambda_a} = 2\frac{0{,}005}{0{,}78} + \frac{0{,}015}{0{,}026} = 0{,}59 \quad \left[\frac{m^2\,°C}{W}\right]$$

$$R'_{cond,v} = \frac{R_{cond,v}}{A_v} = \frac{0{,}59}{5x1{,}2x1{,}8} = 0{,}054 \quad \left[\frac{°C}{W}\right]$$

La resistenza totale della parete con le finestre a doppio vetro è:

$R'_{tot} = R'_{conv,i} + R_{cond,tot} + R'_{conv,e} =$

$$= \frac{1}{h_{conv,i}A} + R_{tot,cond} + \frac{1}{h_{conv,e}A}$$

dove:

$$\frac{1}{R_{cond,tot}} = \frac{R'_{parete,cond} + R'_{v,cond}}{R'_{parete,cond}\ R'_{v,cond}}$$

$$R_{cond,tot} = \frac{R'_{parete,cond}\ xR'_{v,cond}}{R'_{parete,cond} + R'_{v,cond}} = \frac{0{,}033x0{,}054}{0{,}033 + 0{,}054} = 0{,}02 \quad \left[\frac{°C}{W}\right]$$

$R'_{tot} = R'_{conv,i} + R_{cond,tot} + R'_{conv,e} =$

$$= \frac{1}{h_{conv,i}A} + R_{cond,tot} + \frac{1}{h_{conv,e}A} = \frac{1}{7x20x4} + 0{,}02 + \frac{1}{15x20x4} = 0{,}023 \quad \left[\frac{°C}{W}\right]$$

$$\dot{Q} = \frac{T_i - T_e}{R'_{tot}} = \frac{22-5}{0{,}0233} = 729 \quad [W]$$

La potenza termica trasmessa che verrà risparmiata se le finestre a vetro singolo vengono convertite in finestre a doppio vetro diventa

$$\dot{Q}_{\text{risparmiato}} = \dot{Q}_{\substack{\text{vetro}\\\text{singolo}}} - \dot{Q}_{\substack{\text{vetro}\\\text{doppio}}} = 5309 - 729 = 4580\ \text{W}$$

La quantità di energia e di denaro risparmiati durante una stagione di riscaldamento di 7 mesi passando da finestre a singolo vetro a finestre a doppio vetro diventa

$$Q_{\text{risparmiato}} = \dot{Q}_{\text{risparmiato}} \Delta t = (4.580\ \text{kW})(7 \times 30 \times 24\ \text{h}) = 23{,}083\ \text{kWh}$$