FACOLTA' DI INGEGNERIA

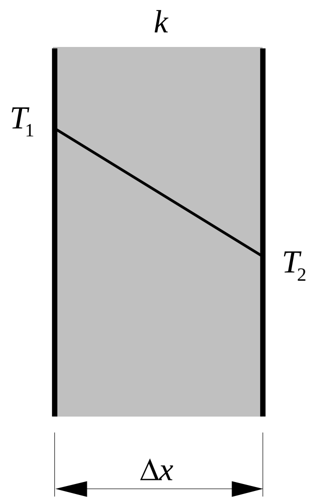
Corso di Fisica Tecnica Ambientale

ESERCIZI SVOLTI

CONDUZIONE

Esercizio 1

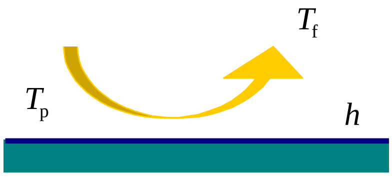
Determinare il flusso termico per unità di superficie che attraversa in regime permanente una lastra piana omogenea dello spessore di 38 mm con le due facce mantenute alle temperature di 311 K e 294 K (k = 0.19 W/mK).



$$\frac{q}{A} = \frac{k\left(T_1 - T_2\right)}{\Delta x} = \frac{0.19\,\frac{W}{mK}\,(311-294)K}{0.038m} = 85\,\frac{W}{m^2}$$

Esercizio 2

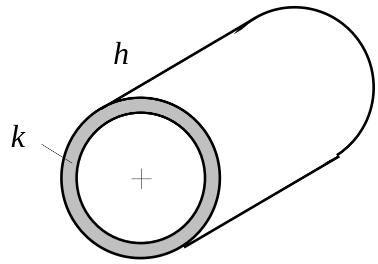
Il coefficiente di trasmissione del calore per convezione forzata per un fluido caldo che scorre alla temperatura di 394 K su una superficie fredda vale 227 W/m²K. Sapendo che la temperatura della superficie è 283 K, determinare il flusso termico unitario trasmesso dal fluido alla superficie.



$$\frac{q}{A} = h\left(T_f - T_p\right) = 227 \frac{W}{m^2 K}(394 - 283)K = 25197 \frac{W}{m^2} = 25,2 \frac{kW}{m^2}$$

Esercizio 3

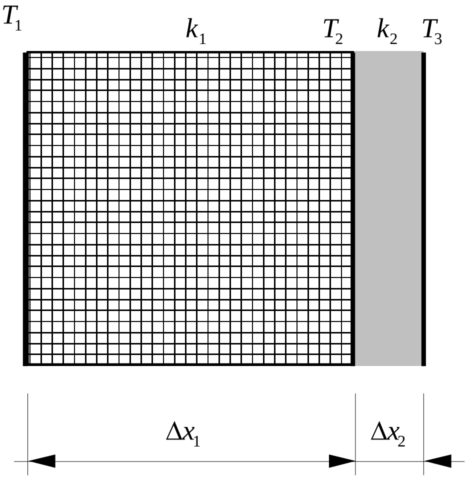
Determinare il raggio critico per un tubo ricoperto di isolante (k = 0.208 W/mK) esposto ad aria sapendo che il coefficiente di scambio termico convettivo dell'aria è 8.51 W/m²K.



$$r = \frac{k}{h} = \frac{0.208\,\frac{W}{mK}}{8.51\,\frac{W}{m^2K}} = 0.0244m = 2.44cm$$

Esercizio 4

Un forno industriale è costruito con una muratura di mattoni spessa 0.22 m, avente coefficiente di conducibilità termica k_1 = 0.95 W/mK, ed è ricoperto all'esterno da uno strato di 0.03 m di materiale isolante, avente conducibilità termica k_2 = 0.06 W/mK. La superficie interna del muro si trova alla temperatura di 1000°C, mentre quella esterna dell'isolante a 40°C. Calcolare la quantità di calore trasmessa per unità di superficie e la temperatura interfacciale fra il muro e l'isolante.

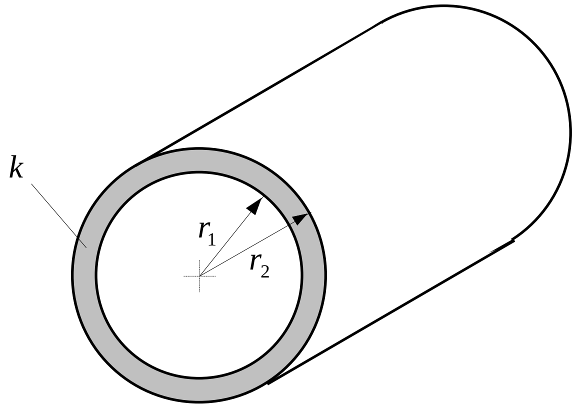


$$\frac{q}{A} = \frac{T_1 - T_3}{\frac{\Delta x_1}{k_1} + \frac{\Delta x_2}{k_2}} = \frac{(1000-40)K}{\frac{0.22m}{0.95\frac{W}{mK}} + \frac{0.03m}{0.06\frac{W}{mK}}} = 1312\frac{W}{m^2K}$$

$$\frac{q}{A} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{\Delta x_2}{k_2}} \Rightarrow T_2 = \frac{q}{A}\cdot\frac{\Delta x_2}{k_2} + T_3 = 1312\frac{W}{m^2}\cdot\frac{0.03m}{0.06\frac{W}{mK}} + 40°C = 696°C$$

Esercizio 5

Un cilindro di rame ha raggio interno di 1 cm ed esterno di 1.8 cm, la superficie interna e quella esterna sono mantenute rispettivamente a 305 K e 295 K e la conducibilità termica k varia linearmente con la temperatura secondo la legge $k = k_0 (1+ b\, T_m)$ dove $k_0 = 371.9$ W/mK e $b = -9.25 \times 10^{-5}$ K^{-1}. Valutare le perdite di calore per unità di lunghezza.



$$\frac{q}{L} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\ln(r_2 / r_1)}{2\pi k_m}}$$

con:

$$k_m = k_o (1 + bT_m)$$

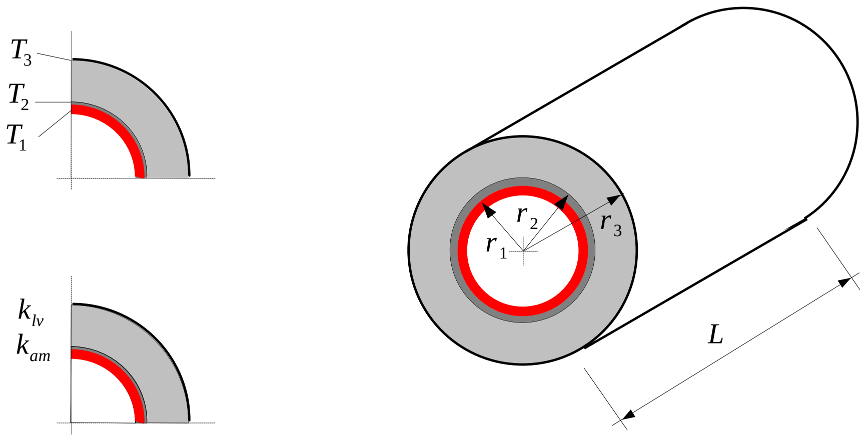
essendo $T_m = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{305K + 295K}{2} = 300K$. Pertanto:

$$k_m = k_o (1 + bT_m) = 371.9 \frac{W}{mK} (1 - 9.25 \cdot 10^{-5} K^{-1}) \cdot 300K = 361.58 \frac{W}{mK}$$

$$\frac{q}{L} = \frac{(305 - 295)K}{\frac{\ln(0.018m/0.010m)}{2\pi \cdot 361.58 \frac{W}{mK}}} = 38.65 \frac{W}{m}$$

Esercizio 6

Un tubo di acciaio con diametro esterno di 7.5 cm è ricoperto con uno strato di 1.25 cm di materiale plastico, avente conducibilità termica pari a 0.207 W/mK, il quale è a sua volta ricoperto da uno strato di 5 cm di lana di vetro, la cui conducibilità termica vale 0.055 W/mK. Sapendo che le temperature esterne del tubo di acciaio e della lana di vetro valgono rispettivamente 200°C e 35°C, determinare il flusso termico per metro lineare e la temperatura interfacciale fra il materiale plastico e la lana di vetro.



Il flusso lineare può essere valutato attraverso i due strati di materiale plastico e lana di vetro, ai cui estremi sono note le temperature:

$$\frac{q}{L} = \frac{T_1 - T_3}{\dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_1} + \dfrac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi k_2}} = \frac{(200-35)K}{\dfrac{\ln(0.05m/0.0375m)}{2\pi\, 0.207\dfrac{W}{mK}} + \dfrac{\ln(0.1m/0.05m)}{2\pi\ \ 0.0548\dfrac{W}{mK}}} = 73.85\frac{W}{m}$$

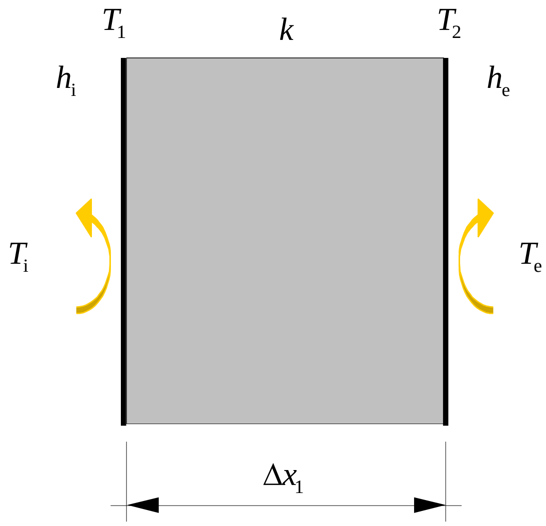
Per valutare la temperatura interfacciale tra materiale plastico e lana di vetro si sfrutta la conduzione attraverso uno dei due strati, ad esempio il primo:

$$q = \frac{T_2 - T_3}{\dfrac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi k L}} \Rightarrow$$

$$T_2 = T_3 + \frac{q\ln(r_3/r_2)}{2\pi k L} = 35°C + \frac{73.85\dfrac{W}{m}}{2\pi \cdot 0.055\dfrac{W}{mK}}\ln(10cm/5cm) = 183.66°C$$

Esercizio 7

Un muro di calcestruzzo spesso 15 cm, con conduttività termica k = 0.87 W/mK, è esposto dal lato interno ad aria a 25°C e dall'altro ad aria a 0°C. Il coefficiente di scambio termico convettivo per l'aria interna vale 10.46 W/m²K mentre per quella esterna vale 52.3 W/m²K. Determinare il flusso termico e la temperatura sulle due facce del muro.



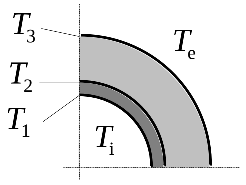
$$\frac{q}{A}=\frac{T_i-T_e}{\frac{1}{h_i}+\frac{\Delta x}{k}+\frac{1}{h_e}}=\frac{(25-0)K}{\frac{1}{52.3\frac{W}{m^2K}}+\frac{0.15m}{0.87\frac{W}{mK}}+\frac{1}{10.46\frac{W}{m^2K}}}=87.1\frac{W}{m^2}$$

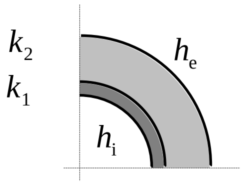
$$\frac{q}{A}=\frac{T_i-T_1}{\frac{1}{h_i}}\Rightarrow T_1=T_i-\frac{q}{h_iA}=25°C-\frac{87.1\frac{W}{m^2}}{10.46\frac{W}{m^2K}}=16.7°C$$

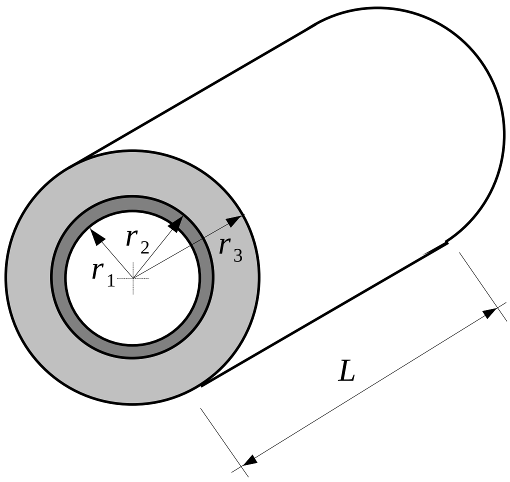
$$\frac{q}{A}=\frac{T_2-T_e}{\frac{1}{h_e}}\Rightarrow T_2=T_e-\frac{q}{h_eA}=0°C+\frac{87.1\frac{W}{m^2}}{52.3\frac{W}{m^2K}}=1.7°C$$

Esercizio 8

Del vapore scorre in un tubo di acciaio avente raggio interno pari a 5 cm ed esterno pari a 5.7 cm, rivestito da uno strato di isolante di 2.5 cm. I coefficienti di scambio termico convettivo interno ed esterno valgono rispettivamente 87.1 W/m^{2}K e 12.43 W/m^{2}K, mentre i coefficienti di conducibilità per l'acciaio e per l'isolante valgono rispettivamente 45 W/mK e 0.071 W/mK. Determinare il coefficiente globale di scambio termico.







$$U = \frac{1}{\frac{r_3}{r_1 h_i} + \frac{r_3 \ln(r_2/r_1)}{k_1} + \frac{r_3 \ln(r_3/r_2)}{k_2} + \frac{1}{h_e}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{0.082m}{0.05m \cdot 87.1 \frac{W}{m^2 K}} + \frac{0.082m \ln(0.057m / 0.05m)}{45 \frac{W}{mK}} + \frac{0.082m \ln(0.082m / 0.57m)}{0.071 \frac{W}{mK}} + \frac{1}{12.43 \frac{W}{m^2 K}}} =$$

$$= 0.5 \frac{W}{m^2 K}$$

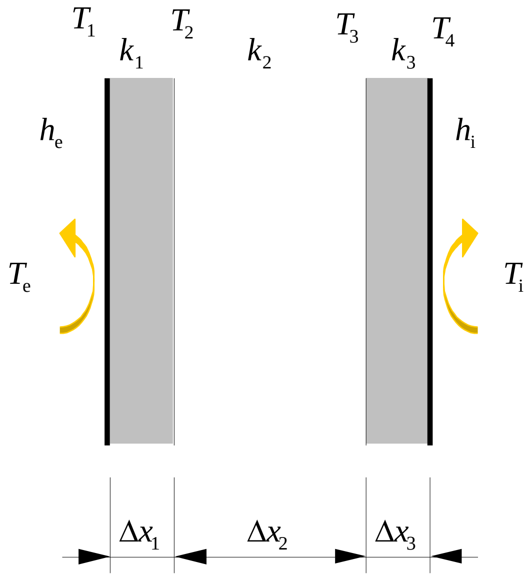
Esercizio 9

Sia dato un muro piano costituito da uno strato di pietra ed uno di calcestruzzo, di spessore uguale e pari a 10 cm, separati da un'intercapedine d'aria di 30 cm. Il muro separa due ambienti a temperatura rispettiva di 40°C e 20°C, aventi coefficiente di scambio convettivo pari rispettivamente a 30 e 5 W/m²K. Sapendo che i coefficienti di conducibilità della pietra, del calcestruzzo e dell'aria valgono rispettivamente 1.5 W/mK, 1.2 W/mK e 0.022 W/mK, determinare il flusso scambiato e l'andamento della temperatura nei casi in cui:

a) l'aria non dia luogo a moti convettivi

b) l'aria dia luogo ad uno scambio per convezione con coefficiente h pari a 2.5W/m²K.

a)



$$\frac{q}{A} = U(T_e - T_i)$$

dove

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{\Delta x_1}{k_1} + \frac{\Delta x_2}{k_2} + \frac{\Delta x_3}{k_3} + \frac{1}{h_e}} = \frac{1}{\frac{1}{30\frac{W}{m^2K}} + \frac{0.1m}{1.5\frac{W}{mK}} + \frac{0.3m}{0.022\frac{W}{mK}} + \frac{0.1m}{1.2\frac{W}{mK}} + \frac{1}{5\frac{W}{m^2K}}} = 0.07\frac{W}{m^2K}$$

avendo supposto l'aria in quiete e quindi lo scambio attraverso di essa per conduzione. Pertanto:

$$\frac{q}{A} = U(T_e - T_i) = 0.07\frac{W}{m^2K}(40-20)K = 1.4\frac{W}{m^2}$$

Per determinare T_1 e T_4 si sfrutta la convezione, rispettivamente per l'aria esterna ed interna.

$$q = h_e A(T_e - T_1) \Rightarrow T_1 = T_e - \frac{q}{h_e A} = 40°C - \frac{1.4\frac{W}{m^2K}}{30\frac{W}{m^2K}} = 39.95°C$$

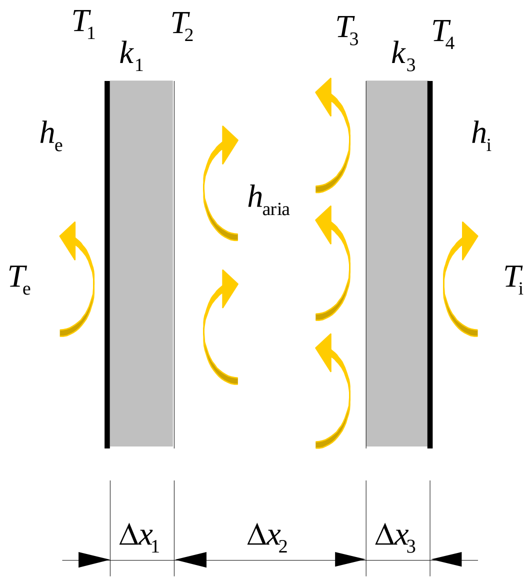
$$q = h_i A(T_4 - T_i) \Rightarrow T_4 = \frac{q}{h_i A} + T_i = \frac{1.4\frac{W}{m^2K}}{5\frac{W}{m^2K}} + 20°C = 20.28°C$$

Per determinare T_2 e T_3 si sfrutta invece la conduzione, rispettivamente attraverso gli strati 1 e 3:

$$\frac{q}{A} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\Delta x_1}{k_1}} \Rightarrow T_2 = T_1 - \frac{q}{A}\frac{\Delta x_1}{k_1} = 39.95°C - 1.4\frac{W}{m^2K} \cdot \frac{0.1m}{1.5\frac{W}{mK}} = 39.86°C$$

$$\frac{q}{A} = \frac{T_3 - T_4}{\frac{\Delta x_3}{k_3}} \Rightarrow T_3 = T_4 + \frac{q}{A}\frac{\Delta x_3}{k_3} = 20.28°C + 1.4\frac{W}{m^2K}\frac{0.1m}{1.2\frac{W}{mK}} = 20.4°C$$

b)



Procedendo come nel caso precedente:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_e} + \frac{\Delta x_1}{k_1} + \frac{1}{h_{aria}} + \frac{\Delta x_3}{k_3} + \frac{1}{h_i}} = \frac{1}{\frac{1}{30\frac{W}{m^2K}} + \frac{0.1}{1.5\frac{W}{mK}} + \frac{1}{2.5\frac{W}{m^2K}} + \frac{0.1}{1.2\frac{W}{mK}} + \frac{1}{5\frac{W}{m^2K}}} = 1.26\frac{W}{m^2K}$$

$$\frac{q}{A} = U(T_e - T_i) = 1.26\frac{W}{m^2K}(40 - 20)K = 25.2\frac{W}{m^2}$$

Come per il caso a) per determinare T_1 e T_4 si sfrutta la convezione rispettivamente per l'aria esterna ed interna:

$$q = h_e A(T_e - T_1) \Rightarrow T_1 = T_e - \frac{q}{h_e A} = 40°C - \frac{25.2\,\frac{W}{m^2 K}}{30\,\frac{W}{m^2 K}} = 39.16°C$$

$$q = h_i A(T_4 - T_i) \Rightarrow T_4 = \frac{q}{h_i A} + T_i = \frac{25.2\,\frac{W}{m^2 K}}{5\,\frac{W}{m^2 K}} + 20°C = 25.04°C$$

e per determinare T_2 e T_3 si sfrutta la conduzione rispettivamente attraverso gli strati 1 e 3:

$$\frac{q}{A} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\Delta x_1}{k_1}} \Rightarrow T_2 = T_1 - \frac{q}{A}\frac{\Delta x_1}{k_1} = 39.16°C - 25.2\,\frac{W}{m^2 K} \cdot \frac{0.1m}{1.5\,\frac{W}{mK}} = 37.48°C$$

$$\frac{q}{A} = \frac{T_3 - T_4}{\frac{\Delta x_3}{k_3}} \Rightarrow T_3 = T_4 + \frac{q}{A}\frac{\Delta x_3}{k_3} = 25.04°C + 25.2\,\frac{W}{m^2 K} \cdot \frac{0.1m}{1.2\,\frac{W}{mK}} = 27.6°C$$

Esercizio 10

Sia dato un muro di 50 cm che separa due ambienti rispettivamente a temperatura di 18°C e 40°C, aventi coefficienti di convezione pari rispettivamente a 3.5 e 29 W/m²K.

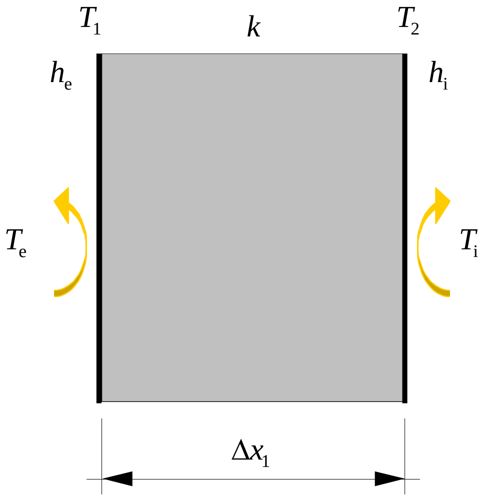
Calcolare il flusso termico che attraversa il muro e l'andamento della temperatura nei tre casi:

a) muro di pietra arenaria con coefficiente di conducibilità pari a 1.5 W/mK;

b) muro composto da tre strati (arenaria, mattoni forati, polistirolo) di spessore rispettivo pari a 30, 15 e 5 cm con coefficienti di conducibilità rispettivamente pari a 1.5 W/mK, 0.35W/mk, 0.0035 W/mK.

c) muro di arenaria con conducibilità termica variabile con la temperatura con la legge k = 1.5W/mK(1+10⁻³K⁻¹T).

a)



$$q = UA(T_e - T_i)$$

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i}+\frac{\Delta x}{k}+\frac{1}{h_e}} = \frac{1}{\frac{1}{3.5\frac{W}{m^2K}}+\frac{0.5m}{1.5\frac{W}{mK}}+\frac{1}{29\frac{W}{m^2K}}} = 1.53\frac{W}{m^2K}$$

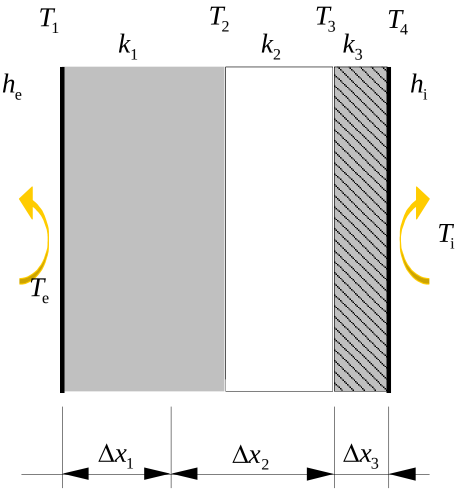
$$\frac{q}{A} = 1.53\frac{W}{m^2K}(40-18)K = 33.66\frac{W}{m^2}$$

Pertanto:

$$q = h_e A(T_e - T_1) \Rightarrow T_1 = T_e - \frac{q}{h_e A} = 40°C - \frac{33.66\frac{W}{m^2K}}{29\frac{W}{m^2K}} = 38.84°C$$

$$q = h_i A(T_4 - T_i) \Rightarrow T_4 = \frac{q}{h_i A} + T_i = \frac{33.66\frac{W}{m^2K}}{3.5\frac{W}{m^2K}} + 18°C = 27.62°C$$

b)



$$q = UA(T_e - T_i)$$

con

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{\Delta x_1}{k_1} + \frac{\Delta x_2}{k_2} + \frac{\Delta x_3}{k_3} + \frac{1}{h_e}} = \frac{1}{\frac{1}{3.5\frac{W}{m^2K}} + \frac{0.3m}{1.5\frac{W}{mK}} + \frac{0.15m}{0.35\frac{W}{mK}} + \frac{0.05m}{0.0035\frac{W}{mK}} + \frac{1}{29\frac{W}{m^2K}}} = 0.065\frac{W}{m^2K}$$

$$\frac{q}{A} = U(T_e - T_i) = 0.065\frac{W}{m^2K}(40-18)K = 1.44\frac{W}{m^2}$$

Pertanto:

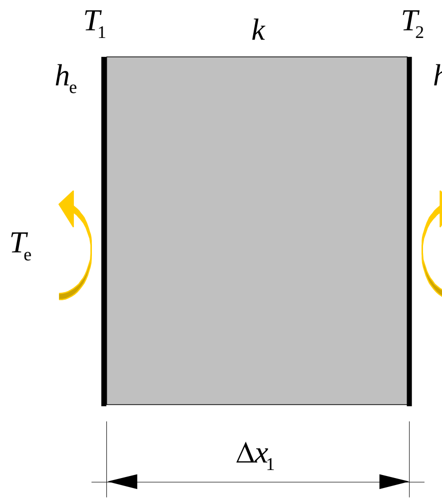
$$q = h_e A(T_e - T_1) \Rightarrow T_1 = T_e - \frac{q}{h_e A} = 40°C - \frac{1.44\frac{W}{m^2K}}{29\frac{W}{m^2K}} = 39.95°C$$

$$q = h_i A(T_4 - T_i) \Rightarrow T_4 = \frac{q}{h_i A} + T_i = \frac{1.44\frac{W}{m^2K}}{3.5\frac{W}{m^2K}} + 18°C = 18.41°C$$

$$\frac{q}{A} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\Delta x_1}{k_1}} \Rightarrow T_2 = T_1 - \frac{q}{A}\frac{\Delta x_1}{k_1} = 39.95°C - 1.44\frac{W}{m^2K}\cdot\frac{0.3m}{1.5\frac{W}{mK}} = 39.66°C$$

$$\frac{q}{A} = \frac{T_3 - T_4}{\frac{\Delta x_3}{k_3}} \Longrightarrow T_3 = T_4 + \frac{q}{A}\frac{\Delta x_3}{k_3} = 18.41°C + 1.44\frac{W}{m^2K}\cdot\frac{0.05m}{0.0035\frac{W}{mK}} = 39°C$$

c)



$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_e} + \frac{\Delta x}{k_m} + \frac{1}{h_i}} \quad con$$

$$k_m = \frac{k_1 - k_2}{2} = k_0\left[1 + b\left(\frac{T_1 + T_2}{2}\right)\right] = 1.5\frac{W}{mK}\left[1 + 10^{-3}K^{-1}(\frac{27.62 + 38.84}{2})K\right] = 1.53\frac{W}{mK}$$

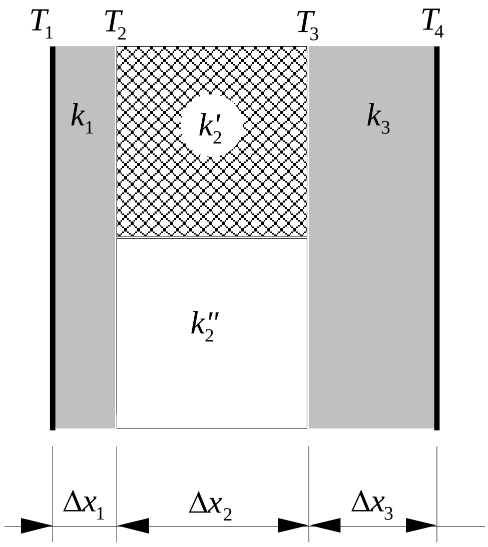
Essendo T_1 e T_2 quelle determinate per il caso a). Pertanto:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{29\frac{W}{m^2K}} + \frac{0.5m}{1.53\frac{W}{mK}} + \frac{1}{3.5\frac{W}{m^2K}}} = 1.55\frac{W}{m^2K}$$

$$\frac{q}{A} = U(T_e - T_i) = 1.55\frac{W}{m^2K}(40 - 18)K = 34.1\frac{W}{m^2}$$

Esercizio 11

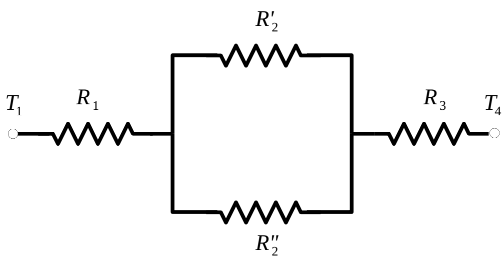
Con riferimento alla parete composta schematizzata in figura si determini la potenza termica trasmessa per unità di superficie, sapendo che i coefficienti di conducibilità termica dei vari elementi valgono rispettivamente k_1 = 175 W/mK, $k_{2'}$ = 35 W/mK, $k_{2''}$ = 60 W/mK, k_3 = 80 W/mK e che le temperature sulle facce esterne valgono rispettivamente 370°C e 66°C.



$$q = UA\Delta T = UA(T_1 - T_4)$$

dove $UA = \dfrac{1}{\sum R_i}$

Le resistenze sono rappresentabili per mezzo dell'analogia elettrica



con

$$R_1 = \frac{\Delta x_1}{k_1 A} = \frac{2.5 \cdot 10^{-2} m}{1.75 \dfrac{W}{mK} \cdot 0.1 m^2} = 0.0014 \frac{K}{W}$$

$$R'_2 = \frac{\Delta x_2}{k'_2 A/2} = \frac{7.5 \cdot 10^{-2} m}{35 \dfrac{W}{mK} \cdot (0.1 m^2 / 2)} = 0.043 \frac{K}{W}$$

$$R''_2 = \frac{\Delta x_2}{k''_2 A/2} = \frac{7.5 \cdot 10^{-2} m}{60 \dfrac{W}{mK} \cdot (0.1 m^2 / 2)} = 0.025 \frac{K}{W}$$

$$R_3 = \frac{\Delta x_3}{k_3 A} = \frac{5 \cdot 10^{-2} m}{80 \frac{W}{mK} \cdot 0.1 m^2} = 0.00625 \frac{K}{W}$$

ed

$$R_2 = \frac{1}{\frac{1}{R'_2} + \frac{1}{R''_2}} = \frac{1}{\frac{1}{0.043 \frac{K}{W}} + \frac{1}{0.025 \frac{K}{W}}} = 0.0158 \frac{K}{W}$$

Pertanto:

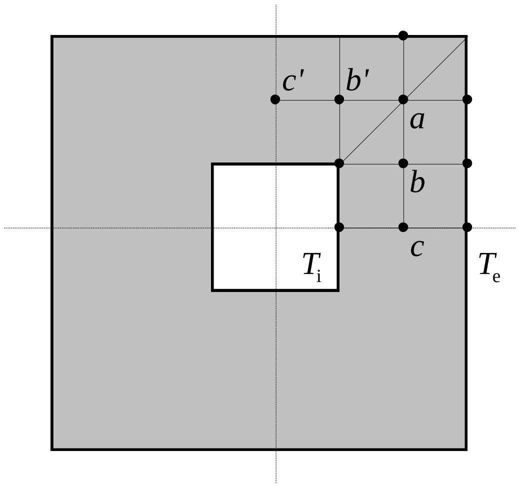
$$R_{TOT} = R_1 + R_2 + R_3 = (0.0014 + 0.0158 + 0.00625) \frac{K}{W} = .0234 \frac{K}{W}$$

$$UA = \frac{1}{\sum R_i} = \frac{1}{22.7 \cdot 10^{-3} \frac{K}{W}} = 44 \ \frac{W}{K}$$

$$q = UA(T_1 - T_4) = 44 \frac{W}{K} (370 - 66) K = 13.4 kW$$

Esercizio 12

Determinare le temperature nodali dei punti a, b, c, sapendo che il materiale è omogeneo ed isotropo e che le temperature delle superfici interna ed esterna valgono rispettivamente 150°C e 50 °C.



nodo a: $T_b^{'} + T_b + T_i + T_e - 4T_a = 0$

nodo b: $T_i + T_c + T_a + T_e - 4T_b = 0$

nodo c: $T_b + T_i + T_e + T_b - 4T_c = 0$

sostituendo:

nodo a: $T_b^{'} + T_b + 50 + 50 - 4T_a = 0$

nodo b: $150 + T_c + T_a + 50 - 4T_b = 0$

nodo c: $T_b + 150 + 50 + T_b - 4T_c = 0$

ed essendo il corpo omogeneo ed isotropo

$T_b = T_b^{'}$ e $T_c = T_c^{'}$. Pertanto :

$$2T_b + 100 - 4T_a = 0 \Rightarrow 2T_a - T_b = 50$$

$$T_c + 100 - 4T_a = 0 \Rightarrow -T_a + 4T_b - T_c = 200$$

$$2T_b + 200 - 4T_c = 0 \Rightarrow -T_b + 2T_c = 100$$

Risolvendo si ottiene:

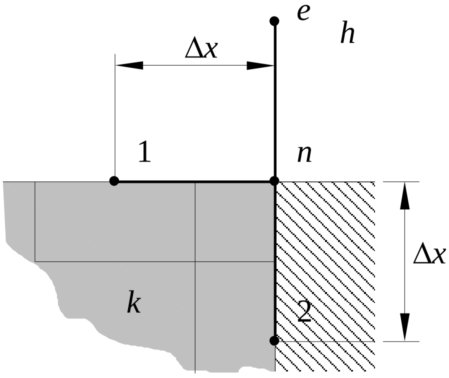
$$T_a = 70.8°C; \quad T_b = 91.6°C; \quad T_c = 95.6°C.$$

Esercizio 13

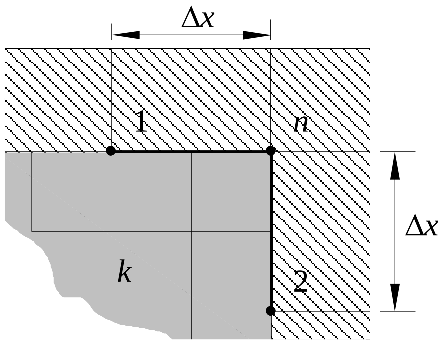
Derivare l'equazione della temperatura nodale per il caso di un nodo in un angolo esterno con:

a) uno dei lati contigui isolato e l'altro soggetto ad un trasporto termico convettivo;

b) con ambedue i lati contigui isolati.



a)



b)

a)

$$\frac{k\Delta x^2}{2}\frac{(T_1-T_n)}{\Delta x}+\frac{k\Delta x^2}{2}\frac{(T_2-T_n)}{\Delta x}+\frac{h\Delta x^2(T_e-T_n)}{2}=0$$

$$=\frac{k\Delta x}{2}\left(T_1-T_n\right)+\frac{k\Delta x}{2}\left(T_2-T_n\right)+\frac{h\Delta x^2\left(T_e-T_n\right)}{2}=0$$

$$T_1-T_n+T_2-T_n+\frac{h\Delta x}{k}\left(T_e-T_n\right)=0$$

$$T_1+T_2+\frac{h\Delta x}{k}\cdot T_e-\left(2+\frac{h\Delta x}{k}\right)T_n=0$$

b)

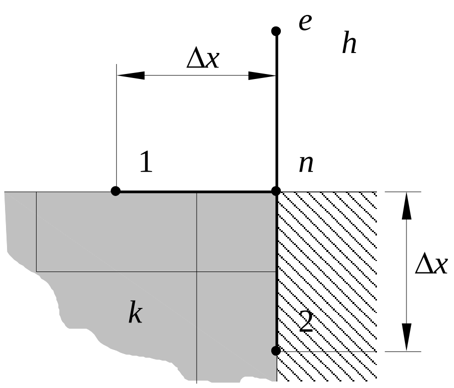
$$\frac{k\Delta x^2}{2}\frac{(T_1-T_n)}{\Delta x}+\frac{k\Delta x^2}{2}\frac{(T_2-T_n)}{\Delta x}=0$$

$$T_1-T_n+T_2-T_n=0$$

$$T_1+T_2-2T_n=0$$

Esercizio 14

Stimare per il caso a) dell'esercizio 13 lo scambio convettivo nel punto n sapendo che le temperature dei punti 1 e 2 e quella esterna valgono rispettivamente 80°C, 100°C e 40°C, che il coefficiente di scambio termico convettivo è pari a 12 W/m²K è che il numero di Nusselt è pari a 6.



Utilizzando il risultato trovato nell'esercizio 13, si ha:

$$T_1 + T_2 + \frac{h\Delta x}{K} \cdot T_e - \left(2 + \frac{h\Delta x}{K}\right) T_n = 0 \Rightarrow T_1 + T_2 + Nu \cdot T_e - (2 + Nu) T_n = 0$$

e sostituendo:

$$80 + 100 + 6 \cdot 40 - (2 + 6) T_n = 0$$

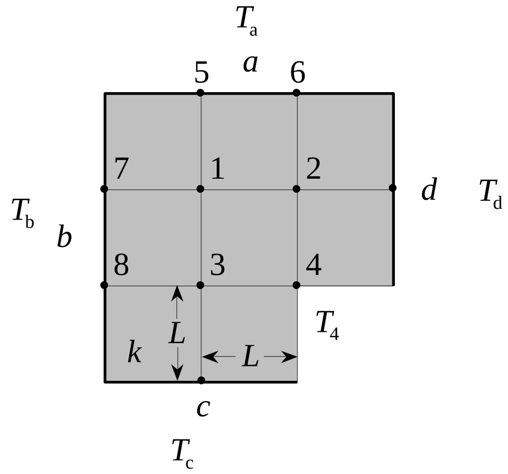
$$T_n = 52.5°C$$

Pertanto:

$$\frac{q}{A} = \frac{q}{\Delta x^2} = h(T_n - T_e) = 12 \frac{W}{m^2 K} \cdot (52.5°C - 40°C) = 150 \frac{W}{m^2}$$

Esercizio 15

Stimare il flusso termico che attraversa le superfici a e b in corrispondenza dei punti 5, 6, 7 ed 8 relativamente alla configurazione di figura, la cui conducibilità termica è pari a 2W/mK, sapendo che la temperatura del punto 4 è 150°C e che quella delle superfici esterne è pari rispettivamente a: T_a = 200°C, T_b = 200°C T_c = 200°C T_d = 200°C.



L'equazione del flusso termico che attraversa le superfici *a* e *b* in corrispondenza dei punti 5, 6, 7 ed 8 può scriversi:

$$q_{15} = \frac{kL^2}{L}\left(T_1 - T_5\right) \Rightarrow \frac{q_{15}}{L} = k\left(T_1 - T_5\right)$$ e analogamente:

$$\frac{q_{17}}{L} = k\left(T_1 - T_7\right); \qquad \frac{q_{26}}{L} = k\left(T_2 - T_6\right); \qquad \frac{q_{38}}{L} = k\left(T_3 - T_8\right)$$

Occorre preliminarmente scrivere le equazioni dei punti nodali per determinare le temperature dei punti 1, 2 e 3.

$$\begin{array}{l} T_1: \\ T_2: \\ T_3: \end{array} \begin{cases} T_5 + T_2 + T_3 + T_7 - 4T_1 = 0 \\ T_6 + T_d + T_4 + T_1 - 4T_2 = 0 \\ T_1 + T_4 + T_c + T_8 - 4T_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} T_1: \\ T_2: \\ T_3: \end{array} \begin{cases} T_2 + T_3 + 200 + 100 - 4T_1 = 0 \\ T_1 + 200 + 200 + 150 - 4T_2 = 0 \\ T_1 + 100 + 100 + 150 - 4T_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4T_1 + T_2 + T_3 + 300 = 0 \\ T_2 = \dfrac{T_1 + 550}{4} \\ T_3 = \dfrac{T_1 + 350}{4} \end{cases}$$

e risolvendo la prima equazione:

$$-4T_1+\frac{T_1+550}{4}+\frac{T_1+350}{4}+300=0$$

$T_1=110.7°C$
$T_2=165.2°C$
$T_3=115.2°C$
Pertanto:

$$\frac{q_{15}}{L}=k(T_1-T_5)=2\frac{W}{mK}\cdot(110.7°C-200°C)=-178.6\frac{W}{m}$$
$$\frac{q_{26}}{L}=k(T_2-T_6)=2\frac{W}{mK}\cdot(165.2°C-200°C)=-69.6\frac{W}{m}$$
$$\frac{q_{17}}{L}=k(T_1-T_7)=2\frac{W}{mK}\cdot(110.7°C-100°C)=21.4\frac{W}{K}$$
$$\frac{q_{38}}{L}=k(T_3-T_8)=2\frac{W}{mK}\cdot(115.2°C-100°C)=30.4\frac{W}{m}$$