

LEZIONE 5 - 6
CALORE, ENERGIA TERMICA, TRASPORTO DEL CALORE
(CONDUZIONE, CONVEZIONE, IRRAGGIAMENTO)

ESERCITAZIONI 3- 4: SOLUZIONI

Esercizio 11

Una pentola contiene 2 kg di acqua ad una temperatura iniziale di 17°C. Si vuole portare l'acqua ad ebollizione tramite un fornello elettrico avente una potenza di 1500W. La pentola pesa 500 g ed il materiale di cui è fatta ha un calore specifico di 0.7 kJ/kg · °C. Sapendo che il calore specifico dell'acqua è 4.18 kJ/kg·°C e trascurando tutte le altre perdite di calore nella pentola, calcolare quanti minuti saranno necessari per far bollire l'acqua.

Risposta

La pentola e l'acqua in essa contenuta costituiscono un sistema chiuso (la massa è costante).

Il bilancio energetico del sistema in questo caso vale:

$$E_{in} - E_{out} = \Delta E_{sistema} = \Delta U_{sistema} = \Delta U_{pentola} + \Delta U_{acqua}$$

$$\Delta U_{acqua} = m_{acqua} c_{acqua} \Delta T = (2 \text{ kg} \times 4.18 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C} \times 83 \text{ }^\circ\text{C}) \text{ kJ} = 693.8 \text{ kJ}$$

$$\Delta U_{pentola} = m_{pentola} c_{pentola} \Delta T = (0.5 \text{ kg} \times 0.7 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C} \times 83^\circ\text{C}) \text{ kJ} = 29 \text{ kJ}$$

$$\Delta U_{sistema} = (693.8 + 29) \text{ kJ} = 722.8 \text{ kJ}$$

Il fornello ha una potenza di 1500 W, ovvero 1500 J/s = 1.5 kJ/s.

Quindi il tempo necessario per far bollire l'acqua sarà pari a

$$\Delta t = 722.8 \text{ kJ} / 1.5 \text{ kJ/s} = 481.8 \text{ s} = (481.8/60) \text{ min} = 8 \text{ min}$$

Esercizio 12

In un tubo a sezione rettangolare di un impianto di riscaldamento ad aria una parte passa in una zona non riscaldata. La sezione del tubo è 15 cm x 20 cm. L'aria calda entra nella sezione con una pressione di 100kPa e una temperatura di 60°C a una velocità media di 5m/s. La temperatura scende lungo il tratto a 54°C a causa delle perdite termiche. Calcolare il tasso di perdita di calore in condizioni stazionarie, sapendo che:

$$R_A = 287 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$$

$$c_p = 1.007 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$$

Risposta

La perdita di calore è data da

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p \Delta T$$

La pressione è di fatto costante, perchè gli effetti del cambio di densità e temperatura si compensano. Se assumo che l'aria si comporta come un gas ideale, calcolo la densità all'ingresso della condotta applicando la legge dei gas perfetti:

$$PV = n RT, \text{ da cui ricavo}$$

$$n/V = P/RT$$

e quindi

$$\rho_{in} = P / R_A T_{in}$$

Ricordiamo che la pressione è definita come forza per unità di superficie. In questo senso l'unità di misura della pressione, il Pascal, è equivalente a

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2.$$

D'altra parte sappiamo anche che l'energia è definita come forza per spostamento, per cui l'unità di misura dell'energia, il Joule, è equivalente a

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N m}.$$

Quindi

$1 \text{ J} = 1 \text{ N m}$ da cui ricavo che $1 \text{ N} = 1 \text{ J/m}$; sostituisco quest'ultima espressione in quella del Pascal e trovo

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ J/m}^3$$

$$\text{e } 100 \text{ kPa} = 1 \times 10^5 \text{ Pa} = 1 \times 10^5 \text{ J/m}^3$$

Inoltre:

$$60^\circ\text{C} = (60+273.15) \text{ K} = 333.15 \text{ K}$$

Quindi:

$$\rho_{in} = 1 \times 10^5 \text{ J/m}^3 / (287 \text{ J/kg} \cdot \text{K} \times 333.15 \text{ K}) = 1.046 \text{ kg/m}^3$$

La portata di massa dell'aria è data dall'espressione:

$$\dot{m} = \rho v A \text{ (kg/s)}$$

Calcolo A

$$A = (0.15 \times 0.20) \text{ m}^2 = 0.03 \text{ m}^2$$

$$\text{e quindi } \dot{m} = 1.046 \text{ kg/m}^3 \times 5 \text{ m/s} \times 0.03 \text{ m}^2 = 0.157 \text{ kg/s}$$

E la perdita di calore sarà pari a

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p \Delta T = 0.157 \text{ kg/s} \times 1.007 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \times 6\text{K} = 0.948 \text{ kJ/s} = 0.948 \text{ kW}$$

Esercizio 13

Il tetto di una casa riscaldata elettricamente è lungo 6 m, largo 8 m e spesso 0.25 m. I mattoni di cui è fatto hanno una conducibilità termica $k = 0.8 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$. La temperatura delle superfici interne ed esterne del tetto, misurate nel corso di una notte, sono risultate rispettivamente di 15°C e 4°C in un periodo di 10 ore.

Calcolare:

1. il flusso di calore disperso attraverso il tetto
2. il costo di questa perdita di calore al proprietario della casa se il costo dell'elettricità è di 0.2 Euro al kW/h.

Risposta

Il calore viene disperso per conduzione.

Per calcolare quanto calore passa attraverso il tetto applichiamo la legge di Fourier:

$$\dot{Q}_{COND} = -kA \frac{\Delta T}{\Delta X} = 0.8 \text{ W/m}^\circ\text{C} \times A \times (15 - 4)^\circ\text{C} / 0.25\text{m}$$

dove $A = 6 \times 8 \text{ m}^2 = 48 \text{ m}^2$

Quindi $\dot{Q}_{COND} = (0.8 \text{ W/m}^\circ\text{C} \times 48 \text{ m}^2 \times 11^\circ\text{C}) / 0.25\text{m} = 1689.6 \text{ W} = 1.69 \text{ kW}$

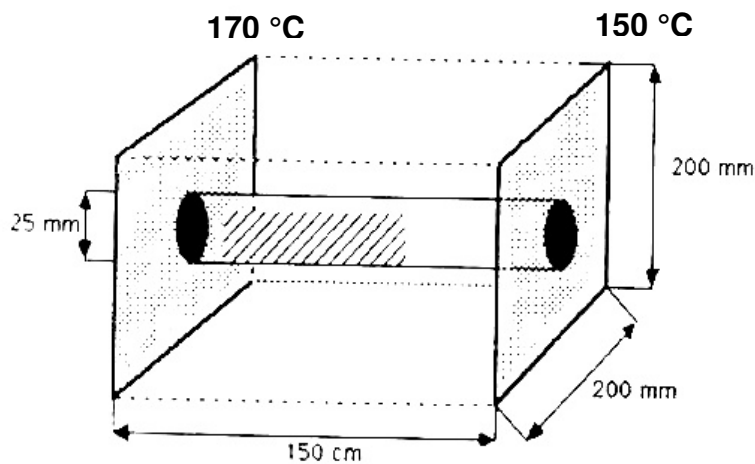
La quantità totale di calore persa in 10 ore vale, dunque:

$$Q = \dot{Q}_{COND} \cdot \Delta T = 1.69 \text{ kW} \times 10 \text{ h} = 16.9 \text{ kWh}$$

Il costo totale è dunque pari a $16.9 \text{ kWh} \times 0.2 \text{ Euro/kWh} = 3.38 \text{ Euro}$

Esercizio 14

Due piastre, ciascuna avente la faccia interna delle dimensioni di 400 cm^2 e che si trovano, rispettivamente, alle temperature di 170°C e 150°C , sono separate da una barra di rame ($k_{rame} = 379 \text{ W/m}^\circ\text{C}$) avente diametro di 25 mm e lunghezza di 150 cm e saldata alle estremità della piastra. Lo spazio tra le due piastre è riempito con lana di vetro ($k_{lana_vetro} = 0.02 \text{ W/m}^\circ\text{C}$), che isola anche la superficie laterale della barra. Calcolare la potenza termica che passa da una piastra all'altra.



Risposta

Supponendo nulla la dispersione del calore laterale, la potenza termica si calcola con l'espressione

$$Q = \Delta T / R_{\text{totale}}$$

dove R_{totale} è il valore della resistenza termica totale (inverso della conducibilità).

So che

$$1 / R_{\text{totale}} = 1 / R_{\text{rame}} + 1 / R_{\text{lana_vetro}} = R_{\text{rame}} R_{\text{lana_vetro}} / (R_{\text{rame}} + R_{\text{lana_vetro}})$$

$$R_{\text{rame}} = l_{\text{barra_rame}} / (A_{\text{rame}} \times k_{\text{rame}})$$

$$R_{\text{lana_vetro}} = l_{\text{lana_vetro}} / (A_{\text{lana_vetro}} \times k_{\text{lana_vetro}})$$

$$A_{\text{rame}} = 3.14 \times r^2 = 3.14 \times (0.025/2 \text{ m})^2 = 0.0125^2 = 0.0005 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{lana_vetro}} = (0.2 \times 0.2) \text{ m}^2 - 0.0005 \text{ m}^2 = 0.0395 \text{ m}^2$$

$$R_{\text{rame}} = 1.5 \text{ m} / (0.0005 \text{ m}^2 \times 379 \text{ W/m}^\circ\text{C}) = 7.91 \text{ }^\circ\text{C/W}$$

$$R_{\text{lana_vetro}} = 1.5 \text{ m} / (0.0395 \text{ m}^2 \times 0.02 \text{ W/m}^\circ\text{C}) = 1898.7 \text{ }^\circ\text{C/W}$$

$$\text{Quindi } R_{\text{tot}} = 7.91 \times 1898.7 / (7.91 + 1898.7) = 15018.717 / 1906.61 = 7.877 \text{ }^\circ\text{C/W}$$

e

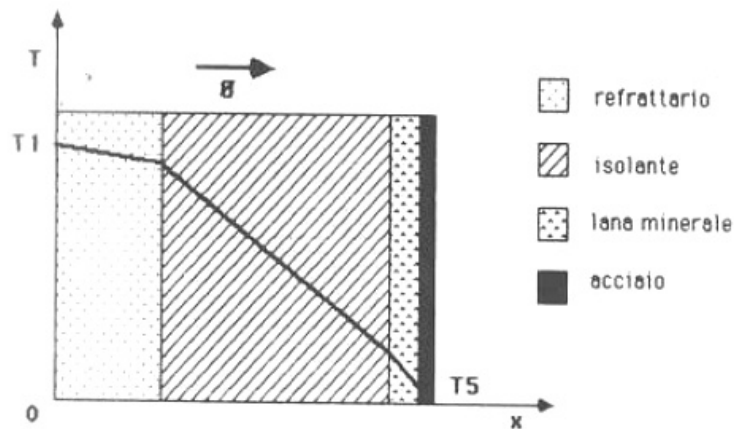
$$Q = (170 - 150) \text{ }^\circ\text{C} / 7.877 \text{ }^\circ\text{C/W} = 2.54 \text{ W}$$

Esercizio 15

La parete di un forno è costituita da:

1. 12 cm di refrattario con $k = 2.1 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
2. 30 cm di isolante con $k = 0.23 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
3. 2 cm di lana minerale con $k = 0.12 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
4. 1 cm di acciaio con $k = 58.1 \text{ W/m}^\circ\text{C}$

La superficie della parete è di 20 m². La temperatura del refrattario è di 800°C e quella della lamiera di acciaio di 50°C. Calcolare il flusso termico tra le due pareti del forno.



Risposta

In regime stazionario si ha che

$$Q = \Delta T_{\text{totale}} / R_{\text{totale}}$$

dove $\Delta T_{\text{totale}} = \Delta T_1 + \Delta T_2 + \Delta T_3 + \Delta T_4$

con $\Delta T_1 = T_1 - T_2$

$\Delta T_2 = T_2 - T_3$

$\Delta T_3 = T_3 - T_4$

$\Delta T_4 = T_4 - T_5$

e $R_{\text{totale}} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$

Calcoliamo le varie resistenze:

$R_1 = s_1 / k_1 \cdot A_1 = 0.12 / 2.1 \times 20 = 0.003 \text{ } ^\circ\text{C/W}$

$R_2 = s_2 / k_2 \cdot A_2 = 0.30 / 0.23 \times 20 = 0.065 \text{ } ^\circ\text{C/W}$

$R_3 = s_3 / k_3 \cdot A_3 = 0.02 / 0.12 \times 20 = 0.008 \text{ } ^\circ\text{C/W}$

$R_4 = s_4 / k_4 \cdot A_4 = 0.01 / 58.1 \times 20 = 8.6 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C/W}$

Ora $\Delta T_{\text{totale}} = T_1 - T_2 + T_2 - T_3 + T_3 - T_4 + T_4 - T_5 = T_1 - T_5$

Quindi:

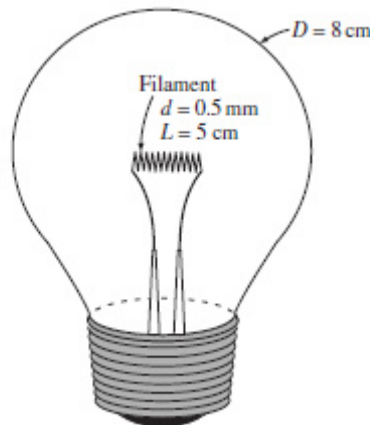
$Q = (800-50)^\circ\text{C} / (0.003 + 0.065 + 0.008 + 8.6 \times 10^{-6}) \text{ } ^\circ\text{C/W} = 9867.3 \text{ W}$

Esercizio 16

Si consideri una lampadina ad incandescenza di 150 W. Il filamento della lampadina è lungo 5 cm e ha un diametro di 0.5 mm. Il diametro del bulbo di vetro è 8 cm.

Calcolare il flusso di calore:

1. sulla superficie del filamento
2. sulla superficie del bulbo di vetro



Risposta

Il flusso di calore si calcola applicando la seguente formula:

$$\dot{q} = \dot{Q}/A \text{ (W/m}^2\text{)}$$

dove \dot{Q} nel nostro caso sono i 150 W di potenza della lampadina ad incandescenza.
Calcoliamo le aree:

$$A_{\text{filamento}} = 2 \times r \times 3.14 \times 0.05 \text{ m} = 2 \times 0.00025 \text{ m} \times 3.14 \times 0.05 \text{ m} = 0.0000785 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{bulbo}} \text{ (lo suppongo una sfera)} = 4 \times 3.14 \times r^2 = 4 \times 3.14 \times 0.04^2 \text{ m}^2 = 0.020096 \text{ m}^2$$

Quindi:

1. flusso di calore sulla superficie del filamento = $150 \text{ W} / 0.0000785 \text{ m}^2 = 1.91 \times 10^6 \text{ W/ m}^2$
2. flusso di calore sulla superficie del bulbo = $150 \text{ W} / 0.020096 \text{ m}^2 = 7464 \text{ W/ m}^2$

Esercizio 17

Un circuito stampato delle dimensioni di 15 cm x 20 cm ha montati sulla sua superficie 120 chip, ciascuno dei quali dissipa 0.12 W. Considerando trascurabile il trasferimento di calore dalla faccia posteriore della scheda, calcolare:

1. il calore dissipato dal circuito in 10 ore in kWh
2. il flusso di calore sulla superficie del circuito in W/ m²

Risposta

La quantità di calore totale dissipata dal circuito (a causa dei 120 chip) vale

$$Q = 0.12 \text{ W} \times 120 = 14.4 \text{ W}$$

In 10 ore dunque $Q = 144 \text{ Wh} = 0.144 \text{ kWh}$

Calcolo ora la superficie del circuito:

$$A = 0.15 \text{ m} \times 0.20 \text{ m} = 0.03 \text{ m}^2$$

Il flusso di calore vale dunque $\dot{q} = 14.4 \text{ W} / 0.03 \text{ m}^2 = 480 \text{ W} / \text{m}^2$

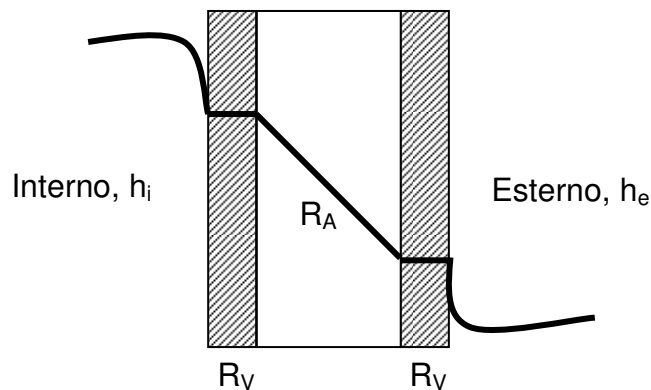
CONDUZIONE-CONVEZIONE

Esercizio 18

Calcolare il flusso di calore disperso attraverso una finestra nei seguenti tre casi:

1. doppio vetro con spessore dell'intercapedine d'aria inferiore o uguale a 2 cm. In questo caso si può ritenere l'aria ferma all'interno dell'intercapedine.
2. doppio vetro con spessore dell'intercapedine maggiore di 2 cm. All'interno si instaurano moti convettivi
3. vetro singolo

Lo spessore dei vetri è 5 mm, con conduttività $k_v = 1.4 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$. La temperatura esterna è di -5°C e la temperatura interna del locale è di 20°C . La conduttanza convettiva all'interno del locale $h_i = 8.14 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$, all'esterno $h_e = 23.26 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$; quella all'interno dell'intercapedine (caso 2) è $h = 6.98 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ e, infine, la conduttività dell'aria è $k_a = 0.023 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$. Si supponga un'area di 1 m^2 .



Risposta

1. la quantità di calore prodotta in questo primo caso vale

$Q = \Delta T / R_{\text{TOT}}$ dove la resistenza totale è la somma delle diverse resistenze convettive e conduttive.

$R_{TOT} = 1/h_i A_V$ (convezione sulla superficie interna) + $2 \Delta x_V / k_V A_V$ (conduzione vetri) + $\Delta x_A / k_A A_A$ (conduzione aria intercapedine) + $1/h_e A_V$ (convezione sulla superficie esterna) =

$$= 1/8.14 \text{ }^\circ\text{C/W} + 2 \cdot 0.005/1.4 \text{ }^\circ\text{C/W} + 0.02/0.023 \text{ }^\circ\text{C/W} + 1/23.26 \text{ }^\circ\text{C/W} =$$

$$= 0.122 \text{ }^\circ\text{C/W} + 0.007 \text{ }^\circ\text{C/W} + 0.87 \text{ }^\circ\text{C/W} + 0.043 \text{ }^\circ\text{C/W} =$$

$$= 1.042 \text{ }^\circ\text{C/W}$$

$$Q = \Delta T / R_{TOT} = 25 \text{ }^\circ\text{C} / 1.042 \text{ }^\circ\text{C/W} = 24 \text{ W.}$$

Il flusso sarà dunque uguale a $\dot{q} = 24 \text{ W/m}^2$

2. In questo caso si creano dei moti convettivi su entrambe le superfici di vetro all'interno dell'intercapedine. La quantità di calore prodotta in questo caso vale

$$Q = \Delta T / R_{TOT}$$

dove

$R_{TOT} = 1/h_i A_V$ (convezione sulla superficie interna) + $2 \Delta x_V / k_V A_V$ (conduzione vetri) + $2 \cdot 1/h_A A_A$ (convezione dell'aria intercapedine) + $1/h_e A_V$ (convezione sulla superficie esterna) =

$$= 1/8.14 \text{ }^\circ\text{C/W} + 2 \cdot 0.005/1.4 \text{ }^\circ\text{C/W} + 2 \cdot 1/6.98 \text{ }^\circ\text{C/W} + 1/23.26 \text{ }^\circ\text{C/W} =$$

$$= 0.122 \text{ }^\circ\text{C/W} + 0.007 \text{ }^\circ\text{C/W} + 0.286 \text{ }^\circ\text{C/W} + 0.043 \text{ }^\circ\text{C/W} =$$

$$= 0.458 \text{ }^\circ\text{C/W}$$

Quindi:

$$Q = \Delta T / R_{TOT} = 25 \text{ W} / 0.458 \text{ }^\circ\text{C/W} = 54.6 \text{ W.}$$

Il flusso sarà dunque uguale a $\dot{q} = 54.6 \text{ W/m}^2$

3. La quantità di calore prodotta in questo caso vale

$$Q = \Delta T / R_{TOT}$$

dove $R_{TOT} = 1/h_i A_V$ (convezione superficie interna) + $\Delta x_V / k_V A_V$ (conduzione vetro) + $1/h_e A_V$ (convezione superficie esterna) =

$$= 1/8.14 \text{ }^\circ\text{C/W} + 0.005/1.4 \text{ }^\circ\text{C/W} + 1/23.26 \text{ }^\circ\text{C/W} =$$

$$= 0.122 \text{ }^\circ\text{C/W} + 0.0035 \text{ }^\circ\text{C/W} + 0.043 \text{ }^\circ\text{C/W} =$$

$$= 0.168 \text{ }^\circ\text{C/W}$$

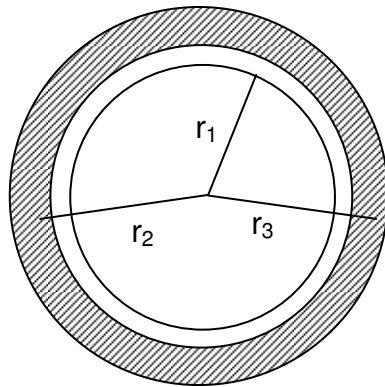
$$Q = \Delta T / R_{TOT} = 25 \text{ W} / 0.168 \text{ }^\circ\text{C/W} = 148.8 \text{ W.}$$

Il flusso sarà dunque uguale a $\dot{q} = 148.8 \text{ W/m}^2$

Si nota che i doppi vetri permettono di disperdere meno calore all'esterno. Se, però, sono troppo lontani, si instaurano dei moti convettivi che facilitano il trasporto del calore e rendono meno conveniente il fatto di avere i doppi vetri.

Esercizio 19

Calcolare il calore disperso per unità di lunghezza da un tubo di acciaio, avente i diametri interno ed esterno, rispettivamente, di 78 mm e 89 mm e conduttività di $43 \text{ W/m}^\circ\text{C}$. Il tubo è rivestito da uno spessore di 13 mm di amianto isolante ($k = 0,19 \text{ W/m}^\circ\text{C}$) ed è, inoltre, immerso in aria a 27°C , con conduttanza convettiva esterna pari a $h = 23,3 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$. All'interno del tubo scorre un fluido alla temperatura di 150°C , con una conduttanza convettiva fluido-tubo di $200 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$.



Risposta

Nel caso di conduzione e convezione attraverso cilindri multistrati, il coefficiente globale di trasmissione si calcola con la seguente espressione:

$$k = \frac{1}{r_1} \cdot \left(\frac{1}{r_1 \cdot h_{\text{int}}} + \sum_{i=1}^n \frac{\ln r_{i+1} / r_i}{k_i} + \frac{1}{r_{n+1} \cdot h_{\text{est}}} \right)^{-1}$$

Calcoliamo quanto valgono r_1 , r_2

$$r_1 = 0,0078 \text{ m} / 2 = 0,0039 \text{ m}$$

$$r_2 = 0,0089 \text{ m} / 2 = 0,0045 \text{ m}$$

$$r_3 = 0,0045 \text{ m} + 0,0013 \text{ m} = 0,0058 \text{ m}$$

Ora calcoliamo quanto vale la conducibilità applicando la formula sovrastante:

$$k = \frac{1}{0,039m} \cdot \left(\frac{1}{0,039m \cdot 200W / m^2 \cdot ^\circ C} + \frac{\ln(0,039 / 0,045)}{43W / m^\circ C} + \frac{\ln(0,058 / 0,045)}{0.19W / m^\circ C} + \frac{1}{0.058m \cdot 23.3W / m^2 \cdot ^\circ C} \right)^{-1} =$$

$$= 25.64 \text{ 1/m} \cdot (1/7.8 - 0.003 + 1.33 + 0.74)^{-1} \text{ W/m}^\circ\text{C} =$$

$$= 11.68 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

Il calore disperso per unità di lunghezza vale

$$Q = k A \Delta T = k \times 2 \pi r_1 \times L \times \Delta T = 11.68 \text{ W/m}^\circ\text{C} \times 6.28 \times 0.039 \text{ m} \times (150-27) \text{ }^\circ\text{C} =$$

$$= 351.8 \text{ W/m.}$$

Esercizio 20

La parete esterna di un forno è alla temperatura di 50°C. Calcolare il flusso termico per unità di superficie disperso nell'ambiente, supposta l'aria alla temperatura di 20°C e una conduttanza convettiva pari a 11.63 W/m²°C.

Risposta

Nel caso della trasmissione del calore per convezione, per il calcolo della potenza termica dispersa, vale la seguente relazione:

$$\dot{Q}_{CONV} = hA_S(T_S - T_\infty) = h A (T_{forno} - T_{aria})$$

Il flusso per unità di superficie vale, dunque:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = h \Delta T = 11.63 \text{ W/m}^\circ\text{C} \times (50-20) \text{ }^\circ\text{C} = 11.63 \text{ W/m}^\circ\text{C} \times 30 \text{ }^\circ\text{C} = 349 \text{ W/m}^2$$

Esercizio 21

In un tubo con diametro interno 50 mm e lungo 8 m scorre aria alla temperatura di 100°C e velocità di 20 m/s. Valutare in quale regime avviene il flusso dell'aria e spiegare perché.

Per l'aria a 100°C si ha:

$$\text{densità } (\rho) = 0.916 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{viscosità } (\mu) = 2.2 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}$$

Risposta

L'aria può essere vista come un fluido. Sappiamo che il movimento di un fluido all'interno di un condotto può avvenire in due diverse condizioni: laminare o turbolento. Le condizioni di flusso sono regolate dal rapporto fra le forze inerziali (che sono determinate dalla velocità di scorrimento) e viscosità (la viscosità è una grandezza fisica che quantifica la resistenza dei fluidi allo scorrimento). Il numero di Reynolds mi fornisce indicazione su

questo bilancio e so che se il valore è > 4000 sono in regime turbolento, mentre se è compreso tra 0 e 2000 il moto è laminare. Se il numero di Reynolds è compreso tra 2000 e 4000 sono in regime di transizione tra moto laminare e moto turbolento.

Calcoliamo, dunque, il numero di Reynolds.

$$N_{RE} = (\rho v D) / \mu$$

Se eseguiamo il controllo dimensionale vediamo che è adimensionale. La lunghezza caratteristica del sistema, nel caso di un tubo, è il diametro. La lunghezza caratteristica, infatti, dipende dalla geometria che considero.

$$\text{Dunque } N_{RE} = (\rho v D) / \mu = (0.916 \text{ kg/m}^3 \times 20 \text{ m/s} \times 0.050 \text{ m}) / 0.000022 \text{ kg/ms} = 41636$$

Siamo dunque in regime di flusso turbolento.

Esercizio 21

Calcolare la quantità di calore scambiata per irraggiamento, per unità di tempo, tra due piastre piane e parallele, della superficie di 20 m^2 , che si trovino, rispettivamente, alla temperatura di $1200 \text{ }^\circ\text{C}$ e di 400°C . Si suppongano le superfici nere. Si calcoli, infine, il flusso.

Il valore della costante di Stefan-Boltzmann è $\sigma = 5.6704 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{k}^4$

Risposta

La potenza termica scambiata tra due corpi neri risulta dall'espressione:

$$\dot{Q}_{1-2} = \dot{Q}_{1-2} - \dot{Q}_{2-1} = F_{12} \cdot S_1 \cdot \sigma \cdot T_1^4 - F_{21} \cdot S_2 \cdot \sigma \cdot T_2^4$$

dove F_{12} e F_{21} sono i fattori di vista (cioè quanta superficie un corpo vede dell'altro che determina la frazione della radiazione totale emessa da ciascuno dei due corpi che raggiunge l'altro).

Poichè $S_1 = S_2$ allora $F_{12} = F_{21} = 1$ e dunque

$$\dot{Q}_{1-2} = S \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

Trasformo le temperature in temperature assolute:

$$T_1 = (1200 + 273.15)\text{K} = 1473.15 \text{ K}$$

$$T_2 = (400 + 273.15)\text{K} = 673.15 \text{ K}$$

Posso ora procedere al calcolo di \dot{Q}_{1-2}

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{1-2} &= 20 \text{ m}^2 \times 5.6704 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{k}^4 \times (1473.15^4 - 673.15^4)\text{K} = \\ &= 5108252.65 \text{ W} = \end{aligned}$$

= 5108 kW

Il flusso vale:

$$\dot{q}_{1-2} = \dot{Q}_{1-2} / A = 5108 \text{ kW} / 20 \text{ m}^2 = 255.4 \text{ kW/m}^2$$

Esercizio 22

Il Sole riversa una gran quantità di energia radiante sul nostro pianeta. Come tutte le stelle può essere considerato, con buona approssimazione, un corpo nero. Infatti assorbe la radiazione incidente senza rifletterla e emette luce propria. Le misure più recenti compiute dai satelliti ci dicono che l'energia irraggiata dalla nostra stella per unità di tempo e di superficie (costante solare) vale 1367 W/m^2 . Sapendo che il Sole dista dalla Terra $1.5 \times 10^8 \text{ km}$ e che il suo diametro vale $d_{\text{SOLE}} = 1.4 \times 10^6 \text{ km}$, calcolare la temperatura del Sole. Il valore della costante di Stefan-Boltzmann è $\sigma = 5.6704 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$

Risposta

Poichè il Sole è un corpo nero posso applicare la legge di Stefan-Boltzmann per calcolare la temperatura della stella.

$$\dot{Q}_{\text{IRR-SOLE}} = A_{\text{SOLE}} \cdot \sigma \cdot T_{\text{SOLE}}^4 \text{ (W)}$$

da cui si ricava che

$$T_{\text{SOLE}}^4 = \frac{\dot{Q}_{\text{SOLE}}}{A_{\text{SOLE}} \sigma} \text{ K}$$

Il valore della costante solare mi dice che il Sole irraggia sulla Terra 1367 W/m^2 . La superficie su cui questa potenza radiante viene diffusa è quella di una sfera che ha raggio pari alla distanza Terra-Sole.

Trasformiamo la distanza in metri:

$$d_{\text{TERRA-SOLE}} = 1.5 \times 10^8 \text{ km} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$$

L'area della sfera con raggio pari alla distanza Terra-Sole vale:

$$A_{\text{sferaTS}} = 4 \pi (r_{\text{Terra-Sole}})^2 = 4 \times 3.14 \times (1.5 \times 10^{11} \text{ m})^2 = 2.83 \times 10^{23} \text{ m}^2$$

Quindi la potenza irraggiata dal Sole vale

$$\dot{Q}_{\text{IRR-SOLE}} = 1367 \text{ W/m}^2 \times 2.83 \times 10^{23} \text{ m}^2 = 3.87 \times 10^{26} \text{ W}$$

Calcolo ora l'area della superficie sferica del Sole:

$$A_{\text{sferaS}} = 4 \pi (d_{\text{Sole}}/2)^2 = 4 \times 3.14 \times (7 \times 10^8 \text{ m})^2 = 6.16 \times 10^{18} \text{ m}^2$$

Ora posso calcolare la temperatura del Sole:

$$T_{SOLE}^4 = 3.87 \times 10^{26} \text{ W} / (6.16 \times 10^{18} \text{ m}^2 \times 5.6704 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4) = 1.11 \times 10^{15} \text{ K}^4$$

da cui

$$T_{SOLE} = (1.11 \times 10^{15} \text{ K}^4)^{1/4} = 5768 \text{ K}$$

Esercizio 23

Tutti sperimentiamo il sentire freddo in inverno e caldo in estate all'interno di ambienti chiusi anche se la temperatura viene mantenuta costante da un impianto di riscaldamento o di condizionamento. Il responsabile di queste sensazioni è il cosiddetto "effetto radiativo" legato allo scambio di calore per irraggiamento che avviene tra il nostro corpo e le superfici dei muri circostanti e del soffitto.

Si consideri una persona in una stanza mantenuta a 22°C di temperatura in modo costante. Le superfici interne dei muri e del soffitto mostrano una temperatura media di 10°C in inverno e di 25°C in estate. Calcolare quanto calore viene scambiato per irraggiamento in inverno e in estate tra la persona e le superfici circostanti sapendo che:

1. l'area di scambio è di 1.4 m²
2. la temperatura corporea media è di 30°C
3. l'emissività di una persona è 0.95

Il valore della costante di Stefan-Boltzmann è $\sigma = 5.6704 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{k}^4$

Risposta

Ricordo che nel caso in cui il corpo si trovi racchiuso in una superficie a temperatura costante allora lo scambio radiativo fra le due superfici è dato da:

$$\dot{Q}_{rad} = \sigma A_s (T_s^4 - T_{ambiente}^4)$$

In inverno , dunque, avremo:

$$\dot{Q}_{inverno} = 0.95 \times 1.4 \text{ m}^2 \times (5.6704 \times 10^{-8}) \text{ W/m}^2\text{k}^4 \times [(30+273.15)^4 - (10+273.15)^4] \text{ K} = 152.17 \text{ W}$$

mentre in estate

$$\dot{Q}_{estate} = 0.95 \times 1.4 \text{ m}^2 \times (5.6704 \times 10^{-8}) \text{ W/m}^2\text{k}^4 \times [(30+273.15)^4 - (25+273.15)^4] \text{ K} = 41 \text{ W}$$