1. Dimostrare che la composizione di due funzioni crescenti è una funzione crescente.

2. Mostrare che l'equazione
$$\frac{2-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{e^x}}{\sqrt{2+e^x}} = 0$$
possiede almeno una soluzione nell'intervallo $[0,1]$.

3. Mostrare che la funzione
$$f(x) = \frac{2-(1+x)e^x}{1+e^x}$$
possiede esattamente uno zero sull'intervallo $[0,1]$.

4. Determinare il numero delle radici reali del polinomio $f(x) = 1 - x - x^n$, per ogni $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

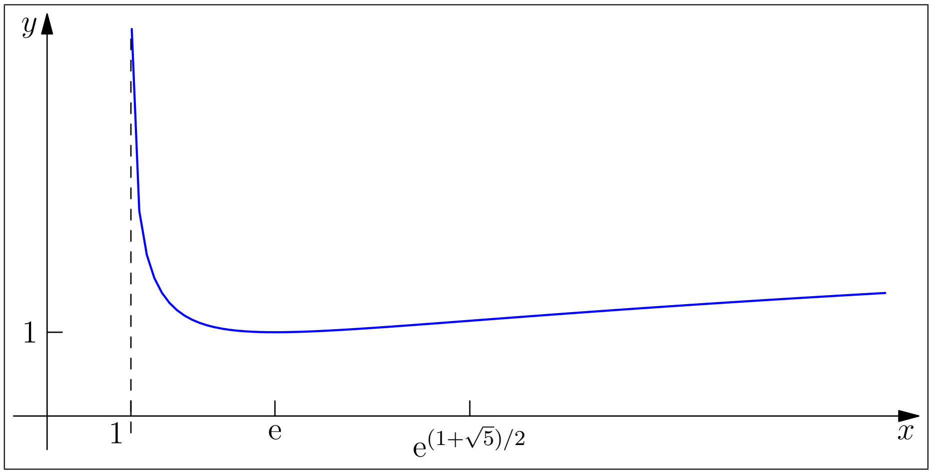
5. Calcolare la derivata delle funzioni:
   (a) $f(x) = \frac{1}{2}\ \ln\tan\frac{x}{2} - \frac{\cos x}{2\sin^2 x}$
   (b) $f(x) = \sqrt{x^2+x} - \ln(\sqrt{x} + \sqrt{1+x})$

6. Derivare la funzione
$$f(x) = \arctan\frac{1-x^2}{1+x^2} + \arctan\frac{1+x^2}{1-x^2}$$
e trarne le debite conseguenze.

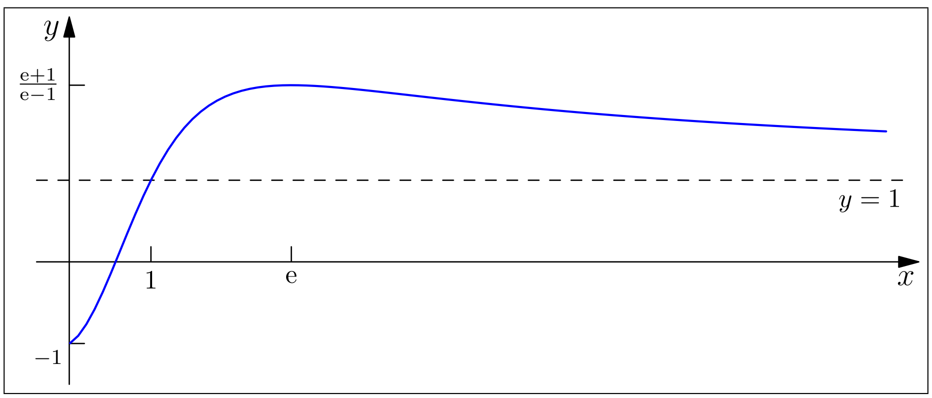
7. Studiare le seguenti funzioni:
   (a) $f(x) = e^x - \ln x$
   (b) $f(x) = x\ \ln(1+x^2)$
   (c) $f(x) = \ln x - \ln^2 x$
   (d) $f(x) = \ln x - \ln\ln x$
   (e) $f(x) = \frac{x+\ln x}{x-\ln x}$
   (f) $f(x) = e^{\arctan x}$
   (g) $f(x) = \ln(\arctan x)$
   (h) $f(x) = x\ \arctan x$
   (i) $f(x) = 2x - \sqrt{1+x^2}$
   (j) $f(x) = \sqrt{\frac{1+e^{2x}}{1+2e^x}}$

Grafici di alcune funzioni:

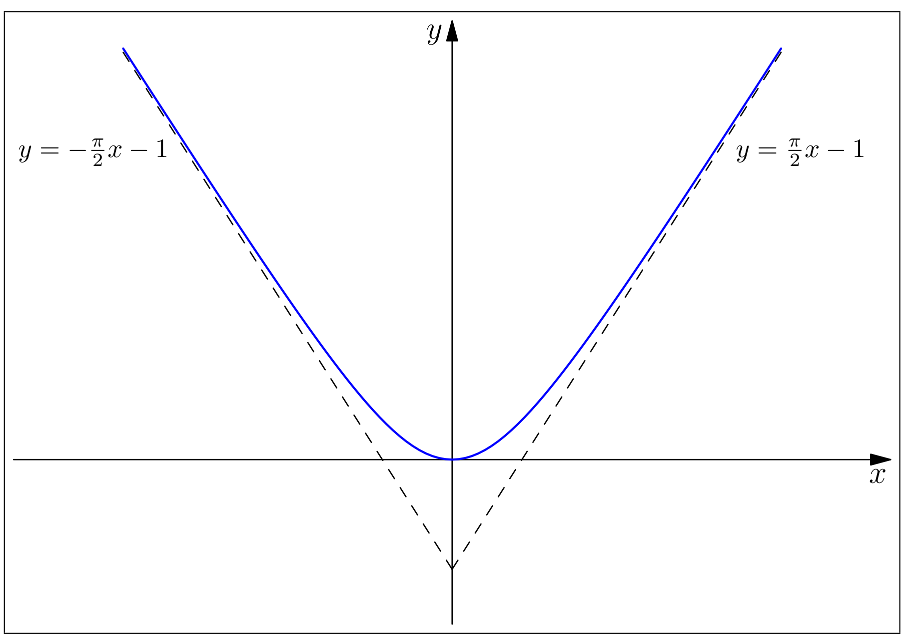
(7d)

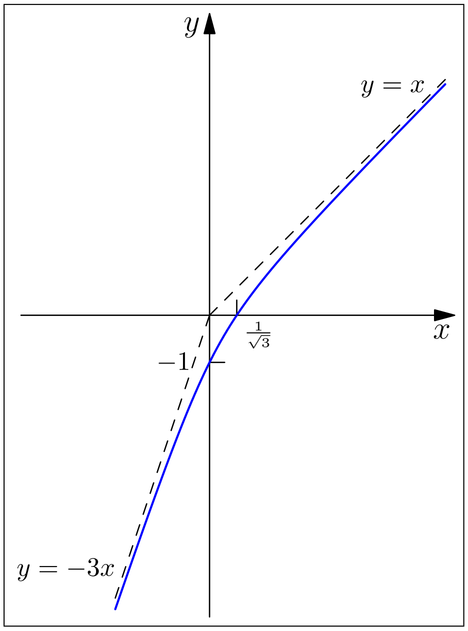


(7e)

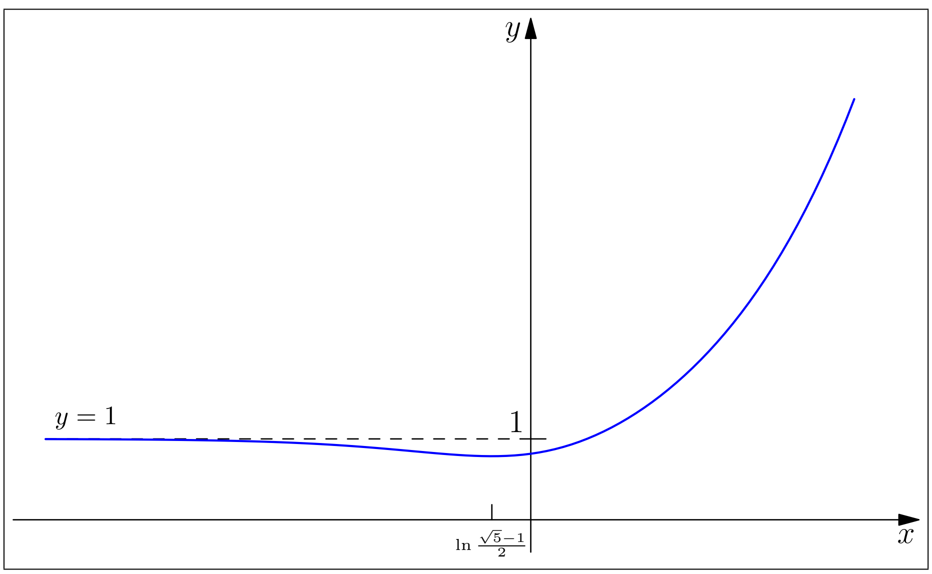


(7h)





(7i)



(7j)