Politecnico di Milano **A. A. 2008/09** **Facoltà di Ingegneria Industriale**

ANALISI E GEOMETRIA 1

Dott. Buslacchi Ugo

Integrali generalizzati; Funzioni integrali

- Studia la convergenza dei seguenti integrali e, se convergono, calcolane il valore:

1. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(1+x^2)}$ 2. $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2-1}$ 3. $\int_{-\infty}^{0} x e^x \, dx$ 4. $\int_0^1 x|\log x| \, dx$

5. $\int_1^{+\infty} \frac{e^{-x}}{1+e^x} dx$ 6. $\int_{-2}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$ 7. $\int_{-1}^{1} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \, dx$ 8. $\int_0^{+\infty} |x-3| e^{-x} \, dx$

9. $\int_0^1 (\log x) \, arctgx \, dx$ 10. $\int_0^{+\infty} e^{-4x} \cos 3x \, dx$ 11. $\int_0^1 x^{\ln x} \, dx$ 12. $\int_1^{+\infty} \left(x^{-1} + arctgx - \frac{\pi}{2} \right) dx$

- Determina al variare del parametro, la convergenza dei seguenti integrali generalizzati:

1. $\int_0^1 \frac{(arctgx)^{k-1/2}}{\left(1-\sqrt{x}\right)^k} dx$ 2. $\int_0^{+\infty} \frac{\pi/2 - arctg\left(1/x\right)^k}{e^{kx}-1} dx$ 3. $\int_0^1 \frac{e^x - 1 - n\sin x}{x^{n/2}} dx$

4. $\int_1^{+\infty} \frac{x - \sqrt[k]{1+x^2}}{x^k} dx$ 5. $\int_0^1 \frac{arctg\left(x^{2n}\right)}{\sqrt[3]{x}\,|\log x|^n} dx$ 6. $\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt[9]{1+x^4}-1}{x\left(2+\sqrt[4]{x}\right)^n} dx$

- Scrivi il polinomio del terzo ordine della funzione $F(x) = \int_0^x \frac{e^{2t}}{\sqrt{t+2}} dt$.
- Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{\int_1^x arctg\left(\frac{t-1}{t+1}\right) dt}{1+\cos(\pi x)} \qquad \lim_{x\to\infty} \frac{\int_1^{x^2} \left(1-e^{3/t}\right) dt}{\log\left(\sqrt[4]{x}+1\right)} \qquad \lim_{x\to 4} \frac{\int_4^x \frac{t-4}{t^2-t-2} dt}{x-4-\log(x-3)}$$

- Studia le seguenti funzioni integrali:

$$F(x) = \int_{-2}^{x} \frac{t^2-4}{\sqrt[3]{t+3}} dt \qquad G(x) = \int_0^x \frac{t+2}{4e^t - t} dt \qquad H(x) = \int_{-1}^{x} \left(1 - \frac{1}{t^2}\right) e^{1/t} \, dt$$