

- Calcolare per via analitica gli sforzi principali -
- Calcolare il massimo sforzo di taglio ( $T_{max}$ ) e lo sforzo ottadrale ( $T_{ott}$ ) -
- Tracciare le circonferenze di Mohr e individuare le direzioni principali -

● Sforzi di trazione positivi  $\leftarrow \boxed{+} \rightarrow$

Sforzi di taglio  $T_{ij}$  positivi quando i concorre a ~~concorde~~ normale del piano e concorre con direzione positiva asse  $j$

$\sigma_{xx} = 50 \text{ MPa} = \sigma_x$  Per comodità  
 ↑ direzione Piano su cui agisce la forza

$$\sigma_{zz} = 200 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{yy} = -100 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xz} = 100 \text{ MPa}$$

$$\tau_{zx} = 100 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 & 0 & 100 \\ 0 & -100 & 0 \\ 100 & 0 & 200 \end{bmatrix}$$

Sforzi principali: Autovalori di  $\bar{\sigma}$

$$\det(\bar{\sigma} - \sigma_p \bar{I}) = 0 \quad \det \left( \begin{bmatrix} 50 & 0 & 100 \\ 0 & -100 & 0 \\ 100 & 0 & 200 \end{bmatrix} - \sigma_p \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$\begin{vmatrix} (50 - \sigma_p) & 0 & 100 \\ 0 & (-100 - \sigma_p) & 0 \\ 100 & 0 & (200 - \sigma_p) \end{vmatrix} = 0 \quad \begin{vmatrix} (50 - \sigma_p) & 0 & 100 \\ 0 & (-100 - \sigma_p) & 0 \\ 100 & 0 & (200 - \sigma_p) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} (50 - \sigma_p) & 0 \\ 0 & (-100 - \sigma_p) \end{vmatrix}$$

$$\left[ (50 - \sigma_p)(-100 - \sigma_p)(200 - \sigma_p) + 100 \cdot 0 \cdot (-100 - \sigma_p) \right] = 0$$

$$(-100 - \sigma_p) \left( -100 \cdot 0 + 100 \cdot 0 - 50 \sigma_p - 200 \sigma_p + \sigma_p^2 \right) = 0$$

$$(-100 - \sigma_p)(\sigma_p^2 - 250\sigma_p) = 0$$

$$(-100 - \sigma_p)(\sigma_p - 250)\sigma_p = 0 \quad \begin{aligned} \sigma_{p,1} &= -100 \text{ MPa} \\ \sigma_{p,2} &= 250 \text{ MPa} \\ \sigma_{p,3} &= 0 \text{ MPa} \end{aligned}$$

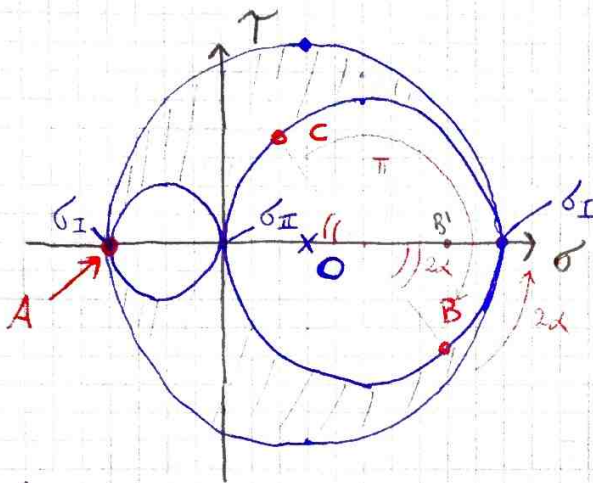
Per convenzione

$$\sigma_I > \sigma_{II} > \sigma_{III}$$

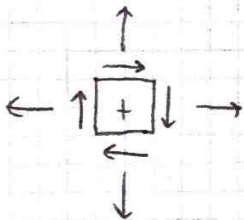
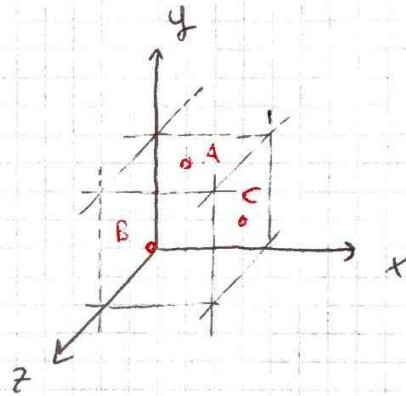
$$\sigma_I = 250 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{II} = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{III} = -100 \text{ MPa}$$



Dove si trova il mio stato di sforzo sulle circonferenze del Mohr?



$$\overline{OB} \sin 2\alpha = \overline{BB'} = 100 \text{ MPa}$$

$$\overline{OB} = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} = 125 \text{ MPa}$$

$$2\alpha = 53,13^\circ \rightarrow \alpha = 26,6^\circ$$

