Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria CdL Ingegneria Meccanica Esempio I Prova in Itinere 25 ottobre 2017	Prof. M.C. Cerutti Prof. L. Dedè	Firma leggibile dello studente
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

ISTRUZIONI

- Riportare le risposte nello spazio indicato.
- Alcuni esercizi richiedono di utilizzare MATLAB; per tali esercizi riportare sul foglio esclusivamente gli output richiesti.
- Utilizzare esclusivamente una penna nera o blu.
- Tempo a disposizione: 1h 30m.

SPAZIO RISERVATO AL DOCENTE

Pre Test	
Esercizio 1	
Esercizio 2	
Totale	

Pre Test

10 punti

1. *(1 punto)* Si riporti il valore dell'elemento pivotale (pivot) $a_{22}^{(2)}$ ottenuto applicando il metodo di eliminazione di Gauss senza pivoting alla matrice $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 8 & 12 & 0 \\ 1 & 0 & 6 \end{bmatrix}$.

2. *(2 punti)* Si consideri la matrice $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$; assegnato $\mathbf{x}^{(0)} = (1 \;\; 4)^T$ si riporti la prima iterata dell'autovettore (di modulo unitario) $\mathbf{y}^{(1)}$ del metodo delle potenze dirette.

3. *(1 punto)* Assegnati i nodi $x_0 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 4$, $x_3 = 5$ e i corrispondenti valori $y_0 = 1$, $y_1 = 4$, $y_2 = 0$, $y_3 = 0$, si determini l'espressione della retta $r(x)$ che approssima tali dati nel senso dei minimi quadrati (si utilizzi opportunamente il comando MATLAB `polyfit`).

4. *(2 punti)* Si consideri la formula dei trapezi composita per l'approssimazione dell'integrale $\int_0^3 e^x \, dx$. Senza applicare esplicitamente la formula, si stimi il numero M di sottointervalli equispaziati di [0,3] tali per cui l'errore di quadratura è inferiore alla tolleranza $tol = 10^{-6}$.

5. *(1 punto)* Si consideri la funzione $f(x) = 2^{4x} - 1$. Si riporti il valore approssimato di $f'(\overline{x})$ in $\overline{x} = 0$ ottenuto mediate le differenze finite centrate, ovvero $\delta_c f(\overline{x})$, usando il passo $h = \frac{1}{4}$.

6. *(1 punto)* Si consideri il seguente problema di diffusione:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t}(x,t) = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t) & x \in (0,\pi),\ t \in (0,+\infty), \\ \dfrac{\partial u}{\partial x}(0,t) = \dfrac{\partial u}{\partial x}(\pi,t) = 0 & t \in (0,+\infty), \\ u(x,0) = 4 + \cos(x) & x \in (0,\pi). \end{cases}$$

Si calcoli il valore medio $u_{medio}(t)$ della soluzione $u(x,t)$ in $(0,\pi)$ al tempo $t = 9$, ovvero $u_{medio}(9)$.

7. *(2 punti)* Si riporti la soluzione $u(x,y)$ del seguente problema di Laplace (si utilizzi il metodo di separazione delle variabili per determinare $u(x,y)$):

$$\begin{cases} -\Delta u(x,y) = 0 & \text{in } (0,\pi) \times (0,3\pi) \\ u(x,0) = 0, \quad u(x,3\pi) = 3 \sin x & 0 < x < \pi, \\ u(0,y) = 0, \quad u(\pi,y) = 0 & 0 < y < 3\pi. \end{cases}$$