Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria CdL Ingegneria Meccanica Esempio I Prova in Itinere 25 ottobre 2017	Prof. M.C. Cerutti Prof. L. Dedè	Firma leggibile dello studente
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

ISTRUZIONI

- Riportare le risposte nello spazio indicato.
- Alcuni esercizi richiedono di utilizzare MATLAB; per tali esercizi riportare sul foglio esclusivamente gli output richiesti.
- Utilizzare esclusivamente una penna nera o blu.
- Tempo a disposizione: 1h 30m.

SPAZIO RISERVATO AL DOCENTE

Pre Test	
Esercizio 1	
Esercizio 2	
Totale	

Pre Test

10 punti

1. *(2 punti)* Si consideri la matrice $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 5 & 8 & 3 \\ 10 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ e si determini la sua fattorizzazione LU senza pivoting. Si riporti il valore dell'elemento $l_{32} = (L)_{32}$ della matrice triangolare inferiore L.

2. *(1 punto)* Si consideri il metodo del gradiente precondizionato per risolvere il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ e $P \in \mathbb{R}^{n\times n}$ la matrice di precondizionamento, entrambe simmetriche e definite positive. Sapendo che il numero di condizionamento di $P^{-1}A$ è $K(P^{-1}A) = 10$ e l'errore associato all'iterata iniziale $\mathbf{x}^{(0)}$ è $\|\mathbf{e}^{(0)}\|_A = 1$, si *stimi* il valore dell'errore $\|\mathbf{e}^{(k)}\|_A = \|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}\|_A$ dopo aver applicato $k = 32$ iterazioni del metodo.

3. *(1 punto)* Si consideri la funzione $f(x) = [\sin(\pi\,(x-6))]^2$. Qual è l'ordine di convergenza p atteso applicando il metodo di Newton per l'approssimazione dello zero $\alpha = 6$ per un'iterata iniziale $x^{(0)}$ "sufficientemente" vicina ad α?

4. *(1 punto)* Assegnati i nodi $x_0 = 0$, $x_1 = 4$ e $x_2 = 6$ si determini l'espressione del polinomio caratteristico di Lagrange $\phi_1(x)$ associato al nodo x_1.

5. *(2 punti)* Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(t) = 2\,y(t) + 10\,t & t \in (0{,}10], \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Utilizzando il metodo di Crank-Nicolson con passo $h = 1/10$ e $u_0 = y_0 = 1$, si riporti il valore calcolato di u_1, ovvero l'approssimazione di $y(t_1)$.

6. *(2 punti)* Si consideri il seguente problema di diffusione:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t}(x,t) = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t) & x \in (0,\pi),\ t \in (0,T), \\ u(0,t) = u(\pi,t) = 0 & t \in (0,T), \\ u(x,0) = \sin(2\,x) & x \in (0,\pi). \end{cases}$$

Si riporti il valore di $T > 0$ tale per cui $|u(x,T)| \leq tol$ per ogni $x \in (0,\pi)$ essendo $tol = 10^{-6}$.

7. *(1 punto)* Si consideri il problema di Laplace con condizioni al contorno di Dirichlet definito nella regione $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R} \ : \ x^2 + y^2 < 1\}$:

$$\begin{cases} -\Delta u(x,y) = 0 & (x,y) \in \Omega, \\ u(x,y) = x + y + 3 & (x,y) \in \partial\Omega. \end{cases}$$

Si riporti il valore della soluzione u valutato in $(0,0)$, ovvero $u(0,0)$.