

**ESERCIZIO 1 (8 Punti)**

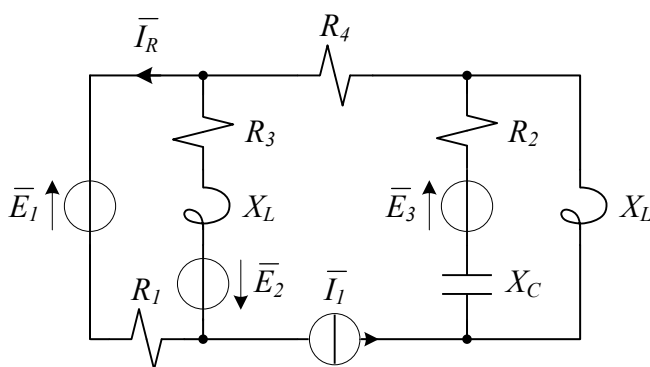
Sia dato un trasformatore monofase con i seguenti dati di targa:

Potenza apparente nominale	$A_n = 200 \text{ kVA}$
Tensione nominale avv. 1	$V_{1n} = 10000 \text{ V}$
Tensione nominale avv. 2	$V_{2n} = 400 \text{ V}$
Fattore di potenza di corto circuito	$\cos\varphi_{cc} = 0,35$
Potenza di corto circuito	$P_{cc\%} = 2\%$
Corrente a vuoto	$I_{0\%} = 1\%$
Potenza a vuoto	$P_{0\%} = 0,5\%$

Il trasformatore alimenta un carico che assorbe 75 kW ad una tensione di 310 V e  $\cos\varphi = 0,9$ . Si determinino le condizioni di alimentazione primarie, in termini di tensione, corrente e  $\cos\varphi$ .

**Esercizio 2 (7 Punti)**

Sia data la rete in regime sinusoidale di figura. Si determini la corrente  $I_R$  con il verso indicato e si scriva la sua espressione nel tempo.



$$\bar{E}_1 = \bar{E}_3 = 15e^{-j\frac{\pi}{4}}$$

$$\bar{E}_2 = 12e^{j\frac{\pi}{3}}$$

$$\bar{I}_1 = 4e^{j\frac{\pi}{3}}$$

$$R_1 = 25 \Omega$$

$$R_2 = R_3 = 10 \Omega$$

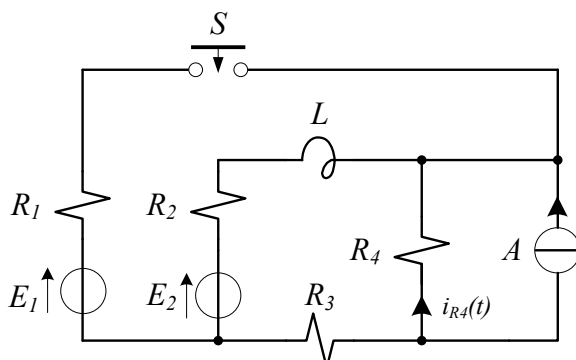
$$X_L = 15 \Omega$$

$$X_C = 15 \Omega$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

**Esercizio 3 (7 punti)**

Sia data la rete inizialmente in regime stazionario indicata in figura. All'istante  $t = 0$  si chiude l'interruttore S. Si determini l'espressione nel tempo della corrente  $i_{R4}(t)$  (inclusa la costante di tempo) e se ne rappresenti l'andamento qualitativo nel tempo.



$$E_1 = 15 \text{ V} \quad E_2 = 20 \text{ V} \quad A = 5 \text{ A}$$

$$R_1 = 5 \Omega R_2 = 10 \Omega$$

$$R_3 = 2 \Omega R_4 = 12 \Omega$$

$$L = 20 \text{ mH}$$

**TEORIA (4 punti + 4 punti)**

1. Si enuncino e si dimostrino i teoremi di Thevenin e Norton.
2. Definizioni di potenza attiva, reattiva, apparente e apparente complessa in regime alternato sinusoidale.

**SOLUZIONI****ESERCIZIO 1****%% Caratterizzazione del modello del trasformatore**

```
% Correnti nominali e rapporto di trasformazione
```

$$I_{1n} = A_n / V_{1n} = 20 \text{ A}$$

$$I_{2n} = A_n / V_{2n} = 500 \text{ A}$$

$$k = V_{1n} / V_{2n} = 25$$

```
% Prova a vuoto lato BT
```

$$I_0 = i_0 * I_{2n} = 5 \text{ A}$$

$$P_0 = p_0 * A_n = 1000 \text{ W}$$

$$A_0 = V_{2n} * I_0 = 2000 \text{ VA}$$

$$Q_0 = \sqrt{A_0^2 - P_0^2} = 1732.1 \text{ VAr}$$

$$R_0 = V_{2n}^2 / P_0 = 160 \text{ } \Omega$$

$$X_0 = V_{2n}^2 / Q_0 = 92.3760 \text{ } \Omega$$

```
% Prova in corto circuito lato BT
```

$$P_{cc} = p_{cc} * A_n = 4000 \text{ W}$$

$$A_{cc} = P_{cc} / \cos\phi_{cc} = 11429 \text{ kVA}$$

$$Q_{cc} = \sqrt{A_{cc}^2 - P_{cc}^2} = 107068 \text{ VAr}$$

$$R_{cc} = P_{cc} / I_{2n}^2 = 16 \text{ m}\Omega$$

$$X_{cc} = Q_{cc} / I_{2n}^2 = 42.8228 \text{ m}\Omega$$

```
% Riporto dei valori in AT (non necessari per la soluzione proposta)
```

$$R_{0\_AT} = k^2 * R_0 = 100 \text{ k}\Omega$$

$$X_{0\_AT} = k^2 * X_0 = 57.735 \text{ k}\Omega$$

$$R_{cc\_AT} = k^2 * R_{cc} = 10 \text{ } \Omega$$

$$X_{cc\_AT} = k^2 * X_{cc} = 26.7643 \text{ } \Omega$$

**%% Soluzione della rete con Boucherot e trasformatore con modello a gamma****%% rovesciata**

```
% Sezione di carico
```

$$V_A = V_c = 310 \text{ V}$$

$$P_A = P_c = 75 \text{ kW}$$

$$Q_A = P_c * \tan(\arccos(\cos\phi_c)) = 36.324 \text{ kVAr}$$

$$A_A = \sqrt{P_A^2 + Q_A^2} = 83.333 \text{ kVA}$$

$$I_A = A_A / V_A = 268.8172 \text{ A}$$

```
% Sezione a monte del ramo magnetizzante
```

$$V_B = V_A = 310 \text{ V}$$

$$P_B = P_A + V_B^2 / R_0 = 75.601 \text{ kW}$$

$$Q_B = Q_A + V_B^2 / X_0 = 37.364 \text{ kVAr}$$

$$A_B = \sqrt{P_B^2 + Q_B^2} = 84.330 \text{ kVA}$$

$$I_B = A_B / V_B = 272.0324 \text{ A}$$

```
% Sezione a monte del ramo serie
```

$$I_C = I_B = 272.0324 \text{ A}$$

$$P_C = P_B + R_{cc} * I_C^2 = 76.785 \text{ kW}$$

$$Q_C = Q_B + X_{cc} * I_C^2 = 40.533 \text{ kVAr}$$

$$A_C = \sqrt{P_C^2 + Q_C^2} = 86.827 \text{ kVA}$$

$$V_C = A_C / I_C = 319.1770 \text{ V}$$

$$\cos\phi_C = P_C / A_C = 0.88431$$

```
% Sezione a monte del trasformatore ideale
```

$$V_{C\_AT} = k * V_C = 7.9794 \text{ kV}$$

$$I_{C\_AT} = I_C / k = 10.8813 \text{ A}$$



**%% Soluzione della rete con Boucherot e trasformatore con modello a gamma  
%% (alternativa alla precedente)**

% Sezione di carico

VA = Vc = 310 V  
PA = Pc = 75 kW  
QA = Pc \* tan( acos( cosfic ) ) = 36.324 kVAr  
AA = sqrt( PA^2 + QA^2 ) = 83.333 kVA  
IA = AA / VA = 268.8172 A

% Sezione a monte del ramo serie

IB = IA = 268.8172 A  
PB = PA + Rcc \* IB^2 = 76.156 kW  
QB = QA + Xcc \* IB^2 = 39.419 kVAr  
AB = sqrt( PB^2 + QB^2 ) = 85.753 kVA  
VB = AB / IB = 319.0016 V

% Sezione a monte del ramo magnetizzante

VC = VB = 319.0016 V  
PC = PB + VC^2 / R0 = 76.792 kW  
QC = QB + VC^2 / X0 = 40.520 kVAr  
AC = sqrt( PC^2 + QC^2 ) = 86.827 kVA  
IC = AC / VC = 272.1837 A  
cosfic = PC / AC = 0.8844

% Sezione a monte del trasformatore ideale

VC\_AT = k \* VC = 7.9750 kV  
IC\_AT = IC / k = 10.8873 A

N.B.: siccome il trasformatore ideale conserva le potenza, il cosfi lato AT è lo stesso calcolato lato BT.

## ESERCIZIO 2

**%% Soluzione della rete**

VAB = (E1/R1 - E2/(R3+1i\*XL) + I1) / (1/R1 + 1/(R3+1i\*XL)) = -7.4150 +j49.5031 V  
IR = ( VAB - E1 ) / R1 = -0.7209 + j1.5559 A  
Ir4(t) =  $\sqrt{2} \cdot 1.7147 \cdot \cos ( 314.15 \cdot t + 2.4250 )$

**ESERCIZIO 3****%% Soluzione della rete a t = 0 meno**

```
VAB_0m = ( A + E2/(R2 + R3) ) / ( 1/(R2 + R3) + 1/R4 ) = 40 V
IL_0m = ( VAB_0m - E2 ) / ( R2 + R3 ) = 1.6667 A
IR4_0m = -VAB_0m / R4 = -3.3333 A
```

**%% Soluzione della rete a t = 0 più**

```
%% Metodo A: Equivalente di Thevenin ai capi di R4
VAC0_0p = ( E1/R1 + A - IL_0m ) / ( 1/R1 ) = 31.6667 V
ETH_0p = VAC0_0p + R3 * A = 41.6667 V
RTH_0p = R1 + R3 = 7 Ω
% Corrente in R4
IR4_0p = -ETH_0p / ( RTH_0p + R4 ) = -2.1930 A
```

**%% Soluzione della rete a t = infinito**

```
%% Metodo A: Equivalente di Thevenin ai capi di R4
VAC0_inf = ( E1/R1 + E2/R2 + A ) / ( 1/R1 + 1/R2 ) = 33.3333 V
ETH_inf = VAC0_inf + R3 * A = 43.3333 V
RTH_inf = ( R1 * R2 ) / ( R1 + R2 ) + R3 = 5.3333 Ω
% Corrente in R4
IR4_inf = -ETH_inf / ( RTH_inf + R4 ) = -2.5 A
```

**%% Costante di tempo**

```
Req = R2 + ( ( R3 + R4 ) * R1 ) / ( ( R3 + R4 ) + R1 ) = 13.6842 Ω
tau = L / Req = 1.4615 ms
```

```
%% In alternativa a quanto proposto, si indica una seconda metodologia per
%% determinare la grandezza di rete IR4 agli istanti 0 più ed infinito
```

**%% Soluzione della rete a t = 0 più**

```
%% Metodo B: Equivalente di Thevenin di E1 - IL - R1 - R3
ETH_0p = E1 - R1 * IL_0m = 6.6667 V
RTH_0p = R1 + R3 = 7 Ω
% Corrente in R4
VAB_0p = ( ETH_0p/RTH_0p + A ) / ( 1/RTH_0p + 1/R4 ) = 26.3158 V
IR4_0p = -VAB_0p / R4 = -2.1930 A
```

**%% Soluzione della rete a t = infinito**

```
%% Metodo B: Equivalente di Thevenin di E1 - R1 - E2 - R2 - R3
ETH_inf = ( E1 - E2 ) * R2 / ( R1 + R2 ) + E2 = 16.6667 V
RTH_inf = ( R1 * R2 ) / ( R1 + R2 ) + R3 = 5.3333 Ω
% Corrente in R4
VAB_inf = ( ETH_inf/RTH_inf + A ) / ( 1/RTH_inf + 1/R4 ) = 30 V
IR4_inf = -VAB_inf / R4 = -2.5 A
```