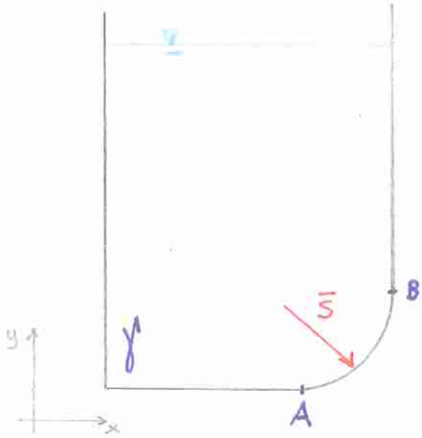
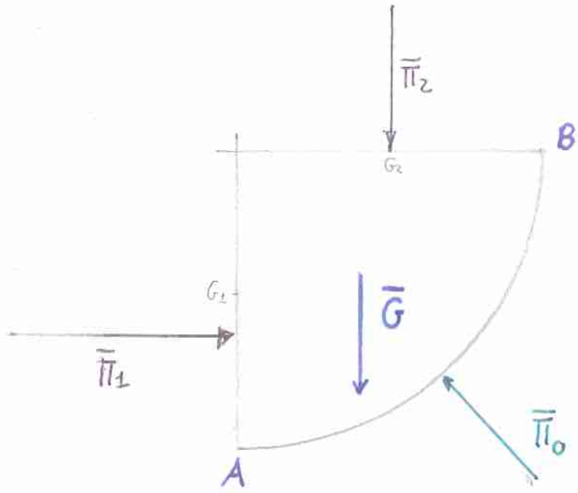
Svolgimento spiegato Esercizio 1





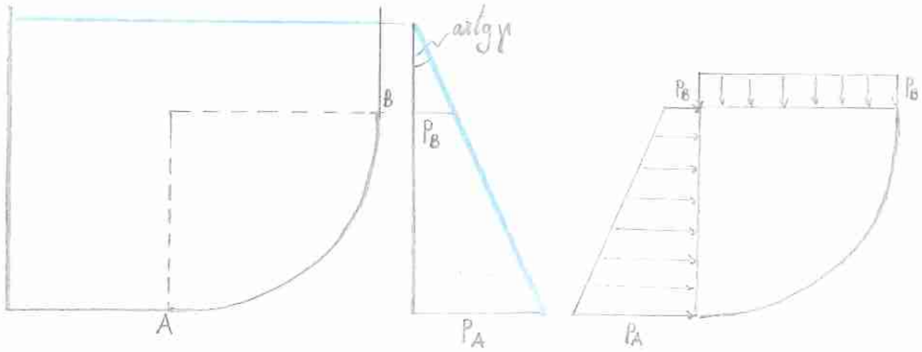
Calcolo della spinta su una superficie curva tramite il METODO DELL'EQUAZIONE GLOBALE

1) isolare la superficie sulla quale stiamo cercando la spinta → $\widehat{AB}$

2) costruire un volume di controllo tale da avere oltre alla superficie curva studiata, delle superfici piane che siano semplici da trattare. (Per ora questo volume non ha nulla a che fare col nostro problema)

3) riempire il volume di controllo con il fluido che nel problema reale sta esercitando la spinta

4) riportare sul volume virtuale lo stesso diagramma delle pressioni del fluido γ



5) applicare l'equazione di equilibrio globale della statica: la risultante delle forze di superficie e di massa deve essere nulla

$$\sum \bar{F}_S + \sum \bar{F}_M = \bar{0} \quad \rightarrow \quad \bar{\Pi}_0 + \bar{\Pi}_1 + \bar{\Pi}_2 + \bar{G} = \bar{0}$$

NB : disegno $\overline{\Pi}_1$ e $\overline{\Pi}_2$ dal fluido esterno contro la parete perché è tutto in pressione.

NB : ogni superficie del volume di controllo ha una sua forza applicata.

NB : $\overline{\Pi}_1$ e $\overline{\Pi}_2$ sono spinte su superfici piane, sappiamo calcolarne direzione, verso, modulo e retta di applicazione.

NB : $\overline{\Pi}_0$ è la nostra incognita, è la spinta che la parete esercita sul fluido. Noi stiamo cercando la spinta esercitata dal fluido contro la parete.

6) esplicitare il legame tra $\overline{S}$ e $\overline{\Pi}_0$

- <u>volume di controllo reale</u>: quando il fluido che esercita la spinta si trova nella stessa condizione sia nel volume di controllo che nel sistema reale: $\overline{S} = -\overline{\Pi}_0$;
- <u>volume di controllo fittizio</u>: quando il fluido che esercita la spinta si trova in condizioni diverse tra volume di controllo e sistema reale: $\overline{S} = \overline{\Pi}_0$;

$$\overline{S} = -\overline{\Pi}_0 = \overline{\Pi}_1 + \overline{\Pi}_2 + \overline{G}$$

7) proiettare questa equazione vettoriale nelle direzioni x e y in modo da determinare le due componenti della spinta

$$\left.\begin{aligned} S_x &= \Pi_{1x} + \Pi_{2x} + G_x \\ S_y &= \Pi_{1y} + \Pi_{2y} + G_y \end{aligned}\right\}$$

sono delle proiezioni, non dei moduli, hanno un loro verso dato dal segno

8) calcolare le componenti

$\Pi_{1x} = + p_{G_1} A_1$ $\quad \Pi_{2x} = 0$ $\quad G_x = 0$ $\quad \} \; S_x > 0 \rightarrow$

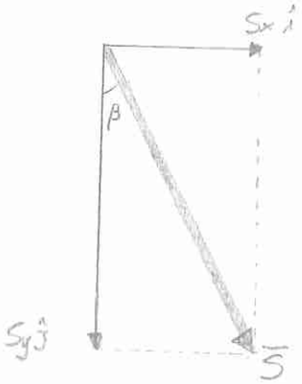
$\Pi_{1y} = 0$ $\quad \Pi_{2y} = - p_{G_2} A_2$ $\quad G_y = -\gamma W_{controllo}$ $\quad \} \; S_y < 0 \downarrow$

9) determinare modulo, direzione, verso della risultante

modulo : $|\overline{S}| = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$

direzione : $\beta = \arctan \dfrac{|S_x|}{|S_y|}$

verso : graficamente

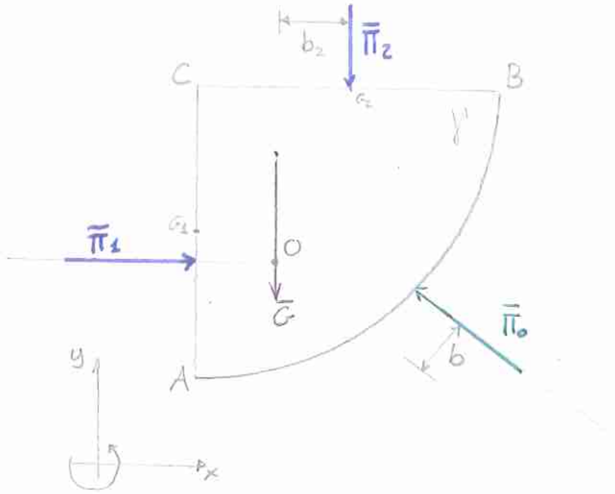


$|S_x| = \overline{S} \sin\beta$

$|S_y| = \overline{S} \cos\beta$

$tg\,\beta = \dfrac{|S_x|}{|S_y|}$

10) determinare la retta di applicazione della risultante



$\overline{\Pi}_1$: passa per il baricentro della distribuzione trapezia,

$\overline{\Pi}_2$: passa per il baricentro della distribuzione rettangolare,

$\overline{G}$: passa per il baricentro di $W_{controllo}$

La retta di applicazione di $\overline{S}$, che è la stessa di $\overline{\Pi}_0$, si trova imponendo l'equilibrio dei momenti rispetto ad un generico polo.
Sta a noi scegliere un polo che sia il migliore possibile: prolunghiamo le rette di applicazione di $\overline{G}$ e $\overline{\Pi}_1$, il punto di intersezione O è il nostro polo.
In questo modo elimino due forze dall'equazione di equilibrio alla rotazione.
Supposte positive le rotazioni antiorarie e determinati i bracci, si può scrivere:

$$|\overline{\Pi}_0| \cdot b - |\overline{\Pi}_2| b_2 = 0$$

$$b = \frac{|\overline{\Pi}_2| b_2}{|\overline{\Pi}_0|}$$

NB: se non ci si ricorda le formule relative ai baricentri, è sufficientemente accurato specificare a parole dove sono applicate le forze (come riportato sopra, a lato della figura).

Riepilogo

1) isolare la superficie curva di interesse;

2) costruire un volume di controllo opportuno;

3) riempire il volume di controllo;

4) riportare il diagramma delle pressioni;

5) applicare l'equazione di equilibrio globale;

6) esplicitare il legame tra $\bar{S}$ e $\bar{\Pi}_0$;

7) proiettare l'equazioni nelle due direzioni di riferimento;

8) calcolare le componenti della spinta;

9) determinare modulo, direzione, verso della risultante;

10) determinare la retta di applicazione della risultante;