POLITECNICO DI MILANO – IV FACOLTÀ

Ingegneria Aerospaziale

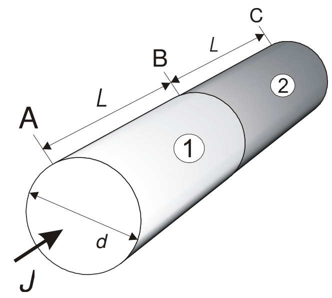
I Appello di Fisica Sperimentale A+B 17 Luglio 2006

Giustificare le risposte e scrivere in modo chiaro e leggibile. Sostituire i valori numerici solo alla fine, dopo aver ricavato le espressioni letterali. Indicare nome e cognome (in stampatello) e matricola su ogni foglio.

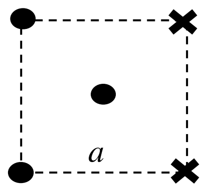
Elettrostatica + Magnetostatica

1. Si è visto sperimentalmente che, mettendo in contatto una sfera conduttrice isolata su cui è deposta la carica Q ed una sfera ad essa uguale ed inizialmente scarica, la carica della prima sfera si dimezza. Lo stesso tipo di fenomeno può essere osservato tenendo molto distanti le due sfere e collegandole con un filo conduttore.
   a) Si dica cosa succederebbe in quest'ultimo caso se si collegasse la prima sfera con una seconda di raggio doppio.
   b) Si vuole misurare la carica presente sulla sfera di raggio minore, utilizzando un trasferitore di carica ed un condensatore cilindrico (gabbia di Faraday), come nell'esperienza del laboratorio di elettrostatica. Sia $C_F = 2 \times 10^{-10}$ F la capacità della gabbia di Faraday, la cui armatura esterna è posta a terra. Supponendo che il trasferitore prelevi 1/50 della carica presente sulla superficie della sfera e che la differenza di potenziale ai capi dell'elettrometro sia pari a 32 V, determinare tale carica.
   c) Dire quale differenza di potenziale misura l'elettrometro nel caso in cui venga messa a terra l'armatura interna, anziché quella esterna.

2. Una resistenza R è formata da due barrette cilindriche di diametro $d = 2$ mm e di lunghezza $L = 10$ mm ciascuna. Una barretta è costituita da un materiale di resistività $\rho_1 = 1000\ \Omega$m, l'altra da materiale di resistività $\rho_2 = 50\ \Omega$m. La resistenza è attraversata da una corrente di densità uniforme pari a $J = 2$ A/m^2. Determinare:
   a) il valore della resistenza totale R del sistema delle due barrette;
   b) le differenze di potenziale V_{AB} fra le superfici A e B e V_{BC} fra le superfici B e C;
   c) la potenza elettrica dissipata dalla barretta;

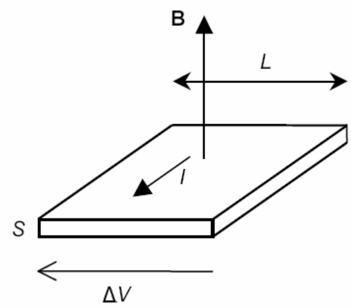


3. Quattro fili rettilinei indefiniti sono posti ai vertici di un quadrato di lato a e sono percorsi dalla corrente I, con i versi illustrati in figura.
   a) Si calcoli il campo magnetico **B**, in modulo direzione e verso, al centro del quadrato.
   b) Successivamente si pone un quinto filo rettilineo indefinito nel centro del quadrato, percorso dalla corrente I diretta come in figura. Si calcoli, in modulo direzione e verso, la forza su un tratto di filo di lunghezza L.



4. Un solenoide è caratterizzato da un numero di spire per unità di lunghezza $n = 1500$ cm^{-1} ed è percorso da una corrente $I_s = 1$ A.
   a) Si calcoli il campo magnetico generato al suo interno, trascurando gli effetti di bordo.
   b) All'interno del solenoide è posta una striscia di conduttore di sezione $S = 0.02$ mm^2 e larghezza $L = 1$ mm, percorsa da una corrente $I = 1$ mA diretta rispetto al campo magnetico come in figura. Dare l'espressione della differenza di potenziale ΔV che si instaura tra i bordi del conduttore, per portatori di carica esclusivamente negativi aventi densità pari ad $n_e = 3\times10^{22}$ cm^{-3}.
   c) Si discuta infine il segno della differenza di potenziale in relazione al segno dei portatori di carica.

   (Dati: $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ H/m, carica dell'elettrone $q_e = 1.6\times10^{-19}$ C)



Esercizio 1

a) Due sfere sufficientemente distanti esercitano effetti di mutua induzione trascurabili. Quindi le due sfere si portano ad un potenziale pari rispettivamente a:

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{R_1},$$

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2}{R_2},$$

con Q pari alla carica e R pari al raggio della sfera. Collegando le due sfere con un filo conduttore, si impone la condizione $V_1 = V_2$, da cui si ottiene:

$$\frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2}.$$

Da $R_1 = 2R_2$ si ottiene $Q_1 = 2Q_2$.

b) Sia q la carica prelevata dal trasferitore. Sapendo che $50q = Q_2$ e che $V_{\text{elettr.}} = 32\ \text{V} = q/C_F$, si ricava

$$Q_2 = 3.2 \times 10^{-7}\ \text{C}.$$

c) Mettendo a massa l'armatura interna della gabbia di Faraday si scherma l'armatura esterna dalla carcica contenuta all'interno della gabbia. Pertanto, l'elettrometro misurerebbe una differenza di potenziale nulla fra le due armature.

Esercizio 2

a) Detta $S = \pi d^2/4$ l'area della sezione delle due barrette, dalla seconda legge di Ohm si ricavano le rispettive resistenze R_1 e R_2:

$$R = \rho L / S = \rho 4L / \pi d^2 \qquad \Rightarrow \quad R_1 = 3.18 \text{ M}\Omega, \quad R_2 = 1.59\times10^{-1} \text{ M}\Omega.$$

Ricordando che due resistenze collegate in serie equivalgono a un'unica resistenza dal valore pari alla *somma* delle due resistenze, si ricava:

$$R_{\text{tot}} = R_1 + R_2 = 3.34 \text{ M}\Omega.$$

b) L'intensità di corrente I che percorre le due barrette è data dal flusso della densità di corrente **J** attraverso la sezione delle barrette:

$$I = JS = J\pi d^2/4 = 6.28 \text{ µA}.$$

Ricordando la prima legge di Ohm si ottengono le differenze di potenziale ΔV_{AB} e ΔV_{BC}:

$$\Delta V_{\text{AB}} = R_1 I = 19.98 \text{ V},$$

$$\Delta V_{\text{BC}} = R_2 I = 1 \text{ V}.$$

c) La potenza totale W dissipata dalle due resistenze vale:

$$W = VI = RI = V^2/R = 1.32\times10^{-4} \text{ W}.$$

Esercizio 3

a) Le linee del campo magnetico prodotto da un filo rettilineo percorso dalla corrente I sono circonferenze coassiali al filo. Utilizzando il teorema di Ampère si ottiene la seguente espressione per il modulo B_I del campo elettrico:

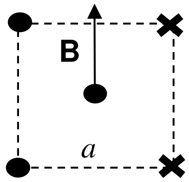
$$B_I = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

con r paria alla distanza dal filo.

Tenendo conto di questa espressione e dei versi delle correnti, si ricava che il modulo del campo magnetico B prodotto dai quattro fili vale

$$B = 2\frac{\mu_0 I}{\pi a},$$

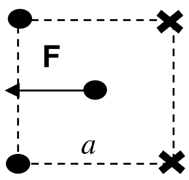
ed è diretto come indicato nella seguente figura:



b) La forza agente su un tratto di lunghezza L del filo centrale si ottiene applicando l'espressione della forza di Lorentz:

$$\mathbf{F} = I\,\mathbf{L} \times \mathbf{B} \quad \Rightarrow \quad F = 2\frac{\mu_0 I^2}{\pi a} L.$$

La direzione e il verso della forza sono mostrati nella seguente figura:



Esercizio 4

a) Come di può facilmente ottenere dalla legge di Ampère, il modulo del campo ***B*** vale:

$$B = \mu_0 I n = 188 \text{ mT}.$$

b) All'equilibrio stazionario la forza elettrostatica compensa quella di Lorentz:

$$qE = qvB,$$

dove q è la carica del singolo portatore, v è la velocità di deriva, E e B sono il campo elettrostatico all'interno del conduttore (in direzione parallela alla freccia ΔV) e B è il campo magnetico. Da qui:

$$\Delta V = EL = vBL$$

Ricordando il legame tra J e le grandezze elettriche microscopiche

$$J = q\, n_e\, v,$$

otteniamo

$$\Delta V = IBL \,/\, (q\, n_e\, S) = 1.96\times10^{-9} \text{ V}.$$

c) La differenza di potenziale rappresentata in figura ha i seguenti segni:

$$\Delta V > 0 \qquad \text{per } q < 0,$$
$$\Delta V < 0 \qquad \text{per } q > 0.$$