

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Totale

Analisi e geometria 2 Docente:		Terzo Appello 15-02-2011
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Ogni risposta dev'essere giustificata. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta a quadretti non devono essere consegnati. Durante la prova non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni.

1. Sia assegnata la superficie  $S$  di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = \sin(uv) \\ y = \cos(uv) \\ z = -2u \end{cases} \quad (u, v) \in T$$

dove  $T = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{\pi}{6} \leq v \leq \frac{\pi}{2}, \frac{1}{2} \leq u \leq \sin v\}$ .

- Dare la definizione di integrale di superficie.
- Calcolare l'area della porzione di superficie  $S$  che si proietta su  $T$ .
- Calcolare l'integrale di superficie:

$$I = \int_S \frac{x^2 + y^2}{z} dS.$$

2. Si consideri il sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = 2x + y. \end{cases}$$

- (a) Siano  $\mathbf{X}_1 = (x_1, y_1)$  e  $\mathbf{X}_2 = (x_2, y_2)$  due soluzioni del sistema; si dica se la funzione  $\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2$  è soluzione. Si giustifichi la risposta.
- (b) Si trovi l'integrale generale del sistema.

3. Sia  $L$  l'applicazione lineare che, rispetto alla base canonica di  $\mathbb{R}^3$ , è rappresentata dalla matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Determinare, se esiste, una base ortonormale di  $\mathbb{R}^3$  formata da autovettori di  $\mathbf{A}$ .