Politecnico di Milano
Fondamenti di Fisica Sperimentale
Facoltà di Ingegneria Industriale - Ind. Energetica-Meccanica-Aerospaziale

II Appello - 14/10/2009

Giustificare le risposte e scrivere in modo chiaro e leggibile. Sostituire i valori numerici solo alla fine, dopo aver ricavato le espressioni letterali. Scrivere in stampatello nome, cognome, matricola e firmare ogni foglio.

1. Un corpo di massa m = 5 Kg è fermo all'inizio di un piano inclinato lungo d = 10 m. Tale piano forma un angolo q con l'orizzontale. Il coefficiente di attrito statico e μ_s = 0.35, quello di attrito dinamico è μ_d = 0.23.
   a) Qual è il valore massimo dell'angolo q per cui il corpo rimane fermo rispetto al piano?
   b) Se q = 30° qual è la velocità con cui il corpo arriva alla fine del piano?
   Si supponga ora che dopo il piano inclinato vi sia un tratto orizzontale, con coefficiente d'attrito μ_d = 0.15, lungo l = 5 m che termina con un muro.
   c) Si calcoli l'impulso della forza nell'urto tra il corpo e il muro, nell'ipotesi di urto perfettamente elastico.

2. Un gas perfetto, contenuto in un recipiente all'inizio termicamente isolato, viene sottoposto ad una trasformazione reversibile da uno stato A (p_A = 1000 kPa, V_A = 2 m^3, T_A = 200 K) ad uno stato B (p_B = 68.4 kPa, V_B = 10 m^3, T_B = 68.4 K).
   Successivamente, a volume costante e questa volta con scambio di calore, la pressione viene innalzata fino a raggiungere uno stato C a temperatura T_A. Infine pressione e volume vengono riportati ai valori iniziali p_A e V_A senza variare la temperatura.
   a) Si disegni il ciclo descritto in un piano *pV;*
   b) Si calcoli il numero di moli ed il calore molare a volume costante c_v del gas che compie la trasformazione. (sugg.: usare l'equazione della trasformazione AB).
   c) Si calcoli l'efficienza frigorifera del ciclo A **à** B **à** C **à** A definita come $e_f = -Q_{ass}/L_{tot}$

3. Un conduttore ha la forma di un cilindro pieno indefinito di raggio R_1 = 10 cm.
   a) In esso viene praticata una cavità cilindrica *concentrica* di raggio R_2 = 2 cm, per tutta la sua lunghezza (vedi figura A). Sapendo che il conduttore così ottenuto è attraversato da una corrente I = 5 A uniformemente distribuita su tutta la sua sezione, si determini il campo di induzione magnetica $\boldsymbol{B}$ (in modulo, direzione e verso):
      1) all'esterno del conduttore;
      2) all'interno del conduttore (sia nel materiale che nel foro).
   b) Nel caso in cui la cavità cilindrica di raggio R_2 fosse praticata con il centro posto a una distanza a = 5 cm dal centro O del cilindro pieno (vedi figura B), si determini il campo di induzione magnetica $\boldsymbol{B}$ (in modulo, direzione e verso) nel punto O (suggerimento: utilizzare la sovrapposizione degli effetti).

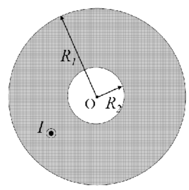


Figura A

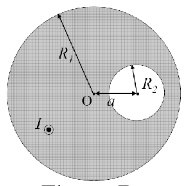
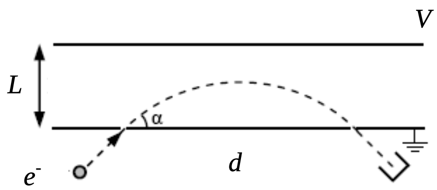


Figura B

4. Si abbiano due lamine piane infinite e parallele, tra loro distanti L = 10 cm; alla lamina sottostante vengono praticati due piccoli fori (vedi figura). Una sorgente elettronica emette elettroni con energia cinetica E_c = 3000 eV, e solo quelli inclinati α = 45° rispetto all'orizzontale possono entrare nel primo foro. Determinare:



   a) il valore del campo elettrico $\boldsymbol{E}$, (in modulo, direzione e verso) da porsi tra le due lamine perché gli elettroni fuoriescano dal secondo foro, posto a distanza d = 20 cm dal primo foro, e possano quindi essere misurati;
   b) il valore del potenziale V da applicare alla lamina in alto (quella in basso è messa a terra) per creare il campo richiesto.

Dati: costante gas perfetti R = 8.31 J/K·mol; permeabilità magnetica del vuoto μ_0 = $4\pi\cdot10^{-7}$ N/A^2; carica elettrone e = 1.6 10^{-19} C; massa elettrone m_e = 9.1 10^{-31} kg.

SOLUZIONI

Esercizio 1

a) Il corpo rimane fermo se la componente della forza peso diretta lungo il piano inclinato è minore o tutt'al più uguale alla forza di attrito statico, ovvero:

$$mg\sin q \leq m_S N = m_S mg\cos q \ ,$$

da cui si ricava che $\tan q \leq m_S = 0.35$, e dunque $q \leq 19.3°$.

b) Quando q = 30° il corpo scivola sul piano inclinato, e la velocità alla fine del piano può essere ottenuta dal seguente bilancio energetico:

$$\Delta E_M = E_M^f - E_M^i = L_{nc} \ ,$$

dove $E_M^i = mgh = mgd\sin q$, $E_M^f = \frac{1}{2}mv^2$, $L_{nc} = -(m_d mg\cos q)\cdot d$.

Si noti che L_{nc}, il lavoro della forza di attrito, è negativo poiché la forza di attrito è opposta alla direzione del moto. Svolgendo i calcoli si ottiene:

$$v = \sqrt{2gd(\sin q - m_d \cos q)} = 7.67 \ m/s \ .$$

c) Prima di urtare elasticamente contro il muro, il corpo si muove di moto rettilineo su un piano orizzontale scabro che riduce la sua velocità rispetto a v. La velocità in corrispondenza del muro, v_{muro}, può essere calcolata attraverso il seguente bilancio energetico:

$$\frac{1}{2}mv_{muro}^2 - \frac{1}{2}mv^2 = -(m_d mg)\cdot l \ ,$$

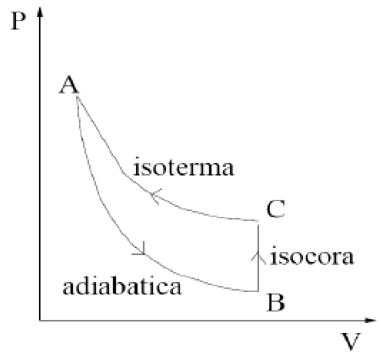
da cui si ricava $v_{muro} = \sqrt{v^2 - 2(m_d mg)\cdot l} = 6.7 \ m/s$.

L'impulso della forza nell'urto tra corpo e muro può essere calcolato utilizzando il *teorema dell'impulso*, secondo cui l'impulso è pari alla variazione di quantità di moto tra prima e dopo l'urto. Nel caso di urto perfettamente elastico dal muro, le velocità del corpo prima e dopo l'urto sono uguali in modulo e direzione, ma opposte in verso. Pertanto si avrà:

$$I = \Delta p = 2mv_{muro} = 67 \ \ kg \, m/s \ .$$

Esercizio 2

a) La rappresentazione grafica nel piano (P,V) del ciclo descritto nel testo è mostrata in figura.



b) Il numero di moli del gas in esame segue dalla relazione dei gas perfetti PV=*n*RT applicata ad esempio allo stato A. Il valore numerico è *n*=1203 *mol.*
Il calcolo del calore molare a volume costante segue dall'equazione per una trasformazione adiabatica:

$$PV^{g} = \text{cost} \ \ (g = \frac{c_P}{c_V}),$$

e dalla relazione di Mayer: $c_P - c_V = R$. Si ha quindi: $P_A V_A^{g} = P_B V_B^{g}$, da cui:

$$g = \frac{\ln\left(\frac{P_B}{P_A}\right)}{\ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right)} = 1.66 \approx \frac{5}{3},$$

e dunque:

$$c_V = \frac{R}{g-1} = \frac{3}{2}R \ \ \text{(gas monoatomico).}$$

c) Trasformazione A **à** B: $Q_{AB} = 0; L_{AB} = -\Delta U_{AB} = -nc_V(T_B - T_A) = 1.97 \cdot 10^6 \ J$.
Trasformazione B **à** C: $L_{BC} = 0; \ Q_{BC} = \Delta U_{BC} = nc_V(T_A - T_B) = 1.97 \cdot 10^6 \ J$.
Trasformazione C **à** A: $\Delta U_{CA} = 0; \ Q_{CA} = L_{CA} = nRT_A \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right) = -3.23 \cdot 10^6 \ J$.

Dunque, l'efficienza frigorifera è pari a:

$$e_f = -\frac{Q_{ass}}{L_{Tot}} = -\frac{Q_{BC}}{L_{AB} + L_{CA}} = 1.56.$$

Esercizio 3

a) In base alla geometria del sistema, il campo magnetico generato dal conduttore descritto nel testo è dotato di simmetria cilindrica. Pertanto il modulo del campo ***B*** dipende solo dalla distanza *r* dal centro O del conduttore, e le linee di flusso di ***B*** sono circonferenze concentriche (di centro O) giacenti nel piano del foglio e percorse in verso anti-orario (dato che la corrente è uscente dal foglio). Il modulo di ***B*** nelle varie regioni dello spazio può essere calcolato utilizzando il teorema della circuitazione di Ampere:

1) all'esterno del conduttore ($r > R_1$): $B = \dfrac{m_0 I}{2pr}$.

2) all'interno del conduttore:

Per $R_2 < r < R_1$: $B = \dfrac{m_0 I_{conc}}{2pr}$, dove I_{conc} è la corrente concatenata, che è pari a:

$$I_{conc} = j \cdot p\left(r^2 - R_2^2\right) = \frac{I}{p\left(R_1^2 - R_2^2\right)} p\left(r^2 - R_2^2\right) = I\frac{\left(r^2 - R_2^2\right)}{\left(R_1^2 - R_2^2\right)},$$

ovvero:

$$B = \frac{m_0 I}{2p\left(R_1^2 - R_2^2\right)} \frac{\left(r^2 - R_2^2\right)}{r}.$$

Per $r < R_2$: $B = 0$, dato che $I_{conc} = 0$.

b) Il campo magnetico ***B*** nel punto O può essere determinato ricorrendo al principio di sovrapposizione degli effetti. Infatti, esso può essere ottenuto come la somma vettoriale del campo generato in O da un cilindro pieno indefinito di centro O e raggio R_1 percorso da una corrente *I* con verso *uscente* dal foglio, e del campo generato in O da un cilindro pieno indefinito con centro coincidente a quello del foro e raggio R_2 percorso da una corrente *I* con verso *entrante* nel foglio. Infatti, la somma delle due distribuzioni di corrente descritte equivale alla distribuzione di corrente rappresentata in figura B.
Si noti che il campo magnetico generato da un cilindro pieno indefinito in corrispondenza del suo centro è nullo, infatti:

$$B = \left.\frac{m_0 I}{2pR_1^2} r\right|_{r=0} = 0.$$

Pertanto, il campo magnetico ***B*** nel punto O è determinato soltanto dal cilindro pieno di raggio R_2 percorso da una corrente *I* entrante. In definitiva, il campo ***B*** avrà:
direzione: ortogonale al segmento che unisce il centro del foro con il punto O;
verso: dal basso verso l'alto in figura B;

modulo: $B = \dfrac{m_0 I}{2pa} = 2 \cdot 10^{-5}\, T$.

Esercizio 4

L'elettrone entra nella regione di spazio compresa tra le due lamine con una velocità:

$$v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (3000\ eV) \cdot (1.6 \cdot 10^{-19}\ J/eV)}{9.1 \cdot 10^{-31}\ kg}} = 3.2 \cdot 10^7\ m/s .$$

Affinchè l'elettrone emerga dalla seconda fenditura, il campo elettrico, *E*, dovrà essere perpendicolare alle due lamine e diretto verso l'alto.

a) Il modulo del campo elettrico può essere calcolato determinando la traiettoria del moto dell'elettrone. In direzione orizzontale (asse-*x*) non agiscono forze e dunque il moto è rettilineo uniforme:

$$x = (v \cos a)t .$$

In direzione verticale (asse-*y*) agisce una forza costante, dovuta al campo elettrico, diretta verso il basso e avente modulo $F = eE$, e dunque il moto è uniformemente decelerato:

$$x = (v \sin a)t + \frac{1}{2}at^2 = (v \sin a)t - \frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2 .$$

Dalle precedenti relazioni si ricava facilmente la traiettoria del moto dell'elettrone: $y = x - \frac{eE}{mv^2}x^2$, avendo considerato che $a = 45°$. L'elettrone emergerà dalla seconda fenditura solo se $y = 0$ per $x = \mathrm{d}$, e pertanto si ricava:

$$E = \frac{mv^2}{ed} = 3 \cdot 10^4\ \frac{V}{m} .$$

c) Per ottenere tale campo elettrico è necessario polarizzare la lamina superiore con un potenziale:

$$V = -EL = -3 \cdot 10^3\ V .$$