Capitolo 7. Circuiti magnetici

Esercizio 7.1

Dato il circuito in figura 7.1 funzionante in regime stazionario, sono noti:
R1 = 7.333 Ω, R2 = 2 Ω,
R3 = 7 Ω
δ1 = 1 mm, δ2 = 1.3 mm,
δ3 = 1.5 mm
A = 8 cm^2, N1 = 100, N2 = 500
V1 = 30 V
Si consideri la permeabilità del ferro infinita. Determinare la totale energia immagazzinata

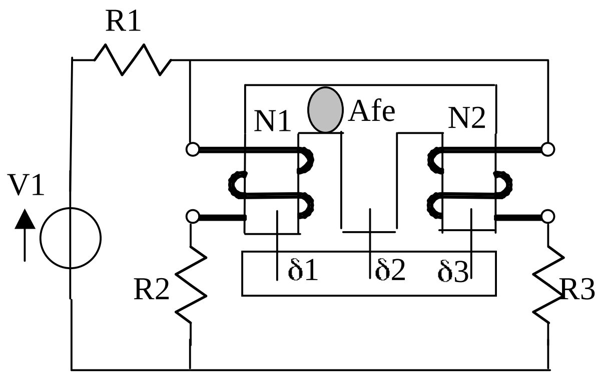
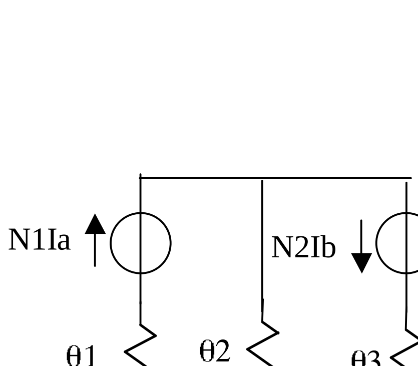


Figura 7.1

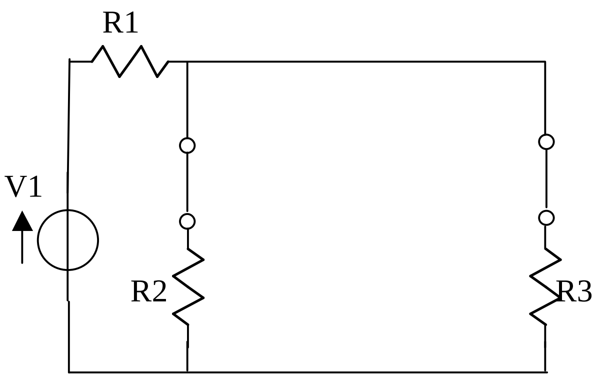
Soluzione

Per prima cosa è necessario calcolare i parametri di auto e mutua induttanza.
La rete magnetica equivalente, poiché la permeabilità del ferro è infinita, è composta dalle sole riluttanze dei traferri.
In particolare si ottiene quanto segue:

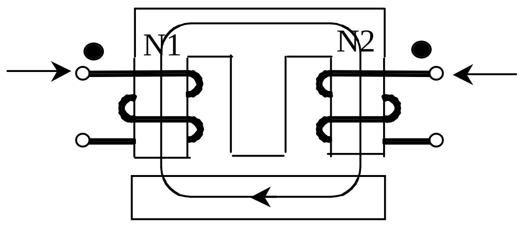


$\theta 1 = \delta 1/(\mu o \cdot Afe) = 9.947 \cdot 10^5\ H^{-1}$,
$\theta 2 = \delta 2/(\mu o \cdot Afe) = 1.293 \cdot 10^6\ H^{-1}$
$\theta 3 = \delta 3/(\mu o \cdot Afe) = 1.492 \cdot 10^6 H^{-1}$,

dove μo è la permeabilità dell'aria (μo = $4\cdot\pi\cdot10^{-7}$ H/m). Le auto induttanze si trovano come rapporto tra il numero di spire al quadrato e la riluttanza equivalente vista ai morsetti dei due generatori di f.m.m. quando il circuito sia reso passivo. Si ottiene quindi che $\theta eq1 = 1/(\Lambda2+\Lambda3)+\theta1$ e $L1 = N12/\theta eq1$ = 5.926 mH. Per l'auto induttanza L2 si ha che $\theta eq2 = 1/(\Lambda1+\Lambda2)+\theta3$ e $L2 = N22/\theta eq2$ = 122 mH.



Per il calcolo della mutua induttanza, si deve sempre procedere con la definizione: si alimenta uno dei due avvolgimenti lasciando a vuoto il secondo e si calcola il rapporto tra il flusso concatenato con il secondo avvolgimento e la corrente che percorre il primo avvolgimento. Si ottiene quindi che $\theta eq21 = (1/(\Lambda2+\Lambda3)+\theta1)\cdot(\Lambda3/(\Lambda3+\Lambda2))^{-1}$ e $Lm = N1\cdot N2/\theta eq21$ = 14 mH. Per il calcolo dell'energia immagazzinata è necessario calcolare la corrente Ia e Ib che percorre i due avvolgimenti. Conviene allora trasformare V1-R1 nel suo equivalente parallelo e utilizzare la regola del partitore di corrente. Si ottiene quindi $Ia = I1\cdot G2/(G1+G2+G3)$ = 2.625 A, e $Ib = I1\cdot G3/(G1+G2+G3)$= 0.75 A.



Poiché entrambe le correnti entrano nei morsetti contrassegnati si ottiene $W = ½\cdot L1\cdot Ia^2+ ½\cdot L2\cdot Ib^2+Lm\cdot Ia\cdot Ib$=0.082 J

Esercizio 7.2

Dato il circuito in figura 7.2 funzionante in regime stazionario, sono noti:

R1 = 4 Ω, R2 = 3 Ω R3 = 6 Ω,

N1 = 2000, N2 = 1500,

V1 = 200 V, V2 = 150 V, I1 = 10 A

Afe = 5 cm2, δ = 1mm, L = 1mH, μfe infinita
Determinare la totale energia magnetica immagazzinata

____

Soluzione

Si procede con il calcolo dei parametri di auto e mutua induttanza. L'auto induttanza è data da $L1 = N1^2/\theta eq1 = 1.676$ *H, dove la* $\theta eq1$ *è data dalla serie del parallelo delle due riluttanze* $\theta\delta$ *con* $\theta\delta$*. L'auto induttanza L2 si calcola come rapporto tra il quadrato del numero di spire N2 e la riluttanza equivalente* $\theta eq2$ *che vista la*

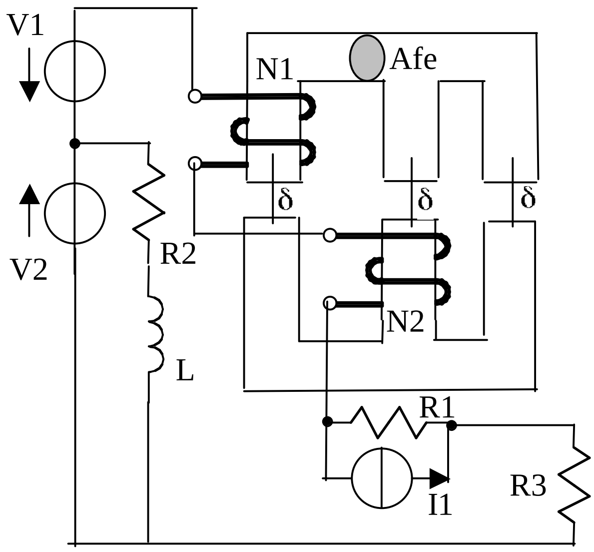
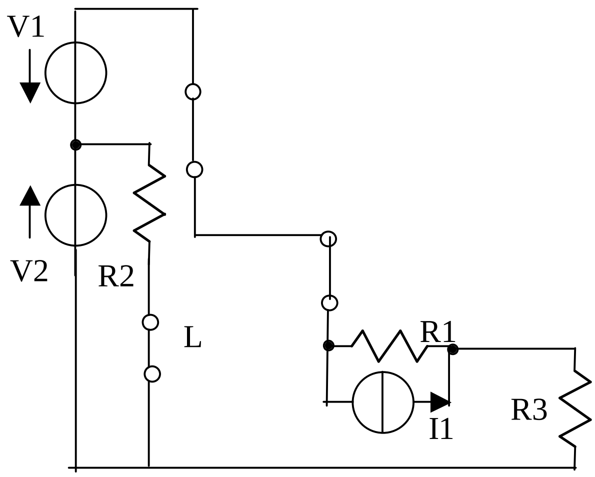
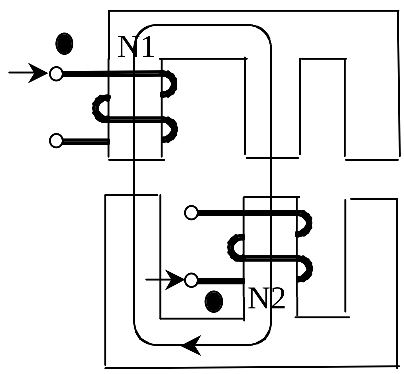


Figura 7.2





simmetria del circuito magnetico è pari a $\theta eq1$*. Si ottiene quindi* $L2 = N2^2/\theta eq2 = 0.942$ *H. Per il calcolo della mutua induttanza si alimenta uno dei due avvolgimenti lasciando a vuoto il secondo e si calcola il rapporto tra il flusso concatenato con il secondo avvolgimento e la corrente che percorre il primo avvolgimento. Si ottiene quindi che* $\theta eq21 = (3 \cdot \theta\delta)$ *e* $Lm = N1 \cdot N2/\theta eq21 = 0.628$ *H.*
Si contrassegnano poi i morsetti dei due avvolgimenti e risulta che il morsetto superiore del primo avvolgimento e quello inferiore del secondo sono i morsetti corrispondenti. Ritornando al circuito

elettrico è necessario calcolare la corrente che percorre il mutuo induttore per calcolare il contributo di energia immagazzinata legata al mutuo induttore. Trasformando il bipolo parallelo R1-I1 nell'equivalente serie si ottiene la corrente che percorre il mutuo induttore I = (V2-V1+R1·I1)/(R1+R3)=-1 A. Poiché tale corrente entra nel morsetto contrassegnato del primo avvolgimento ed esce da quello contrassegnato del secondo, l'espressione dell'energia è la seguente: $W = ½·L1·Ia^2+ ½·L2·Ib^2-Lm·Ia·Ib=0.681$ *J. Il contributo di energia legato all'induttanza L è dato da* $WL = ½·L·IL^2 = ½·L·(V2/R2)^2=1.25$ *J e quindi l'energia totale è data da Wtot = W+WL = 1.931 J*

Esercizio 7.3

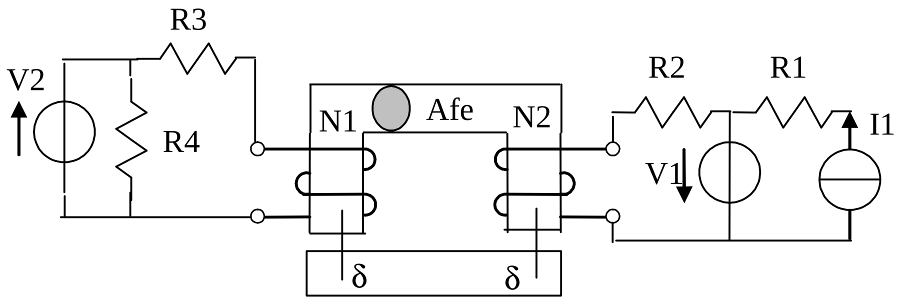


Figura 7.3

Dato il circuito in figura 7.3 funzionante in regime stazionario, sono noti:
V2 = 40 V, V1 = 30 V, R1 = 6 Ω, R2 = 10 Ω, R3 = 4 Ω, R4 = 2 Ω
N1 = 100, N2 = 500 Afe = 8 cm^2, I1 = 10 A
δ = 0.8 mm
Determinare i valori di auto e mutua induttanza e l'energia magnetica immagazzinata

---

Soluzione

Si procede con il calcolo dell'auto e mutua induttanza. L'auto induttanza L1 è data da $L1 =N1^2/(2·\theta\delta) = 6.283$ *mH, dove* $\theta\delta =\delta/(\mu o·Afe)$*. L'auto induttanza L2 è data da* $L2 = N2^2/(2·\theta\delta) =157$ *mH. La mutua induttanza Lm è data da* $Lm = N1·N2/(2·\theta\delta)= 31$ *mH. I* *morsetti ocrrispondenti sono i due superiori dei due avvolgimenti. Per calcolare l'energia magnetica immagazzinata è necessario calcolare le correnti Ia e Ib che percorrono i due avvolgimenti. Sostituendo le induttanze con dei corto circuiti si ottiene Ia = V2/R3 = 10 A (entrante nel morsetto contrassegnato), Ib = V1/R2 = 3 A uscente dal morsetto contrassegnato (I1 e R1 essendo in parallelo ad un generatore di tensione non sono influenti agli effetti esterni). L'energia immagazzinata ha quindi la seguente espressione:* $W = \frac{1}{2} \cdot L1 \cdot Ia^2 + \frac{1}{2} \cdot L2 \cdot Ib^2 - Lm \cdot Ia \cdot Ib = 0.079\ J$

Esercizio 7.4

Dato il circuito in figura 7.4 funzionante in regime stazionario, sono noti:
R1 = 3 Ω, R2 = 5 Ω
N1 = 100, N2 = 500,
V1 = 20 V, Afe = 8 cm^2,
L = 2mH, C = 8 μF
μfe infinita, δ = 1.5 mm

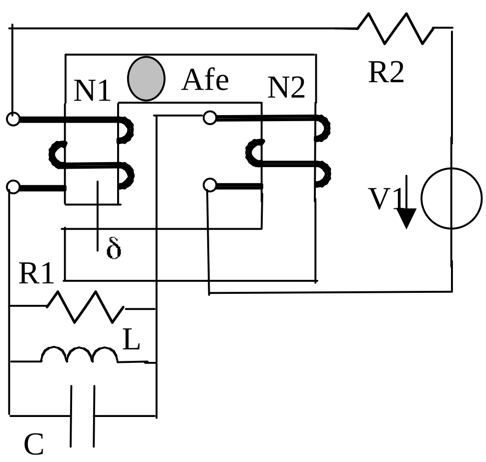
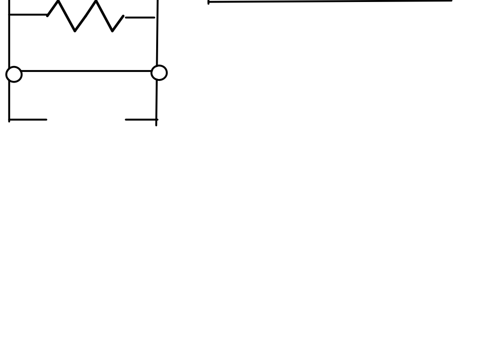


Figura 7.4

Soluzione

Per il calcolo delle auto e mutue induttanze è necessario tracciare la rete magnetica. Si ottiene quindi che $L1 = N1^2/(\theta\delta) = 6.702$ *mH,* $L2 = N2^2/(\theta\delta) = 168$ *mH. Il coefficiente di mutua induttanza è pari a* $Lm = N2 \cdot N1/(\theta\delta) = 34$ *mH. I morsetti corrispondenti sono quello inferiore dell'avvolgimento N2 e quello superiore dell'avvolgimento N1.*



Per calcolare la totale energia magnetica immagazzinata è necessario calcolare la corrente che percorre l'induttanza L e la corrente del mutuo induttore. Poiché il condensatore in regime stazionario equivale ad un circuito aperto, la resistenza R1 *risulta corto circuitata dall'induttanza L e il circuito elettrico è costituito da una sola maglia che comprende V1 e R2. La corrente è dunque pari a I = V1/R2 = 4 A. L'energia immagazzinata nell'induttanza L è quindi pari a WL = ½·L·I^2= 0.016 J e l'energia immagazzinata nel mutuo induttore è pari a W = ½·L1·I^2+ ½·L2·I^2-Lm· I^2=0.8579 J. Quindi la totale energia immagazzinata è data dalla somma dei due contributi ed è pari a Wtot = 0.874 J*

Esercizio 7.5

Dato il circuito in figura funzionante in regime stazionario, sono noti:
R1 = 3 Ω, R2 = 6 Ω N = 100,
V1 = 18 V, I1=10 A
Afe = 100 cm^2, δ = 1mm,
μfe infinita

Determinare la forza F

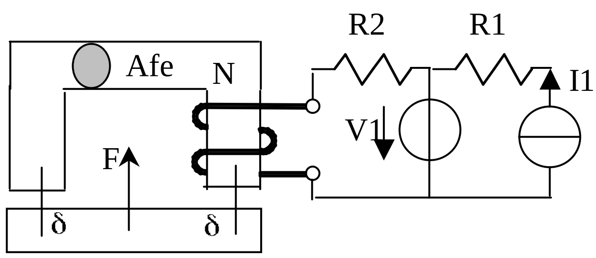


Figura 7.5

Soluzione

Per il calcolo della forza è necessario calcolare il flusso φ che si ha nei traferri. Si procede quindi con il calcolo della corrente che percorre l'avvolgimento di N spire e poi si risolverà la rete magnetica. Osservando che il generatore di corrente I1 e il resistore R1 non sono influenti agli effenti esterni in quanto in parallelo ad un generatore di tensione, si può calcolare la corrente che percorre l'avvolgimento come I = V1/R2 = 3 A. Se si disegna la rete magnetica, si ottiene una sola maglia e il calcolo del flusso nei traferri porta a φ = (N·I)/(2·θδ) =1.885 mWb. La forza F si calcola come F = 2·φ^2/(2·μo·Afe) = 282.74 N (è una forza attrattiva).

Esercizio 7.6

Dato il circuito in figura funzionante in regime stazionario, sono noti:
R1 = 3 Ω, R2 = 6 Ω, R3 = 8 Ω
N1 = 100, N2 = 150
I1 = 18 A,
Afe = 100 cm^2,
δ = 1mm, μfe infinita
Determinare la forza F

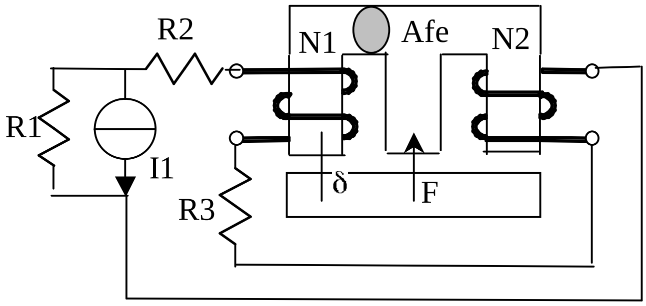
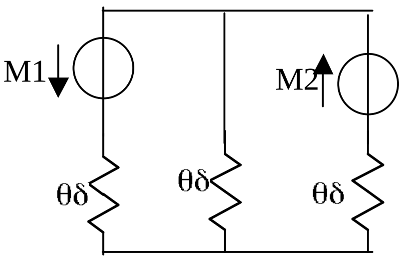


Figura 7.6

Soluzione



Per il calcolo della forza è necessario calcolare il flusso che si ha nei traferri. Si procede quindi con il calcolo della corrente che percorre gli avvolgimenti e poi si risolverà la rete magnetica. Tale corrente si calcola utilizzando la regola del partitore di corrente ed è data da I = I1·G23/(G23+G1) = 3.176 A, dove G23 = 1/(R2+R3)=0.071 S. Se si considera la rete magnetica, si ottengono due maglie, trasformando i due bipoli serie M1-θδ e M2-θδ nell'equivalente parallelo si ottiene la tensione magnetica ai capi della riluttanza del ramo centrale U = (-(N1·I/θδ)+(N2·I/θδ))/(3/θδ) = 52.94 Asp. I flussi nei tre traferri sono quindi φ1 = (U+N1·I)/θδ = 4.657 mWb, φ2 = (U)/θδ = 0.6653 mWb e φ3 = (U-N2·I)/θδ = -5.322 mWb. La forza F si calcola come F = (φ1^2+ φ2^2+ φ3^2)/(2·μo·Afe) = 2008 N (è una forza attrattiva).

Esercizio 7.7

Sia dato il sistema in Figura con ingressi stazionari. Si determini la forza F esercitata sulla parte mobile nelle condizioni di funzionamento indicate i coefficienti di auto e mutua induttanza e l'energia accumulata.

$I1 = 15$ A

$R1 = 5\ \Omega$, $R2 = 20\ \Omega$, $R3 = 10\ \Omega$

$N1 = 200$ spire

$N2 = 150$ spire

$\mu fe = \infty$

$Afe = 150\ cm^2$ $\delta = 3$ mm

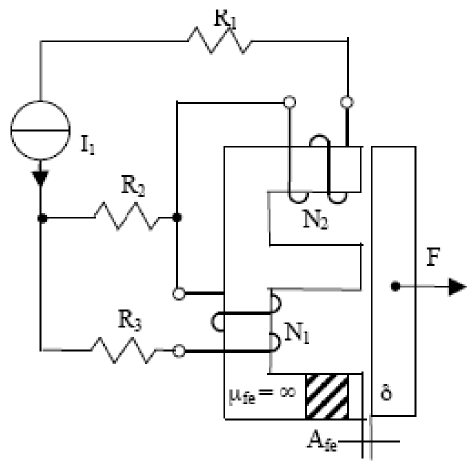


Figura 7.7

Soluzione

Per prima cosa è necessario calcolare i parametri di auto e mutua induttanza. Si considera quindi la rete magnetica e poiché la permeabilità del ferro è ipotizzata infinita, nel circuito magnetico compariranno solo le riluttanza dei traferri. In particolare si ottiene quanto segue: $\theta = \delta/(\mu o \cdot Afe) = 1.592 \cdot 10^5 H^{-1}$, dove μo è la permeabilità dell'aria ($\mu o = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$). Le auto induttanze si trovano come rapporto tra il numero di spire al quadrato e la riluttanza equivalente vista ai morsetti di una delle due f.m.m. quando il circuito sia reso passivo. Si ottiene quindi che $\theta eq1 = \theta eq2 = (3/2) \cdot \theta$, data dal parallelo di due riluttanze θ in serie a θ. L1è quindi pari a $L1 = N1^2/\theta eq1 = 168$ mH e $L2 = 94$ mH. Per il calcolo della mutua induttanza si alimenta uno dei due avvolgimenti lasciando a vuoto il secondo e si calcola il rapporto tra il flusso concatenato con il secondo avvolgimento e la corrente che percorre il primo avvolgimento. Si ottiene quindi che $\theta eq21 = 3\theta$ e $Lm = N1 \cdot N2/\theta eq21 = 63$ mH. Per il calcolo dell'energia immagazzinata è necessario calcolare la corrente Ia e Ib che percorre i due avvolgimenti calcolata con il verso entrante nei morsetti corrispondenti, (quello di sinistra nelle N2 spire, quello in basso nelle N1 spire). La corrente Ib che percorre le N2 spire $Ib = I1$ e la corrente Ia è pari a $Ia = I1 \cdot (R2)/(R3+R2) = 10$ A. Per il calcolo dell'energia si ottiene W =

½·L1·Ia^2+ ½·L2·Ib^2+Lm·Ia·Ib=28.405 J. Per il calcolo della forza è necessario calcolare i flussi nei tra ferri. Conviene calcolare la differenza di potenziale magnetico tra i due nodi della rete magnetica che risulta pari a U=(N1·Ia-N2·Ib)/3=-83.33 Asp. Il flusso nei traferri è pari a φ1= (N1·Ia-U)/ θ=0.013Wb, φ2= (N2·Ib+U)/ θ=0.014Wb, φ3= U/ θ=-5.23 ·10^{-4}Wb. La forza è data da F = (φ1^2+ φ2^2+φ3^2)/(2·μo·Afe) = 9689 N

Esercizio 7.8

Sia dato il circuito con ingressi stazionari riportato in figura 7.8. Sono noti:
R1 = 20 Ω, R2 = 5 Ω,
V = 50 V, δ = 3 mm
N1 = 150, N2 = 300
Afe = 150 cm^2
Si determino i coefficienti di auto e mutua induttanza, l'energia totale accumulata nel campo magnetico (ipotizzando la permeabilità del ferro infinita) e la forza F specificando se si tratta di una forza attrattiva o repulsiva rispetto all'armatura in ferro superiore.

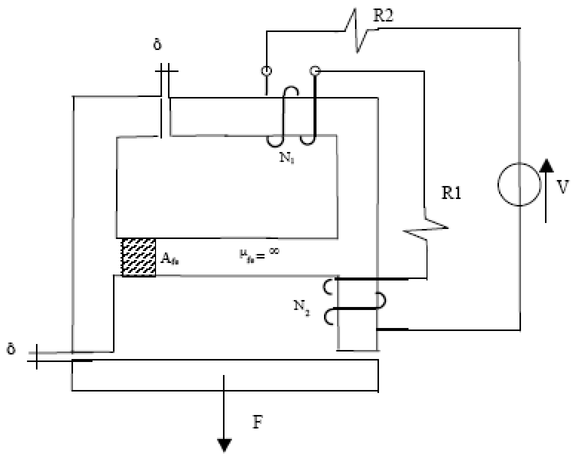
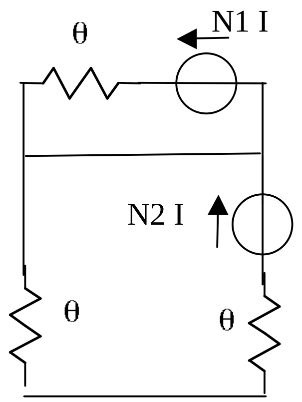


Figura 7.8

Soluzione

Per il calcolo delle auto e mutua induttanza è necessario riferirsi alla rete magnetica costituita da un generatore di f.m.m. N1·I in serie ad una riluttanza θ e in parallelo ad un ramo in corto circuito e ad un ramo costituito dal generatore N2·I e dalla serie di 2θ. L'induttanza L1 e' pari a N1^2/θeq, dove θeq=θ=1.592·10^{5}H^{-1},da cui risulta L1=0.141 H. L'induttanza L2 è pari a N2^2/θeq2 dove θeq2=2θ e L2=0.283H. La mutua induttanza



è nulla a causa della presenza del ramo in corto circuito. Si risolve poi il circuito elettrico per
trovare la corrente I che quindi è a pari a $I=V/(R1+R2)=2$ A. L'energia accumulata è quindi pari a $W=1/2 \cdot L1 \cdot I^2+1/2 \cdot L2 \cdot I^2=0.848$ J. Per il calcolo della forza e' necessario trovare il flusso che interessa la parte mobile che è dato da $\varphi=N2 \cdot I/(2 \cdot \theta)=1.885$ mWb. La forza e' di natura attrattiva ed è pari a
$F=2 \cdot \varphi^2/(2 \cdot \mu o \cdot Afe)=188.496$ N

Esercizio 7.9

Dato il circuito in figura 7.9 funzionante in regime stazionario, sono noti:
R1 = 5 Ω, R2 = 7 Ω,
N1 = 100, N2 = 250
L = 3 mH, C = 4 µF,
Afe = 18 cm^2,
δ = 1.75 mm, µfe infinita
V1 = 20 V.
Determinare la forza F agente sulla struttura.

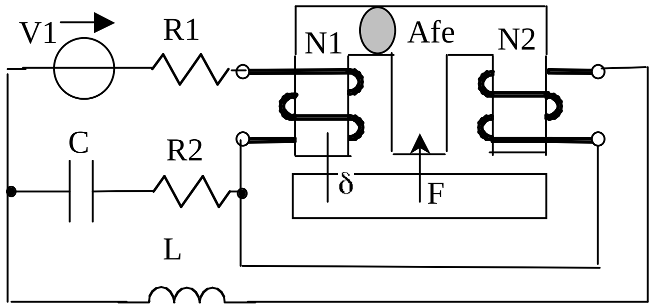
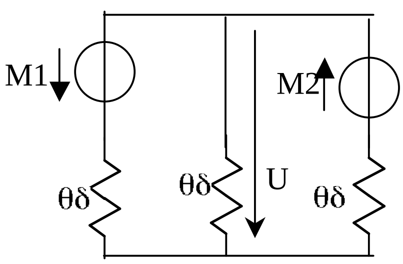


Figura 7.9

Soluzione



Per il calcolo della forza è necessario calcolare i flussi nei traferri. Essendo il regime stazionario si ha che la corrente I è pari a I = V1/R1 = 4 A, ricordando che in regime stazionario l'induttore L è un corto circuito e la capacità C un circuito aperto. La rete magnetica è costituita da 2 maglie, e trasformando tutti i bipoli magnetici nel loro equivalente parallelo è possibile calcolare la tensione magnetica tra i due nodi della rete *magnetica. Questa vale* $U = ((N1 \cdot I/\theta\delta) - (N2 \cdot I/\theta\delta))/(3/\ \theta\delta\ ) = -200$ *Asp. Da cui è possibile calcolre i flussi* $\varphi 1 = (N1 \cdot I - U)/\theta\delta = 0.77552$ *mWb,* $\varphi 2 = -(U)/\theta\delta = -0.2585$ *mWb,* $\varphi 3 = (U + N2 \cdot I)/\theta\delta = 1.034$ *mWb. La forza F di natura attrattiva è allora pari a come* $F = (\varphi 1^2 + \varphi 2^2 + \varphi 3^2)/(2 \cdot mo \cdot Afe) = 384.045$ *N*