Capitolo 5. Metodo di Boucherot

Esercizio 5.1

Dato il circuito in figura 6.1 funzionante in regime sinusoidale, sono noti:
R1 = 3 Ω, R2 = 4 Ω,
R3 = 5 Ω,R4 = 4 Ω,
Xc1 = 2 Ω,
Xc2 = 3 Ω, Xl = 2 Ω, Iz = 20 A,
Pz = 400 W
Qz = 300 VAR (induttiva)

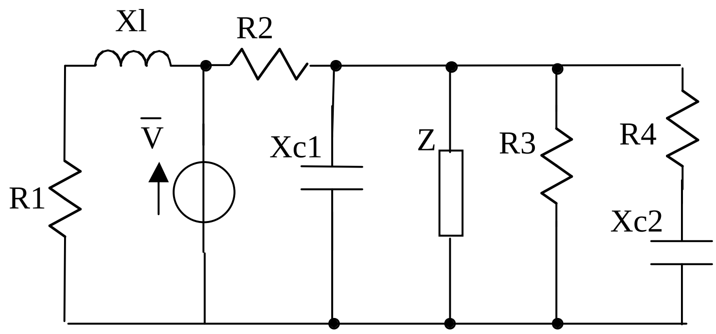


Figura 5.1

Determinare i valori della tensione del generatore V, della corrente da esso erogata e il loro sfasamento reciproco.

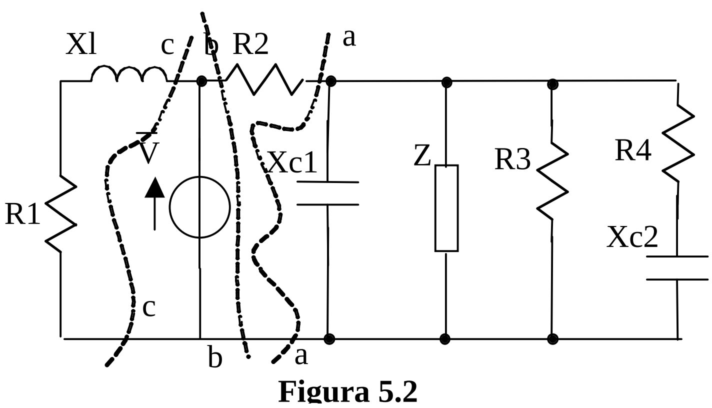


Figura 5.2

Soluzione

Si procede seguendo il metodo di Boucherot. Per trovare la tensione V è necessario trovare la potenza attiva, reattiva e apparente totale ai morsetti del generatore.

Per fare questo conviene dividere la rete in tre sezioni:
- *sez a comprende Xc1, Z, R3, R4 e Xc2*
- *sez. b comprende R2;*
- *sez. c comprende R1 e Xl*

Alla sez. a la potenza attiva totale è la somma di diversi contributi:
$Pa = Pz+PR3+PR4$
dove $Pz = 400$ *W,* $PR3 = VR3^2/R3$*,* $PR4 = R4 \cdot IR4^2$.
La tensione ai capi di R3 è la stessa che c'e' ai capi di Z e vale
$VR3 = \sqrt{Pz^2 + Qz^2}/Iz = 25$ *V.*
La corrente su R4 è pari a $IR4 = Vz/\sqrt{R4^2 + Xc2^2} = 5A$ *(rapporto tra il modulo della tensione e modulo dell'impedenza) quindi* $Pa = 625$ *W.*
Mentre la potenza reattiva è:
$Qa = -QXc2+Qz-QXc1$,
dove $QXc2 = Xc2 \cdot IR4^2 = 75$ *VAR,* $QXc1 = Vz^2/Xc1 = 312.5$ *VAR, da cui*
$Qa = -87.5$ *VAR*

Alla sez. b si ha $Qb = Qa$, $Pb = Pa+R2 \cdot I2^2$*. La corrente I2 è data da*
$I2 = \sqrt{Pa^2 + Qa^2}/Vz = 25.24$ *A da cui* $Pb = 3174$ *W.*

Alla sez. c
$Pc = Pb+P1$, $Q1 = Qb+Q1$*. Dove* $P1 = R1 \cdot I1^2$ *e* $Q1 = Xl \cdot I1^2$*. Per il calcolo della corrente I1 conviene calcolare la tensione ai capi dell'impedenza R1-Xl (che e' la stessa che c'è ai capi del generatore V). Questa tensione è pari a* $V1 = \sqrt{Pb^2 + Qb^2}/I2 = 125.78$ *V. Nota V1 la corrente I1 risulta pari a* $I1 = V/\sqrt{R1^2 + Xl^2} = 34.89$ *A*

Risulta allora che le potenze totali erogate dal generatore sono $P = Pb+Pc = 6825$ *W e* $Q=Q+Qc = 2346.5$ *VAR. La potenza apparente totale è pari a* $A = \sqrt{P^2 + Q^2} = 7217.1$ *VA, la tensione del generatore vale* $V = V1 = 125.78$ *V, la corrente erogata dal generatore è pari a* $I = A/V = 57.38$ *A, lo sfasamento è pari a* $\varphi = \mathrm{acos}(P/A) = 0.311$ *rad = 18.97°*

Esercizio 5.2

Dato il circuito in figura 5.3 funzionante in regime sinusoidale, sono noti:
R1 = 50 Ω,
R2 = 2 Ω,
R3 = 4 Ω,R4 = 4 Ω,
Xc1 = 3 Ω, Xl = 6 Ω
Pz = 1600 W c
os φz = 0.8 (ind.)
Vz = 100 V
f = 50 Hz

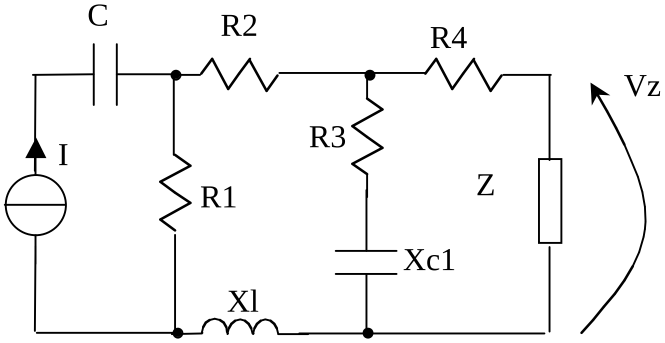


Figura 5.3

Determinare i valori della capacità C affinché il fattore di potenza (cos φ') del generatore I risulti pari a 0.9 (induttivo).

Soluzione

Si procede utilizzando il metodo di Boucherot per calcolare il fattore di potenza che risulta ai capi del generatore I quando non sia presente il condensatore C, e successivamente si calcola il valore della capacità C tale da avere un cosφ = 0.9 ind.

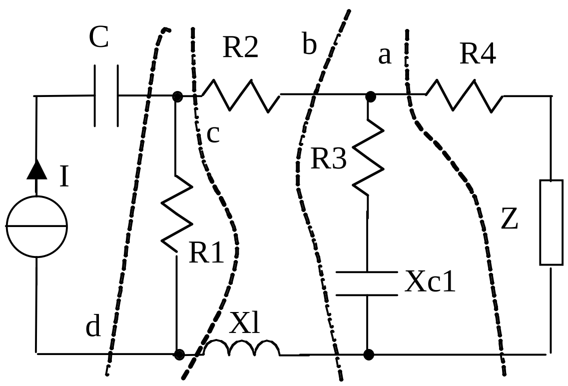


Figura 5.4

Si divide la rete nelle seguenti sezioni:
- *sez a → impedenza Z e R4*
- *sez b → impedenza R3-Xc1*
- *sez. c → impedenza R2-Xl*
- *sez. d → R1*

Alla sez. a si ha $Pa = Pz + R4 \cdot Iz^2 = 3.2$ *kW,* $Qz = Pz \cdot \tan(\varphi z) = 1.2$ *kVar,*

$Ia = Iz = P/(V \cos\varphi z) = 20$ *A,* $Va = \sqrt{Pa^2 + Qa^2}\,/Iz = 170.88$ *V* .

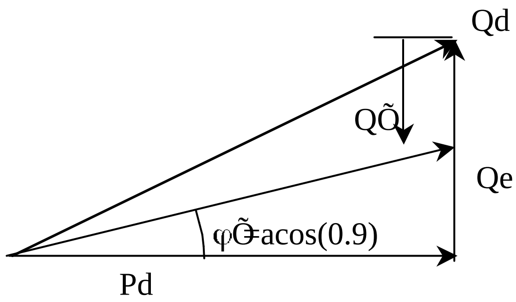
Alla sez. b si ha Pb = Pa+PR3, Qb = Qa-QXc1. Ma PR3 =R3·I3^2*, dove IR3 = Va/* $\sqrt{R3^2 + Xc1^2}$ *= 34.176 A, quindi Pb = 7.872 kW e Qb = -2.304 kVAR e Ib =* $\sqrt{Pb^2 + Qb^2}$ */Va = 48 A.*

Alla sez. c si ha Pc = Pb+PR2 e Qc = Qb+QXl. Dove PR2 = R2·I2^2 *e QXl = Xl·I2*^{2}*. La corrente I2 è pari a Ib quindi Pc = 12.48 kW e Qc = 11.52 kVAR. Alla sezione c si ha inoltre Ic = Ib, e Vc =* $\sqrt{Pc^2 + Qc^2}$ */Ic = 353.84 V.*

Nella sez. d si ha Pd = Pc+Vc^2*/R1 = 14.98 kW e Qd = Qc. Si ha inoltre*

Vd = Vc e Id = $\sqrt{Pd^2 + Qd^2}$ */Vc = 53.42 A*

In assenza del condensatore il cosφ è pari a cosφ = Pd/ $\sqrt{Pd^2 + Qd^2}$ *= 0.793. Se si aggiunge il condensatore, si ha che la nuova potenza reattiva deve valere Qe = Pd tanφ' = Pd tan(acos(0.9)) = 7.257 kVAR (in quanto Pd è la stessa con o senza condensatore).*



Qe deve essere pari a Qd meno quella del condensatore Q', Qe = Qd-Q'. Quindi Q' = 4.263 kVAR (cap) da cui si ricava C = Id^2*/(ωQ) = 2.131 mF*

Esercizio 5.3

Dato il circuito in figura 5.5, sono noti:

Vz = 280 V
Pz = 1 kW
φz = π/4 (ind)
f = 50 Hz
R1 = 17 Ω
Xc = 200 Ω, R2 = 10 Ω

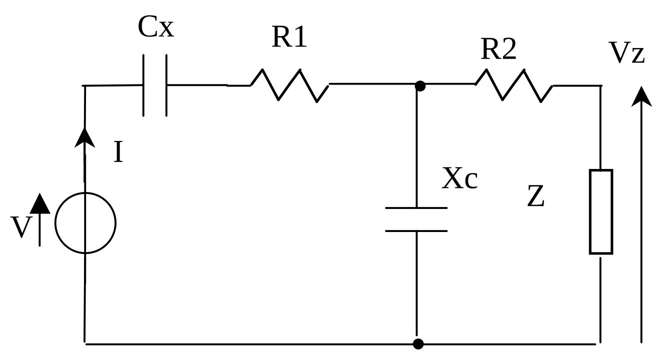


Figura 5.5

Determinare il valore della capacità Cx in modo che la corrente I sia in fase con la tensione V.

Soluzione

Si procede utilizzando il metodo di Boucherot. Si individuano le seguenti sezioni:

- *sez a → R-Z*
- *sez b → Xc*
- *sez c → R1*
- *sez d → Cx*

Alla sez a si ha $Pa = Pu+PR2 = Pu+R2\cdot Iz^2$*, ma* $Iz = Pz/(Vz \cos\varphi z) = 5.051$ *A, quindi* $Pa = 1.255$ *kW,* $Qa=Qz = Pz*\tan\varphi = 1$ *kVAR,* $Va = \sqrt{Pa^2+Qa^2}/Iz = 317.72$ *V.*

Nella sez. b si ha $Pb = Pa$*,* $Qb = Qa-Va^2/Xc = 495.2$ *VAR e* $Ib = \sqrt{Pb^2+Qb^2}/Va = 4.247$ *A.*

Il condensatore Cx deve fornire affinchè V ed I siano in fase deve compensare completamente la potenza reattiva Qb e quindi $Cx = Ib^2/(\omega Qb) = 115.91$ μ*F.*

L'esercizio poteva essere risolto anche in altro modo calcolando il modulo dell'impedenza Z come $Z = Vz/Iz$ *e poi calcolando la parte reale e immaginaria di tale impedenza (*$R = Z \cos\varphi z$ *e* $X = Z \sin\varphi z$*). Affinché la corrente e la tensione siano in fase la parte immaginaria dell'impedenza vista ai morsetti di V deve essere nulla. Imponendo questa condizione si trova la medesima soluzione.*

Esercizio 5.4

Sia data la rete trifase di Figura. Si determini il valore della capacità C della batteria di condensatori collegati a stella da inserire affinché il cosφ nella sezione A sia pari a 0.9.

R1 = 10 Ω
X1 = 40 Ω
X2 = 30 Ω
E1 =E2 = E3 = 220V
Alimentazione simmetrica diretta

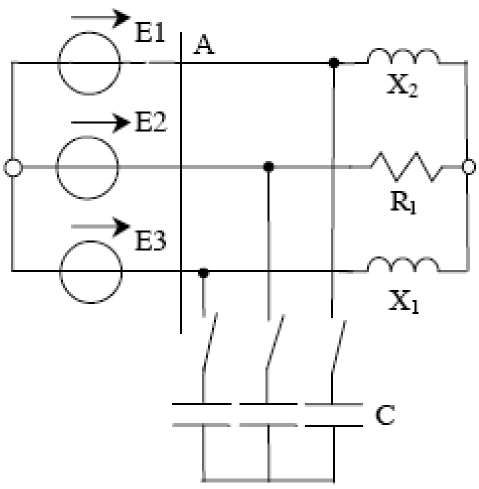


Figura 5.6

Soluzione

E' necessario calcolare la potenza attiva e reattiva nella sezione in cui verranno inseriti i condensatori. A questo scopo si calcola la tensione tra il centro stella dei generatori e il centro stella del carico (senza condensatori). Essendo l'alimentazione simmetrica diretta si è scelto di posizionare il fasore E1 sull'asse reale.

$$Vo'o = \frac{\frac{\overline{E}1}{jX2}+\frac{\overline{E}2}{R1}+\frac{\overline{E}3}{jX1}}{\frac{1}{jX2}+\frac{1}{R1}+\frac{1}{jX1}} = 56.337\text{-}j203.496\ V.$$

Le correnti di linea sono

I1 = $(\overline{E}1\text{-}\overline{V}o'o)$*/(jX2)= 6.783-j5.455 A,*
I2 = $(\overline{E}2\text{-}\overline{V}o'o)$*/(R1) = -16.634+j1.297 A,*
I3 = $(\overline{E}3\text{-}\overline{V}o'o)$*/(jX1)=9.851+j4.158 A.*

Da cui: Qtot = $X2.|I1|^2+X1|I3|^2$ *= 6.846 kVAR,, Ptot =* $R1|I2|^2$*=2.784 kW*
La capacità C è quindi pari a
$C = (Qtot-(Ptot \tan\varphi))/(3E^2 2\pi\varphi) = 0.1205\ mF$

Esercizio 5.5

Data la rete trifase di figura, determinare il valore della batteria di condensatori collegati a stella da inserire nella sezione AA affinché il cosφ del carico sia pari a 0,9.

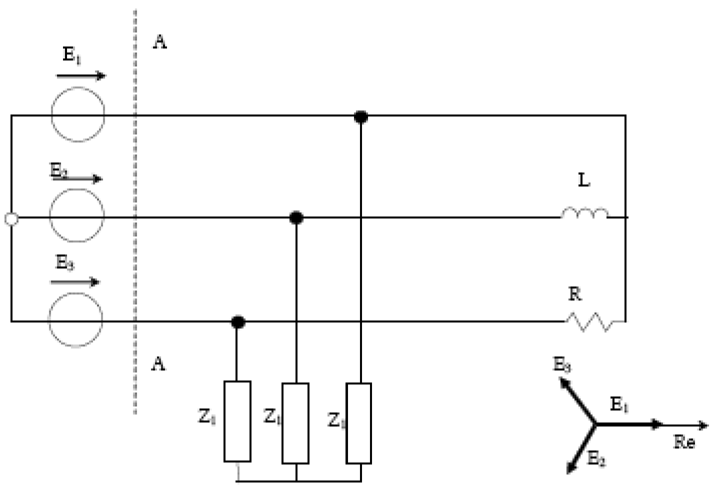


Figura 5.7

R=10 Ω
E1 = E2= E3 = 220 V
f = 50 Hz
L=10 mH
Z1=3+j9 Ω

Soluzione

E' necessario calcolare il contributo di potenza attiva e reattiva relativi all'induttanza L e alla resistenza R e quello dovuto al carico Z1. Si calcola la corrente sull'induttore (I2) e sul resistore (I3) sapendo che la tensione tra i centri stella è imposta ed è pari a E1.
Di conseguenza si ha:
$\bar{I}2=(\bar{E}2-\bar{E}1)/(j\omega L)=-60.646+j105.042$ *A e*
$\bar{I}3=(E3-E1)/R=-33+j19.053$ *A. La potenza attiva e reattiva dovute al carico L e R è quindi pari a* $P=R|\bar{I}3|^2=14.52$ *kW e* $Q=(\omega L)|\bar{I}2|^2=46.22$ *kVAR.*
Il contributo di potenza attiva e reattiva dovuti al carico Z1 è pari a $Pz1=3Re(\bar{Z}1)Iz1^2=4.84$ *kW e*
$Qz1=3Im(\bar{Z}1)Iz1^2=14.52$ *kVar dove* $Iz1=|\bar{E}1|/|\bar{Z}1|=23.19$ *A in quanto il carico è equilibrato e le tensioni simmetriche.*
La potenza attiva e reattiva nella sezione appena prima dei condensatori di rifasamento è pari a:
$Pa=Pz1+P=19.36$ *kW e* $Qa=Qz1+Q=60.74$ *kVar.*
La potenza reattiva desiderata e' pari a
$Q'=Pa\cdot tan(f)=9.376\ kVar=Qa-3\omega CE^2$*. Da cui si ricava C=1.126 mF*

Esercizio 5.6

Data la rete trifase di figura, determinare il valore della batteria di condensatori collegati a triangolo da inserire nella sezione AA affinché il cosφ

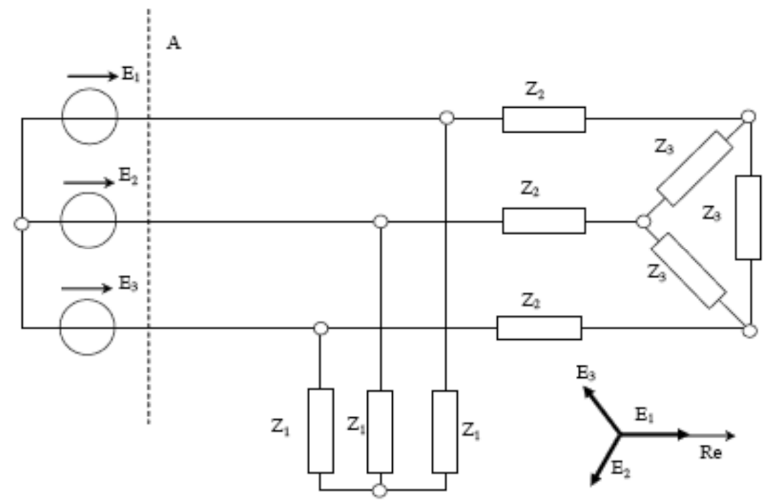


Figura 5.7

del carico sia pari a 0,9.

Z1 = 15 + j10 Ω
Z2 = j10 Ω
Z3 = 10 + j 10 Ω
E1 = E2= E3 = 220 V
f = 50 Hz

Soluzione

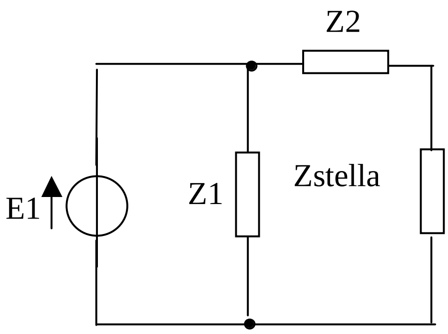


Figura 5.8

Conviene trasformare le impedenze connesse a triangolo nel loro equivalente a stella Zstella = Z3/3. Si risolve l'equivalente monofase costituito dal generatore E1 con in parallelo l'impedenza Z1 e la serie di Z2 e Zstella. Il generatore di tensione vede una impedenza equivalente pari al parallelo tra la serie di Z2 e Zstella e la Z1.
Quindi:
Zeq=((Z2+Zstella)Z1)/(Z1+Z2+Zstella)=4.44+j7 Ω. La corrente erogata dal generatore è pari a I = E1/Zeq=14.03-j22.3 A. La potenza attiva e reattiva erogata dai tre generatori è data da:
P= 3Re($\overline{E}1\cdot\underline{I1}$ *)=9.264 kW e Q= 3Im(*$\overline{E}1\cdot\underline{I1}$*)=14.72 kVar.*
La reattanza dei condensatori da connettere a stella per rifasare il carico è data da Xc_stella =3E^2 */(Q-Ptan*φ*) = 14.18 Ω. Poiché è richiesto che i condensatori siano collegati a triangolo è necessario ricordare che Xc_triangolo=3Xc_stella = 1/(2*π*fC) e quindi:*

C=1/(2π*f Xctr)=74.86*μ*F*

Esercizio 5.7

Data la rete trifase di figura, determinare il valore della batteria di

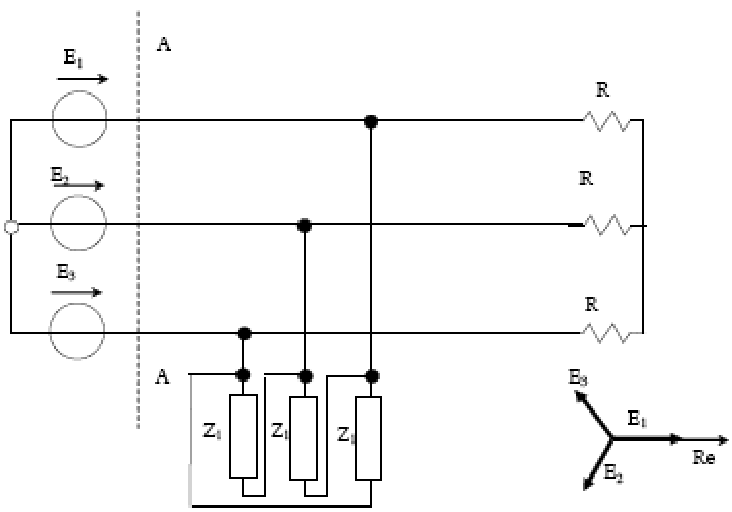


Figura 5.9

condensatori collegati a triangolo da inserire nella
sezione AA affinché il cosφ del carico sia pari a 0,9.

$Z1 = 9 + j27\ \Omega$
$R=20\ \Omega$
$E1 = E2= E3 = 220$ V
$f = 50$ Hz

Conviene trasformare il triangolo delle impedenze Z1 nel loro equivalente a stella e risolvere il circuito monofase equivalente. $Z1st = Z1/3=3+j9\ \Omega$. *Il circuito monofase equivalente è costituito dal parallelo del generatore E1, dell'impedenza Z1st e di R. Per calcolare la potenza attiva e reattiva dell'equivalente monofase nella sez. A si può tenere in conto di due contributi:*

$Pr=E1^2/R=2.42$ *kW*, $Qr=0$ *Var,*

e

$Pz1st=\mathrm{Re}(Z1st)|Iz1|^2=1.613$ *kW*, $Qz1st= \mathrm{Im}(Z1st)|Iz1|^2 = 4.84$ *kVar, dove* $|Iz1|=E1/|Z1st|=23.19$ *A.*

La potenza attiva e reattiva nella sez. A sono quindi pari a $P=Pr+Pz1st=4.033$ *kW e* $Q=Qz1st$.
I condensatori collegati a stella che consentono di rifasare il carico sono dati da $Cst=(Q-P\tan(\varphi))/(\omega E^2)=189.8\ \mu F$. *Se i condensatori vengono collegati a triangolo come specificato nel testo, si ha:* $C=Cst/3=63.28\ \mu F$