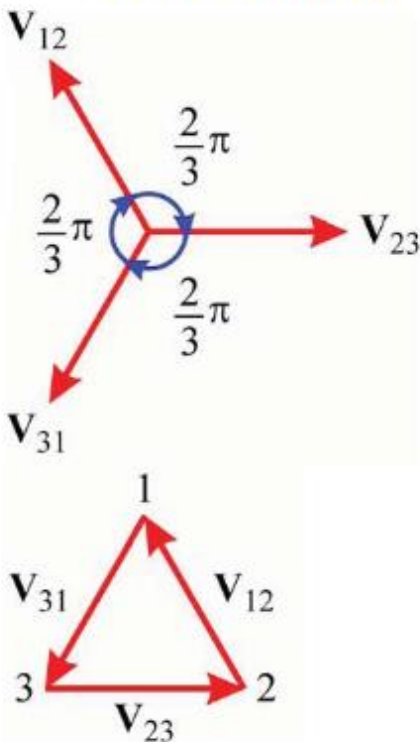


## SISTEMI TRIFASE

### Generalità

Un sistema trifase è sostanzialmente un sistema in regime alternato sinusoidale in cui si hanno tre fili che sono caratterizzati dalla presenza di un generatore su ognuno di essi. Il filo che presenta un generatore è chiamato fase; il generatore è invece noto come generatore di fase o tensione di fase. Tali reti generalmente presentano una particolarità: la natura delle tre tensioni è simmetrica cioè i tre generatori monofase che costituiscono il generatore trifase sono isofrequenziali e le loro fasi differiscono di  $120^\circ$ . La terna di tensioni di fase si chiama diretta se la tensione della seconda fase è in ritardo rispetto a quella della prima; se invece la tensione della seconda fase è in anticipo rispetto alla tensione della prima fase la terna si dice inversa o indiretta. Se invece il modulo delle tensioni del generatore è diverso o lo sfasamento è uguale si dice dissimmetrico.

### Terna diretta

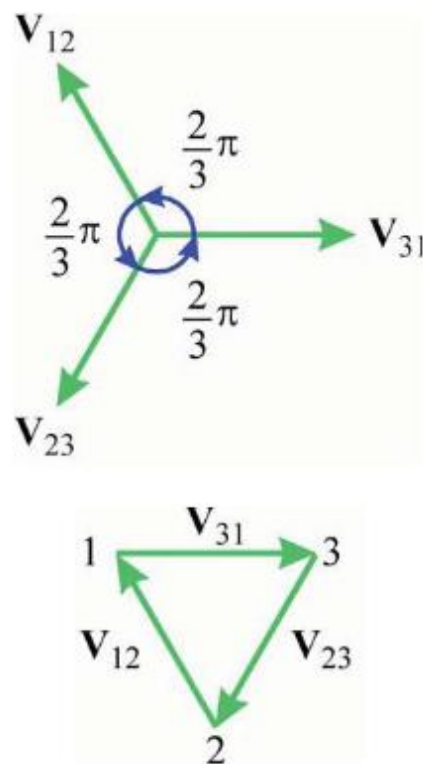


$$\overline{V_{12}} = V e^{i0}$$

$$\overline{V_{23}} = V e^{-\frac{2\pi}{3}i}$$

$$\overline{V_{31}} = V e^{\frac{2\pi}{3}i}$$

### Terna inversa

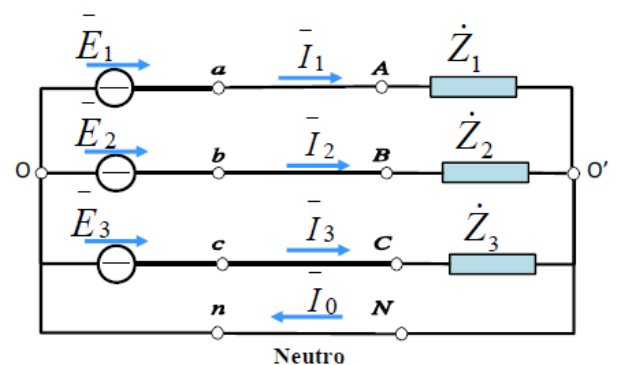


$$\overline{V_{12}} = V e^{i0}$$

$$\overline{V_{23}} = V e^{\frac{2\pi}{3}i}$$

$$\overline{V_{31}} = V e^{-\frac{2\pi}{3}i}$$

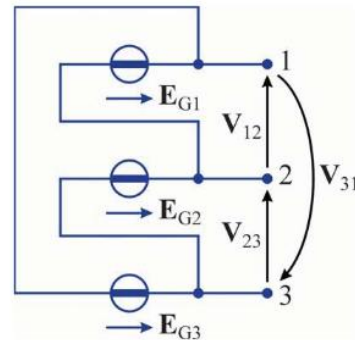
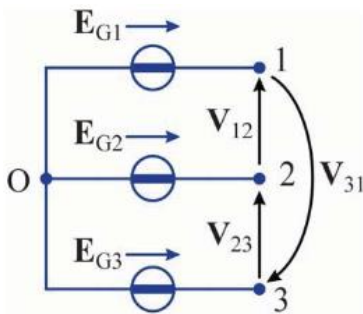
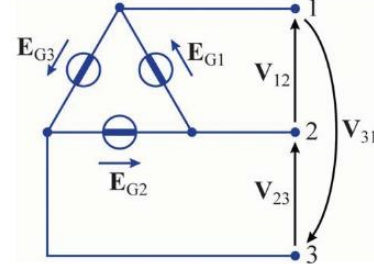
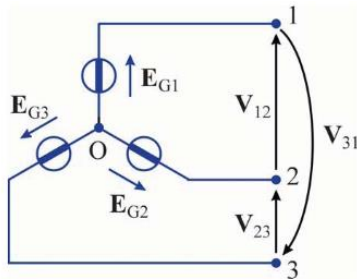
Si considera anche una rete trifase un sistema costituito da 4 fili purché uno di essi non presenti generatore; tale filo prende il nome di neutro. Un sistema a tre fasi con neutro è un sistema trifase a 4 fili (tale filo è importante ed è presente anche nelle reti domestiche infatti di solito si prende un carico domestico tra una fase e un neutro, filo di colore azzurro).



## Stella e triangolo

Se a ciascuno dei generatori che costituiscono la rete si collega un carico rappresentabile con la stessa impedenza  $Z$ , le correnti che circolano nelle tre monofase sono alternate sinusoidali. Le impedenze possono essere inserite nella rete in due diversi modi:

1. Collegamento a stella: se siamo in presenza di un collegamento a stella si indicano i carichi con la lettera minuscola e il pedice del nodo su cui agisce.
2. Collegamento a triangolo: se siamo in presenza del triangolo indichiamo il carico con la lettera maiuscola e pedice del nodo opposto.

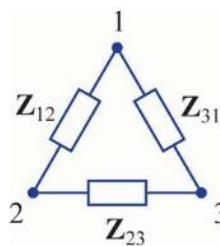
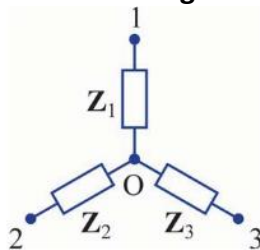


### Tensioni concatenate

$$\begin{aligned} V_{12} &= E_{G1} - E_{G2} \\ V_{23} &= E_{G2} - E_{G3} \\ V_{31} &= E_{G3} - E_{G1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{12} &= E_{G1} = E_G e^{j\alpha_1} \\ V_{23} &= E_{G2} = E_G e^{-j\frac{2}{3}\pi} \\ V_{31} &= E_{G3} = E_G e^{j\frac{2}{3}\pi} \end{aligned}$$

## Equivalenza stella -triangolo



$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{Z_{12}Z_{13}}{Z_{12} + Z_{13} + Z_{23}} \\ Z_2 &= \frac{Z_{12}Z_{23}}{Z_{12} + Z_{13} + Z_{23}} \\ Z_3 &= \frac{Z_{13}Z_{23}}{Z_{12} + Z_{13} + Z_{23}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{12} &= \frac{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3}{Z_3} \\ Z_{31} &= \frac{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3}{Z_2} \\ Z_{23} &= \frac{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3}{Z_1} \end{aligned}$$

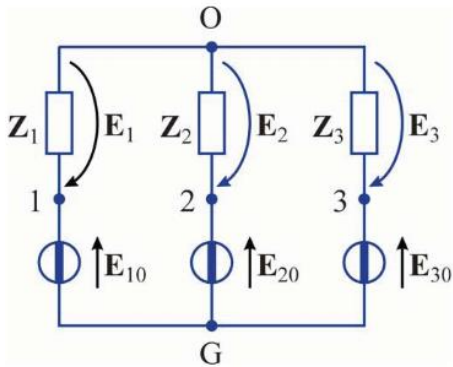
Se il carico è equilibrato allora si avrà che:

$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3}$$

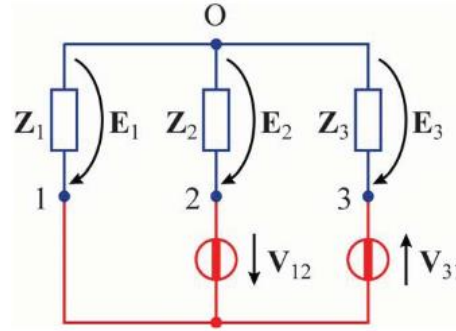
$$Z_\Delta = 3Z_Y$$

### Misure sui sistemi trifase

La corrente che passa nella fase prende il nome di linea; mentre la tensione ai capi della rete prende il nome di tensione concatenata. Normalmente è proprio la tensione concatenata a essere usate per descrivere una rete trifase. Per poter risolvere questi tipi di rete è particolarmente utile sfruttare il teorema di Millman, se la rete non è simmetrica. Inoltre se si è in presenza di un sistema simmetrico ed equilibrato si ha che la tensione al centro della stella è nulla. Vediamo adesso alcuni casi esempio:



$$V_{OG} = \frac{\frac{E_{10}}{Z_1} + \frac{E_{20}}{Z_2} + \frac{E_{30}}{Z_3}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}}$$



$$E_1 = \frac{\frac{V_{12}}{Z_2} - \frac{V_{31}}{Z_3}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}}$$

### Energetica delle reti trifase

Per calcolare le potenze sfruttiamo il corollario di Boucherot:

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Per prima cosa analizziamo la potenza istantanea. Nel caso monofase avevamo individuato un sistema che aveva un valore medio pari alla potenza attiva più un'oscillazione che valeva il doppio:

$$p = P + A \cos(2\omega + p)$$

$$P = VI \cos \varphi$$

$$A = VI$$

Se il carico è simmetrico ed equilibrato si ha corrente uguale e sfasamento uguale quindi si hanno tre correnti con angolo  $\varphi$  rispetto alle tensioni e tra loro sfasate di 120 gradi. Quindi P rimane uguale, cambia invece:

$$\varphi_r = \cos(\omega t + 2\pi)$$

$$\varphi_v = \omega t - \varphi + \frac{2}{3}\pi$$

$$p_2 = P + A \cos\left(2\omega t - \varphi + \frac{4}{3}\pi\right) = P + A \cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$p_3 = P + A \cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{4}{3}\pi\right) = P + A \cos\left(2\omega t - \varphi + \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$p = p_1 + p_2 + p_3 = 3P + 3 \text{ sinusiodi sfasate di } 120^\circ = 3P + 0 = 3P$$

La potenza istantanea è pari a 3 volte la potenza attiva. In un sistema equilibrato e simmetrico si ha una potenza costante.

Per quanto riguarda Boucherot invece è più semplice:

$$p = \operatorname{Re}(\overline{E_1 I_1}) + \operatorname{Re}(\overline{E_2 I_2}) + \operatorname{Re}(\overline{E_3 I_3})$$

Se simmetrico ed equilibrato:  $P = 3\operatorname{Re}(\overline{EI})$

$$E = \frac{V}{\sqrt{3}}$$

$$Q = \operatorname{Im}(E_1 I_1) + \operatorname{Im}(E_2 I_2) + \operatorname{Im}(E_3 I_3) = 3\operatorname{Im}(EI) = 3EI \sin \varphi = \frac{3V}{\sqrt{3}} I \sin \varphi = \sqrt{3}VI \sin \varphi$$

### Wattmetri

Il wattmetro è uno strumento per la misura della potenza elettrica attiva generata su una sezione di una linea elettrica.

Nei circuiti elettrici, la potenza complessiva è data dalla combinazione di due contributi distinti:

- la potenza attiva, misurata in watt, responsabile della stragrande maggioranza dei fenomeni visibili
- la potenza reattiva, in quadratura (sfasata di  $90^\circ$ ) rispetto alla potenza attiva, misurata in voltampere reattivi o VAR (dimensionalmente uguale al watt), responsabile dei campi elettromagnetici variabili sfruttati nel funzionamento dei motori elettrici e di altri fenomeni secondari.

Se volessimo misurare la potenza totale assorbita da carico dovremmo usare questo strumento di misura. Bisognerebbe dunque calcolare la corrente  $I$  entrante nello strumento e la tensione  $V$  tra i due fili a cui il wattmetro è connesso. La potenza risulta essere la parte reale del prodotto tra la tensione e il coniugato della corrente:

$$P_W = \operatorname{Re}(\overline{V_W I_W})$$

