

GRAVITAZIONE

Introduzione

L'interazione gravitazionale è una delle quattro interazioni fondamentali note in fisica che si crea tra due qualsiasi corpi dotati di massa. Nella fisica classica è interpretata come una forza di attrazione conservativa agente fra corpi, la cui manifestazione più evidente nell'esperienza quotidiana è la forza peso. L'espressione della forza gravitazionale è:

$$F = -G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_r$$

G è la costante di gravitazione universale e vale $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{Kg}^{-2}$. Se i corpi che si attraggono sono estesi e non sono particelle è possibile calcolare la forza gravitazionale come integrale doppio:

$$dm_1 = \rho_1 dv_1$$

$$dm_2 = \rho_2 dv_2$$

$$\vec{F} = \int_{m_1} \int_{m_2} \rho_1 \rho_2 \frac{dv_1 dv_2}{r^2} \vec{u}_r$$

Energia potenziale, cinetica e lavoro

In quanto forza è possibile definire un'energia potenziale, un'energia cinetica e un lavoro per la gravitazione:

$$U = -G \frac{m_T m}{r}$$

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$L = -G \frac{m_1 m_2}{r_B} + G \frac{m_1 m_2}{r_A} = U_A - U_B$$

Velocità di fuga e periodo di rivoluzione

Definiamo anche una velocità di fuga e il periodo di rivoluzione:

$$v_{fg} = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Leggi di Keplero

L'enunciato della prima legge di Keplero riguarda la forma delle orbite: *Le orbite descritte dai pianeti attorno al Sole sono ellissi di cui il sole occupa uno dei fuochi.*

La seconda legge di Keplero regola la velocità orbitale di un pianeta: essa non è costante, come in un moto circolare uniforme; la sua magnitudine è infatti determinata dalla sua posizione. L'enunciato della seconda legge è il seguente: *il raggio vettore che unisce il sole al pianeta orbitante descrive aree uguali in tempi uguali.*

La terza e ultima legge di Keplero concerne il periodo impiegato da un pianeta a compiere un'orbita completa. Essa stabilisce che: *il rapporto tra il cubo del semiasse maggiore dell'orbita e il quadrato del periodo di rivoluzione è lo stesso per tutti i pianeti:*

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_s}\right)R^3$$

Massa inerziale e massa gravitazionale

Esistono due tipi di masse: la massa inerziale e la massa gravitazionale. La massa inerziale rappresenta il rapporto, costante per un determinato corpo, fra una qualsiasi forza che agisca su di esso e l'accelerazione ad esso impressa. La massa gravitazionale invece è quella che compare nella formula $F = -G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ e che viene utilizzata per esprimere la forza attrattiva che si produce fra due corpi.

Tramite prove sperimentali si è scoperto che esiste una proporzionalità fra le due masse e, più in particolare, grazie ad Einstein si è scoperto che sono equivalenti. Un corpo appeso a una molla produce, infatti, una forza peso P proporzionale alla massa gravitazionale del corpo secondo la legge $P = km_{\text{grav}}$. Se si lascia cadere lo stesso corpo dell'esperimento precedente esso produce la forza peso P , ora uguale al prodotto dell'accelerazione di gravità per la massa inerziale del corpo ($P = gm_{\text{inerz}}$). Essendo la forza peso uguale si possono eguagliare i membri delle espressioni: $km_{\text{grav}} = gm_{\text{inerz}}$. Essendo sia k che g costanti che non dipendono dalla natura del corpo si può porre $k = g$ e quindi si ha infine che la massa gravitazionale è uguale alla massa inerziale.