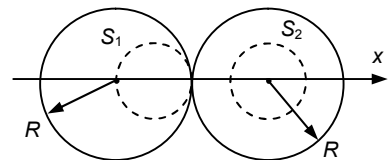




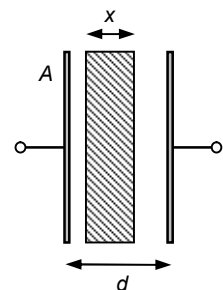
POLITECNICO DI MILANO – Facoltà di Ingegneria Industriale
Fondamenti di Fisica Sperimentale, a.a. 2010-11
II^a prova in itinere (Elettricità + Magnetismo), 28 giugno 2011

Giustificare le risposte e scrivere in modo chiaro e leggibile. Sostituire i valori numerici solo alla fine, dopo aver ricavato le espressioni letterali. Scrivere in stampatello nome, cognome, matricola e firmare ogni foglio.

- Due sfere di raggio R sono a contatto; in ciascuna è distribuita uniformemente nel volume una carica q . Calcolare:
 - il campo elettrico nei punti del segmento congiungente i centri delle due sfere;
 - il flusso del campo elettrico attraverso le due superfici sferiche S_1 ed S_2 aventi raggio $R/2$, tratteggiate in figura;
 - la differenza di potenziale tra i centri delle due sfere.



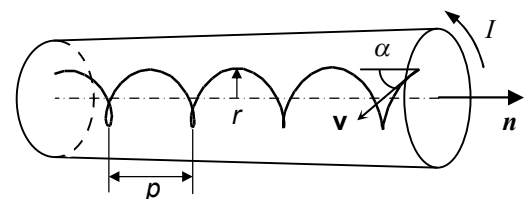
- Un condensatore a facce piane e parallele ha le armature di area $A = 20 \text{ cm}^2$, distanti $d = 12 \text{ mm}$, e si trova in aria. Ad esso è applicato un generatore che fornisce una F.E.M. pari a $V_0 = 6 \text{ V}$. Calcolare:
 - il campo elettrico presente tra le armature;
 - l'energia accumulata nel condensatore.
 In seguito il generatore viene scollegato, e al suo interno viene inserito una lastra di materiale isolante di costante dielettrica relativa $\epsilon_r = 4$, avente stessa area delle armature e spessore $x = 5 \text{ mm}$. Calcolare:
 - la capacità finale del sistema;
 - il lavoro che è necessario compiere dall'esterno per inserire il dielettrico nel condensatore.



Dati: Costante dielettrica assoluta del vuoto $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$

- Un cavo di alluminio ($\rho = 28.4 \times 10^{-9} \Omega\text{m}$) di diametro $d = 20 \text{ cm}$ trasporta una corrente $I = 4000 \text{ A}$ ad un potenziale $V_0 = 400 \text{ kV}$ (potenziale di ingresso dell'elettrodotto rispetto alla terra).
 - Calcolare la potenza P introdotta all'ingresso dell'elettrodotto dalla centrale elettrica (generatore);
 - calcolare la lunghezza L dell'elettrodotto affinché la differenza di potenziale ΔV tra i suoi capi sia l'1% del valore di V_0 ;
 - Calcolare la potenza P_{diss} dissipata per effetto Joule lungo l'intero tratto di conduttore in tali condizioni e quella P_{util} trasferita alla fine dell'elettrodotto.
 - Nel caso la medesima potenza P fosse introdotta nella linea utilizzando una tensione in ingresso $V_0' = 40 \text{ kV}$ ed una corrente I' corrispondentemente più elevata, calcolare I' e la lunghezza L' dell'elettrodotto affinché la potenza dissipata P'_{diss} sia pari all'1% di P . Dire inoltre quanto vale la differenza di potenziale $\Delta V'$ tra i suoi capi in questo caso.

- Una particella di massa m e carica q è posta all'interno in un solenoide molto lungo con velocità iniziale v ad un angolo α rispetto all'asse del solenoide. Il solenoide ha una densità di spire per unità di lunghezza pari a n . In ogni spira circola una corrente di intensità pari a I . La traiettoria della particella all'interno del solenoide è un'elica avente raggio r e passo p , come indicato in figura. Calcolare (noti m, q, α, n, I e la permeabilità magnetica del vuoto μ_0):



- il valore di \mathbf{B} (in modulo, direzione, verso);
- il raggio r dell'elica;
- il passo p dell'elica.

1.

a) Campo elettrico singola sfera: teorema di Gauss

$$0 \leq r \leq R \quad E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{\frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3}{\epsilon_0} = \frac{\frac{q}{R^3} r^3}{\epsilon_0} \quad E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{R^3}$$

$$x \geq R \quad E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$$

Campo complessivo delle due sfere (origine asse x al centro della sfera di sinistra): sovrapposizione degli effetti

$$0 \leq x \leq R \quad E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{x}{R^3} - \frac{1}{(2R-x)^2} \right)$$

$$R \leq x \leq 2R \quad E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{2R-x}{R^3} \right)$$

b) Flusso attraverso le due superfici: teorema di Gauss

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{\frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cdot \frac{4}{3}\pi \left(\frac{R}{2}\right)^3}{\epsilon_0} = \frac{q}{8\epsilon_0}$$

c) Differenza di potenziale

$$\Delta V = 0 \quad \text{per simmetria}$$

2.

Campo elettrico

$$E = \frac{V_0}{d} = 500 \text{ N/C}$$

Capacità del condensatore

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{D} = 1.48 \text{ pF}$$

Carica sulle armature

$$Q = C_0 V_0 = 8.88 \text{ pC}$$

Energia accumulata

$$U_0 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2 = 26.6 \text{ pJ}$$

Capacità con dielettrico

$$C_1 = \frac{1}{\frac{1}{C_v} + \frac{1}{C_d}} = \frac{1}{\frac{d-x}{\epsilon_0 A} + \frac{x}{\epsilon_0 \epsilon_r A}} = 2.15 \text{ pF}$$

Energia accumulata

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C_1} = 18.3 \text{ pJ}$$

Lavoro esterno

$$W_{\text{ext}} = \Delta U = U_1 - U_0 = -8.3 \text{ pJ}$$

3.

a) La potenza introdotta all'inizio dell'elettrodotto dal generatore è:

$$P = V_0 I = 1600 \text{ MW}$$

b) La differenza di potenziale ΔV ai capi del conduttore attraversato dalla corrente elettrica di intensità I è data dalla legge di Ohm:

$$\Delta V = R I = \rho \frac{L}{\frac{\pi d^2}{4}} I.$$

Da questa relazione si ricava che, affinché la caduta di tensione sia pari all'1% di V con $I = 4000 \text{ A}$ deve essere $L = 1110 \text{ km}$.

c) La potenza P_{diss} dissipata da un tratto di elettrodotto di lunghezza pari a L è data dalla seguente relazione:

$$P_{diss} = I \Delta V = 16 \text{ MW}$$

Quella trasferita alla fine dell'elettrodotto è dunque:

$$P_{util} = P - P_{diss} = 1584 \text{ MW}$$

d) Per trasferire la stessa potenza riducendo l'alta tensione della linea di un fattore 10 è necessario aumentare dello stesso fattore l'intensità della corrente nel cavo:

$$I' = 1600 \text{ MW} / 40 \text{ KV} = 4 \times 10^4 \text{ A}$$

La potenza dissipata è:

$$P'_{diss} = R (I')^2 = \rho \frac{L'}{\frac{\pi d^2}{4}} (I')^2$$

La lunghezza dell'elettrodotto affinché sia l'1% della potenza immessa risulta dalla relazione scritta sopra pari a:

$$L = 11.1 \text{ km}$$

Osservazione: la diminuzione del potenziale di ingresso di un fattore 10 ha comportato una diminuzione della lunghezza dell'elettrodotto di un fattore 10^2 .

La caduta di potenziale lungo l'elettrodotto è:

$$\Delta V' = P'_{diss} / I' = 400 \text{ V} = 1\% V'$$

4.

d) Il campo magnetico \mathbf{B} ha modulo $B = \mu_0 n I$, è diretto lungo l'asse del solenoide ed è equiverso a \mathbf{n} .

e) Il raggio r dell'elica è:

$$r = m v \sin\alpha / (q B)$$

f) Il passo p dell'elica è il tratto percorso in direzione longitudinale nel periodo T necessario a compiere un giro nel percorso elicoidale.

Il periodo T di avvitaimento è:

$$T = 2\pi r / (v \sin\alpha) = 2\pi m / (q B)$$

Il passo p , percorso con componente longitudinale della velocità $v \cos\alpha$ costante, risulta dunque:

$$p = v \cos\alpha T = 2\pi m v \cos\alpha / (q B)$$