



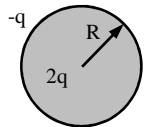
Politecnico di Milano
Fondamenti di Fisica Sperimentale
a.a. 2011-2012 - Facoltà di Ingegneria Industriale - Ind. Aero-Energ-Mecc

II prova in itinere - 26/06/2012

Giustificare le risposte e scrivere in modo chiaro e leggibile. Sostituire i valori numerici solo alla fine, dopo aver ricavato le espressioni letterali. Scrivere in stampatello nome, cognome, matricola e firmare ogni foglio.

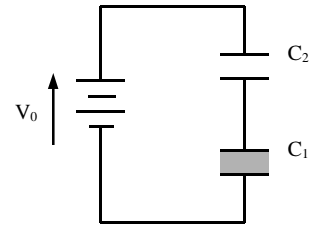
1.

- Si ricavi il teorema di Gauss (limitatamente ad una superficie sferica di integrazione) e lo si commenti adeguatamente.
- Una sfera di raggio R ha una carica positiva $2q$ distribuita al suo interno con densità omogenea; una carica $-q$ viene poi distribuita sulla sola superficie esterna della sfera. Calcolare il campo elettrico e il potenziale creati da tale distribuzione di carica in tutto lo spazio.
- Rappresentare il grafico del campo elettrico e del potenziale calcolati al punto b).



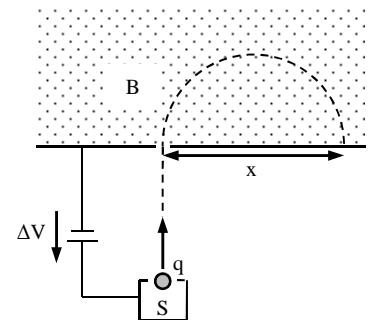
2. Un generatore è connesso a due condensatori aventi capacità $C_1 = 2500$ pF e $C_2 = 1500$ pF, collegati in serie, e mantiene una differenza di potenziale $V_0 = 400$ V costante. La lastra di dielettrico di costante dielettrica relativa $\epsilon_r = 5$, che riempiva completamente lo spazio tra le armature del condensatore C_1 , viene estratta. Calcolare:

- nella configurazione iniziale in cui la lastra di dielettrico è ancora all'interno del condensatore C_1 : la capacità equivalente C dell'insieme dei condensatori C_1 e C_2 , l'energia U spesa dal generatore per caricare l'insieme dei due condensatori, la carica totale Q trasferita dal generatore.
- le variazioni delle quantità al punto a) tra la configurazione finale, ottenuta rimuovendo la lastra, e la configurazione iniziale;



3. Un protone ($q = 1.60 \cdot 10^{-19}$ C; $m = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg) è emesso da una sorgente S alla velocità $v_0 = 20$ km/s, e poi accelerato da una differenza di potenziale $\Delta V = 8$ V verso una regione nella quale è presente un campo magnetico uniforme $B = 0.2$ T ortogonale alla velocità della particella. Entrata nella regione, la particella prosegue il suo moto colpendo lo schermo in un punto ad una distanza x dal foro di entrata nella regione. Calcolare

- la velocità v_1 della particella quando entra nella regione col campo magnetico;
- il tempo Δt di percorrenza da tale istante sino a quando colpisce lo schermo;
- la distanza x alla quale la particella colpisce poi lo schermo.



4. Una mole di gas perfetto monoatomico di volume iniziale V_0 compie un ciclo reversibile costituito da tre trasformazioni: una espansione adiabatica dallo stato 1 allo stato 2, una isoterma da 2 a 3 ed una isocora da 3 ad 1.

- Si dia la definizione di rendimento,
- Si dia una rappresentazione grafica del ciclo,
- Si trovi l'espressione analitica del rendimento del ciclo in funzione delle temperature T_1 e T_2 e dei volumi V_1 , V_2 .
- Si calcoli il valore numerico del rendimento sapendo che a seguito della trasformazione adiabatica la temperatura si dimezza.

Soluzioni

1.

b) Campo elettrico

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E 4\pi r^2 = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{in}}{r^2}$$

$$r \geq R : \quad q_{in} = 2q - q = q \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{in}}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$r \leq R : \quad q_{in} = \rho V = \frac{2q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{2q}{R^3} r^3 \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{in}}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q r^3 / R^3}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{R^3} r$$

Potenziale

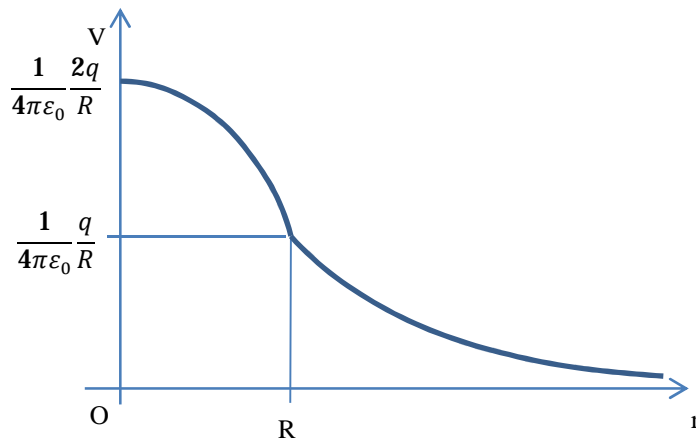
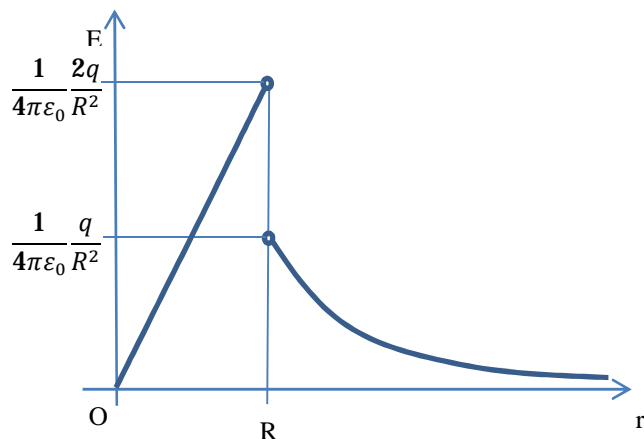
$$E_r = -\frac{dV}{dr} \quad \Delta V = \int dV = -\int E_r dr$$

$$r \geq R : \quad \int_0^V dV = -\int_{\infty}^r E_r dr \quad V = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \int_{\infty}^r \frac{1}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad V(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R}$$

$$r \leq R : \quad \int_{V(R)}^V dV = -\int_R^r E_r dr$$

$$V = V(R) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{R^3} \int_R^r r dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{R^3} \left(\frac{r^2}{2} - \frac{R^2}{2} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R} \left(2 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

c) Grafici



2.

a) Situazione pre-estrazione

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 938 \text{ pF}$$

$$Q = CV_0 = 375 \text{ nC}$$

$$U = \frac{1}{2} CV_0^2 = 75 \text{ } \mu\text{J}$$

b) Situazione post-estrazione

$$C' = \frac{\frac{C_1}{\epsilon_r} C_2}{\frac{C_1}{\epsilon_r} + C_2} = 375 \text{ pF}$$

$$Q' = C'V_0 = 150 \text{ nC}$$

$$U' = \frac{1}{2} C' V_0^2 = 30 \text{ } \mu\text{J}$$

Variazioni

$$\Delta C = C' - C = -563 \text{ pF}$$

$$\Delta Q = Q' - Q = -225 \text{ nC}$$

$$\Delta U' = U' - U = -45 \text{ } \mu\text{J}$$

3.

a) Velocità:

Dall'energia cinetica:

$$U_0 + K_0 = K_1$$

$$q\Delta V + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m} + v_0^2} = 44 \text{ km/s}$$

b) Distanza:

Raggio della circonferenza percorsa

$$qv_1B = m\frac{v_1^2}{R}$$

$$R = \frac{mv_1}{qB} = 2.3 \text{ mm}$$

$$x = 2R = 4.6 \text{ mm}$$

c) Tempo di percorrenza

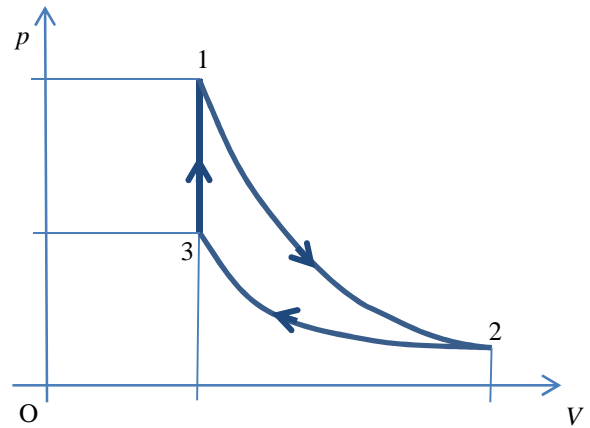
$$\Delta t = s / v_1 = \pi R / v_1 = 0.16 \text{ } \mu\text{s}$$

4.

a)

$$\eta \equiv L_{tot} / Q_{ass}$$

b)



Adiabatica 1 → 2: $Q = 0, \quad L = -\Delta U > 0 \quad \Delta U = n c_V (T_2 - T_1) < 0$

Isoterma 2 → 3: $Q = L = n R T_2 \ln(V_3 / V_2) < 0 \quad \Delta U = 0$

Isocora 3 → 1: $Q = \Delta U > 0 \quad L = 0 \quad \Delta U = n c_V (T_1 - T_3) > 0$

c)

$$L_{tot} = L_{1 \rightarrow 2} + L_{2 \rightarrow 3} = -n c_V (T_2 - T_1) + n R T_2 \ln(V_3 / V_2)$$

$$Q_{ass} = Q_{3 \rightarrow 1} = n c_V (T_1 - T_3)$$

$$T_2 = T_3; V_1 = V_3$$

$$\eta = 1 - \frac{R T_2 \ln(V_2 / V_1)}{c_V (T_1 - T_2)}$$

OSS.: $\eta < 1$

d)

$$T_2 = T_1 / 2$$

Dall'equazione dell'adiabatica reversibile $T V^{\gamma-1} = \text{cost}$, dove per un gas monoatomico $c_V = 3 R / 2$, $c_p = c_V + R = 5 R / 2$
 $\gamma = c_p / c_V = 5/3$:

$$V_2 / V_1 = (T_1 / T_2)^{1/(\gamma-1)} = (2)^{3/2} = 2.82$$

(da cui anche $p_1 / p_2 = (T_1 / T_2) (V_1 / V_2) = 2 \times 2.82 = 5.6$)

Da cui:

$$\eta = 1 + \frac{R T_2 \ln(V_1 / V_2)}{c_V (T_1 - T_2)} = 1 - \frac{2 \times 1.04}{3} \cong 0.31$$