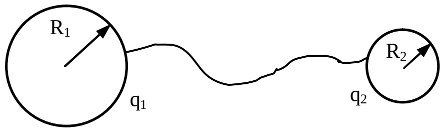
Politecnico di Milano
Fondamenti di Fisica Sperimentale
a.a. 2007-2008 - Facoltà di Ingegneria Industriale - Ind. Energetica-Meccanica

II prova in itinere - 25/06/2008

Giustificare le risposte e scrivere in modo chiaro e leggibile. Sostituire i valori numerici solo alla fine, dopo aver ricavato le espressioni letterali. Scrivere in stampatello nome, cognome, matricola e firmare ogni foglio.



1. Si considerino due conduttori sferici, rispettivamente di raggio R_1 = 45 cm ed R_2 = 10 cm, posti a grande distanza l'uno dall'altro. Inizialmente sul primo conduttore è presente una carica $q_1 = 10^{-8}$ C, mentre sul secondo è presente una carica $q_2 = -5\times10^{-8}$ C.

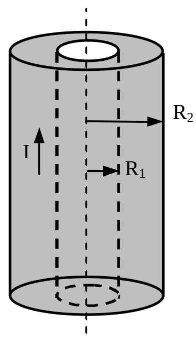
a. Si determinino i potenziali V_1 e V_2 alla superficie dei due conduttori sferici (ponendo a zero il potenziale all'infinito).

b. Si determinino le loro capacità C_1 e C_2 e le loro energie elettrostatiche U_1 e U_2 e l'energia elettrostatica totale del sistema U..

c. In un secondo momento, i due conduttori vengono collegati da un filo conduttore di capacità trascurabile; in seguito a tale collegamento si ottiene un passaggio di carica tra i conduttori. Si determinino le cariche q_1' e q_2' presenti sui due conduttori a seguito del collegamento, il potenziale delle loro superfici V e l'energia elettrostatica finale del sistema U'.

[$\varepsilon_0 = 8.85\cdot10^{-12}$ F/m]

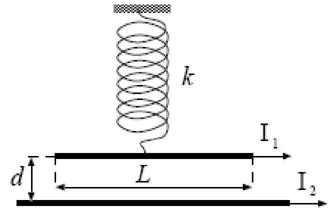
2. a. Enunciare e dimostrare (per il solo caso sferico) il teorema di Gauss;
b. utilizzarlo per ricavare il campo elettrico (MODULO, DIREZIONE e VERSO) generato in ogni punto dello spazio da un piano infinito con densità superficiale di carica σ uniforme. motivando i passaggi utilizzati nella risoluzione.



3. Un conduttore ha la forma di un cilindro cavo di raggio interno R_1 = 1 cm, raggio esterno R_2 = 5R e lunghezza indefinita. Il conduttore è percorso da una intensità di corrente complessiva I = 1.00 A. Si determinino:

a. il modulo della densità di corrente ***j*** presente lungo la sezione del conduttore;

b. l'andamento (in forma simbolica) del campo magnetico in tutti i punti dello spazio (compreso l'interno del conduttore).



4. Si considerino due fili rettilinei conduttori, disposti parallelamente in un piano orizzontale come in figura; nel primo filo di lunghezza L = 50 cm scorre una corrente I_1 = 2 A, mentre nel secondo filo (di lunghezza infinita) scorre una corrente I_2 = 3 A. Il primo filo è connesso ad una molla di costante elastica k = 0.03 N/m. Le correnti sono equiverse; in condizioni di riposo della molla, la distanza tra i fili è pari a d = 1 cm.

a. Determinare la distanza x tra i due fili alla quale la forza di interazione magnetica è compensata dalla forza elastica della molla (distanza di equilibrio);

b. la distanza x' alla quale si ha equilibrio se la corrente I_1 viene fatta scorrere in verso opposto a I_2;

c. Indicare la direzione delle forze esercitate nel caso "b" dalla molla e da ciascuno dei due fili sull'altro in un disegno.

Si noti che ciascuno dei punti a e b ammette due soluzioni.

[$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ N/A^2]

1.

a) $V_1 = q_1 / (4\, \pi\, \varepsilon_0\, R_1) = 200$ V; $\quad V_2 = q_2 / (4\, \pi\, \varepsilon_0\, R_2) = -\,4500$ V;

b) $C_1 = 4\, \pi\, \varepsilon_0\, R_1 = 50$ pF; $\quad U_1 = q_1^2 / (2\, C_1) = 1.00$ µJ;

$C_2 = 4\, \pi\, \varepsilon_0\, R_2 = 11.1$ pF; $\quad U_2 = q_2^2 / (2\, C_2) = 112$ µJ

$U = U_1 + U_2 = 113$ µJ

c) Studio la nuova configurazione

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1'}{R_1} \qquad V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2'}{R_2} \qquad V_1 = V_2$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1'}{R_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2'}{R_2} \qquad \frac{q_1'}{R_1} = \frac{q_2'}{R_2}$$

$q_1' + q_2' = q_1 + q_2 \qquad q_1' = (q_1 + q_2)\, R_1 / (R_1 + R_2) = -\,32.7$ nC

$q_2' = (q_1 + q_2) - q^{1'} = -\,7.27$ nC

$V = q_1' / C_1 = q_2' / C_2 = -654$ V

$U_1 = q_1'^{\,2} / (2\, C_1) = 10.7$ µJ; $\quad U_2 = q_2'^{\,2} / (2\, C_2) = 2.38$ µJ; $\quad U' = U_1' + U_2' = 13.1$ µJ

2. a. Enunciato: $\Phi\left(\vec{E}\right) = \dfrac{q_{int}}{\varepsilon_0}$ (per la dimostrazione vedere il libro di testo)

b. Consideriamo un parallelepipedo con due pareti di area $S_{\parallel\, piano}$ parallele alla superficie del piano. Sia σ

$$\oint_{Superficie} \mathbf{E}\cdot\mathbf{n}\ dS = \oint_{Superficie \parallel piano} E\ dS = E \oint_{Superficie} dS = 2ES_{\parallel\, piano} = \frac{q_{int}}{e_0} = \frac{s\ \ S_{\parallel\, piano}}{e_0} \qquad E = \sigma / (2\, \varepsilon_0)$$

3. a. $j = I / (\pi\, (R_2^2 - R_1^2) = 133$ A/m^2

b. $r < R_1 \qquad B = 0$

$R_1 < r < R_2$
$$B = \frac{m_0 I}{2p\ r}\frac{p\,(r^2 - R_1^2)}{p\,(R_2^2 - R_1^2)} = \frac{m_0 I}{2p\ r}\frac{(r^2 - R_1^2)}{24R_1^2}$$

$r > R_2$
$$B = \frac{m_0 I}{2p\ r}$$

4. a. $B_2 = \mu_0\, I_2 / (2\, \pi\, x)$

$F_{ela} = F_{magn} \qquad F_{ela} = k(d - x) \qquad F_{magn} = I_1\, L\, B_2$

$k\,(d - x) = \mu_0\, I_1\, I_2\, L / (2\, \pi\, x) \qquad x^2 - d\, x - \mu_0\, I_1\, I_2\, L / (2\, \pi\, k) = 0 \qquad x_1 = 2.76$ mm, $x_2 = 7.24$ mm

b. $k\,(d - x) = -\,\mu_0\, I_1\, I_2\, L / (2\, \pi\, x) \qquad x^2 - d\, x - \mu_0\, I_1\, I_2\, L / (2\, \pi\, k) = 0 \qquad x_1 = -1.71$ mm, $x_1 = -1.17$ cm c.