



## POLITECNICO DI MILANO – IV FACOLTÀ

Ingegneria Aerospaziale

II Verifica di Fisica Sperimentale A+B 08/07/2005

*Giustificare le risposte e scrivere in modo chiaro e leggibile. Sostituire i valori numerici solo alla fine, dopo aver ricavato le espressioni letterali. Indicare nome e cognome (in stampatello) e matricola su ogni foglio.*

- Un condensatore a facce piane e parallele è caricato ad una differenza di potenziale  $V$ . Successivamente il condensatore viene staccato dal generatore e riempito con un dielettrico di costante dielettrica relativa  $\epsilon_r$ , di spessore pari alla distanza  $d$  fra le armature e di volume pari a metà del volume del condensatore. In conseguenza dell'introduzione del dielettrico, la differenza di potenziale fra le armature risulta un quarto del valore iniziale.
  - Specificare se la capacità aumenta o diminuisce rispetto a quella del condensatore vuoto e determinare il fattore di variazione.
  - Esprimere la capacità del condensatore con il dielettrico inserito in funzione di  $\epsilon_0$ ,  $\epsilon_r$  e delle caratteristiche geometriche.
  - Determinare il valore numerico della costante dielettrica relativa.
- Una distribuzione di carica di volume statica è contenuta all'interno di una sfera non conduttrice di raggio dato. E' noto il flusso  $\Phi$  del campo elettrico generato dalla distribuzione di carica e uscente dalla sfera. Si dica, giustificando le risposte, quali delle seguenti grandezze è possibile dedurre dalla conoscenza del flusso:
  - la carica elettrica totale  $Q$  contenuta all'interno della sfera;
  - la distribuzione di carica elettrica  $\rho$  all'interno della sfera;
  - il campo elettrico  $E$  esistente sulla superficie della sfera.
- Un cavo di alluminio ( $\rho = 28.4 \times 10^{-9} \Omega\text{m}$ ) di diametro  $d = 10$  cm trasporta corrente ad un potenziale  $V = 400$  kV (potenziale di ingresso dell'elettrodotto).
  - Calcolare la lunghezza  $L$  dell'elettrodotto affinché la differenza di potenziale  $\Delta V$  tra i suoi capi sia l'1% del valore di  $V$ , quando il cavo è percorso da una corrente di intensità  $I = 3000$  A;
  - Calcolare la potenza  $P_d$  dissipata per effetto Joule lungo l'intero tratto di conduttore in tali condizioni.
  - Calcolare la potenza dissipata sulla stessa linea elettrica quando la medesima potenza  $P$  introdotta nella linea ( $P = VI$ ) fosse realizzata con una tensione di 40 kV ed una corrente corrispondentemente più elevata.
- Con riferimento all'esperimento della bilancia delle correnti, un conduttore di lunghezza  $L = 5$  cm e percorso da una corrente  $i = 2$  A è inserito nel traferro di un magnete permanente in direzione ortogonale a quella del campo magnetico  $B$  generato dal magnete. La differenza  $\Delta m$  fra le 'masse di equilibrio' del magnete in presenza ( $m_2$ ) ed in assenza ( $m_1$ ) di corrente nel conduttore è positiva.
  - Dare l'espressione della forza d'interazione fra il magnete e il conduttore e specificare se in questo caso è attrattiva o repulsiva.
  - Determinare il valore del modulo di  $B$  se  $m_2 - m_1 = 0.4$  g.
  - Determinare l'espressione della "massa di equilibrio"  $m_3$  del magnete se la corrente nel conduttore viene invertita.

### Esercizio 1

- a) La carica su ciascun'armatura del condensatore si conserva se il condensatore viene isolato dal generatore. Siano  $C$  e  $C'$ ,  $V$  e  $V'$ ,  $Q$  e  $Q'$  la capacità, la differenza di potenziale elettrico e la carica del condensatore prima e dopo l'inserimento del dielettrico, rispettivamente. Valgono le seguenti relazioni:

$$Q = Q' \quad (\text{conservazione della carica elettrica}),$$

$$V = 4V' \quad (\text{dato del problema}),$$

$$C = Q/V = Q'/(4V') = C'/4 \quad (\text{definizione di capacità di un condensatore}).$$

La capacità è quindi aumentata di un fattore 4 dopo l'inserimento del dielettrico.

- b) Sia  $S$  la superficie delle armature del condensatore. Tale condensatore parzialmente riempito di dielettrico si può approssimare (trascurando effetti di bordo) come parallelo fra due condensatori ciascuno con armature di area  $S/2$ , il primo, di capacità  $C_1$ , totalmente riempito di dielettrico, il secondo, di capacità  $C_2$ , totalmente privo. La capacità finale  $C'$  è quindi data da:

$$C_1 = \frac{S\epsilon_0\epsilon_r}{2d},$$

$$C_2 = \frac{S\epsilon_0}{2d},$$

$$C' = C_1 + C_2 = \frac{S\epsilon_0(\epsilon_r + 1)}{2d}.$$

- c) Dalle seguenti relazioni

$$C = \frac{S\epsilon_0}{d},$$

$$C' = \frac{S\epsilon_0(\epsilon_r + 1)}{2d},$$

$$C = C'/4,$$

si ricava che il valore della costante dielettrica relativa dell'isolante è pari a  $\epsilon_r = 7$ .

## Esercizio 2

- a) La carica elettrica totale  $Q$  contenuta all'interno della sfera si può ricavare applicando il teorema di Gauss:

$$Q = \epsilon_0 \Phi \quad (\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12} \text{ F/m}).$$

- b) La densità di carica all'interno della sfera potrebbe essere non uniforme. Si ricordi che la sfera è isolante. Senza informazioni su com'è distribuita la carica all'interno della sfera non è quindi possibile risalire al valore di  $\rho$ .
- c) Se la distribuzione di carica non avesse simmetria sferica,  $\mathbf{E}$  non sarebbe radiale né dipenderebbe soltanto dalla distanza dal centro della sfera. In generale non è quindi possibile risalire al valore di  $\mathbf{E}$  conoscendone soltanto il flusso. Se la densità di carica  $\rho$  avesse simmetria sferica,  $\mathbf{E}$  sarebbe radiale. Sarebbe poi possibile determinarne modulo, direzione e verso non solo alla superficie della sfera, ma anche in ogni punto dello spazio esterno alla sfera stessa. Tale campo, in virtù del teorema di Gauss, sarebbe uguale a quello che si avrebbe se tutta la carica  $Q$  fosse concentrata nel centro della sfera.

### Esercizio 3

- a) La differenza di potenziale  $\Delta V$  ai capi del conduttore attraversato dalla corrente elettrica di intensità  $I$  è data dalla legge di Ohm:

$$\Delta V = RI = \rho \frac{L}{\pi d^2} I.$$

Da questa relazione si ricava che, affinché la caduta di tensione sia inferiore all'1% di  $V$  con  $I = 3000$  A deve essere  $L \leq 369$  km.

- b) La potenza  $P_d$  dissipata da un tratto di elettrodotto di lunghezza pari a  $L$  è data dalla seguente relazione:

$$P_d = I\Delta V = 12 \text{ MW}.$$

- c) Per trasferire la stessa potenza riducendo l'alta tensione della linea di un fattore 10 è necessario aumentare dello stesso fattore l'intensità della corrente nel cavo. A parità di lunghezza della tratta, la resistenza  $R$  del conduttore è fissata. La potenza dissipata può essere scritta nel modo seguente:

$$P_d = RI^2.$$

Da questa equazione si ricava che, se la corrente aumenta di un fattore 10, allora la potenza dissipata aumenta di un fattore 100, e diventa quindi pari a 1.2 GW, cioè la potenza totale immessa nell'elettrodotto. Ciò corrisponde ad una tensione nulla alla polo di uscita dell'elettrodotto e mostra che, in generale, il trasporto di energia elettrica tramite linee ad alta tensione permette di dissipare minore energia.

#### Esercizio 4

- a) Dal momento che il conduttore è perpendicolare alle linee del campo magnetico, l'espressione della forza di Lorentz che agisce fra il magnete e il conduttore è la seguente:

$$F = g(m_2 - m_1) = iBL.$$

Il valore di  $m_2 - m_1$  è positivo, quindi la forza magnetica che agisce sulla calamita è diretta verso il basso, e quindi la calamita è respinta dal conduttore.

- b) Dall'espressione riportata al punto a) si ottiene il valore di  $B$  nel caso in cui  $m_2 - m_1 = 0.4$  g:

$$B = 39 \text{ mT}.$$

- c) Se la corrente viene invertita, la nuova "massa di equilibrio"  $m_3$  si ricava dalla seguente formula, ricavata dall'espressione della forza di Lorentz:

$$g(m_3 - m_1) = -iBL.$$

Confrontando questa espressione con quella di cui al punto a) si ricava il valore di  $m_3$ :

$$m_3 = 2m_1 - m_2.$$