Capitolo 2. Thevenin e Norton in regime stazionario

Esercizio 2.1

Sia data la rete di figura 2.1 si determini il cirucito equivalente di Thevenin rispetto ai morsetti AB e quello rispetto ai morsetti BC
Sono noti:
R1 = 5 Ω, R2 = 10 Ω, R3 = 20 Ω, R4 = 30 Ω, V1 = 10 V.

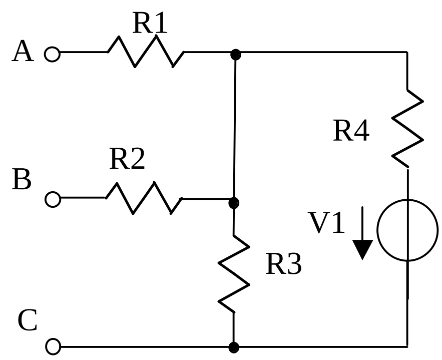

Figura 2.1

Soluzione

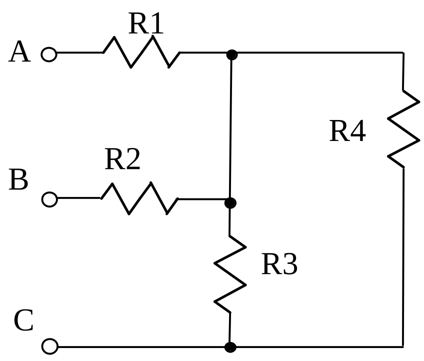

Figura 2.2

Thevenin AB

1. Calcolo della tensione a vuoto tra AB.

Poichè sia R1 che R2 non sono percorse da corrente la tensione VAB = 0

2. Calcolo della resistenza evivalente.

Spegnendo i generatori si ottiene la rete di figura 2.2. La serie R3 e R4 è in parallelo ad un corto circuito e quindi la resistenza vista da AB è la serie R1 + R2 = 15 Ω

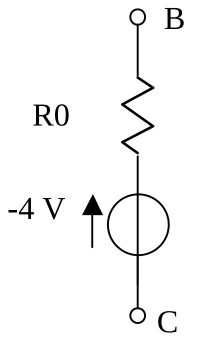

Figura 2.3

Thevenin BC
1. Calcolo della tensione a vuoto tra BC.
Poichè R2 non è percorsa da corrente la tensione tra BC coincide con quella sulla resistenza R3 che si può trovare con la formula del partitore tra R3 e R4 cambiata di segno (perchè V1 è diretto verso C).
$VBC = - V1 \cdot R3/(R3+R4) = -4$ V.
2. Calcolo della resistenza evivalente
La resistenza R1 essendo a sbalzo non interviene nel calcolo. La resistenza vista dai morsetti BC è la serie di R2 con il parallelo tra R3 e R4.
$R0 = R2 + R3 \cdot R4/(R3+R4) = 22\ \Omega$.
Il bipolo equivalente è rappresentato in figura 2.3

Esercizio 2.2

Sia data sempre la rete di figura 2.1 si determini il cirucito equivalente di Norton rispetto ai morsetti BC.
Sono noti:
R1 = 5 Ω, R2 = 10 Ω,
R3 = 20 Ω, R4 = 30 Ω,
V1 = 10 V.

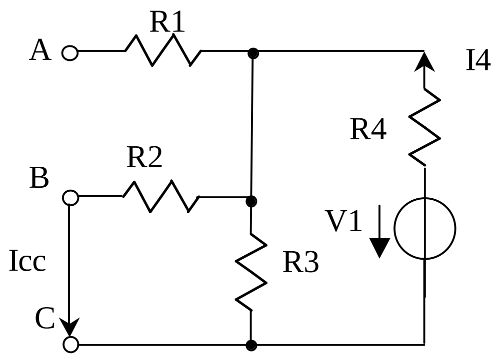

Figura 2.4

Soluzione
1. Calcolo della corrente di corto circuito tra BC.
La corrente Icc è quella che circola in R2. La Icc può essere calcolata con la formula del partitore nota la I4.

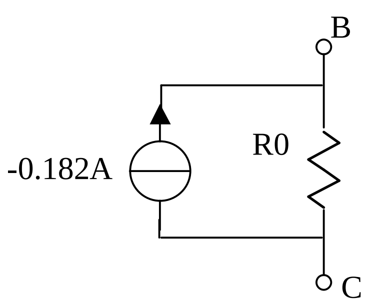

Figura 2.5

$R23 = R2 \cdot R3/(R2+R3) = 6.67\ \Omega$
$I4 = -V1/(R4+R23) = -0.273$ A
$Icc = I4 \cdot R3/(R2+R3) = -0.182$ A
2. Calcolo della resistenza evivalente
La resistenza R1 essendo a sbalzo non interviene nel calcolo. La resistenza vista dai morsetti BC è la serie di R2 con il parallelo tra R3 e R4.

$R0 = R2 + R3 \cdot R4/(R3+R4) = 22\ \Omega$.
Il bipolo equivalente è rappresentato in figura 2.5

Esercizio 2.3

Dato il circuito in figura 2.6, sono noti:
R1 = 40 Ω,
R2 = 60 Ω,
R3 = 12 Ω
R4 = 80 Ω,
R5 = 70 Ω
V1 = 120 V,
I4 = 50 A,
I5 = 40 A.

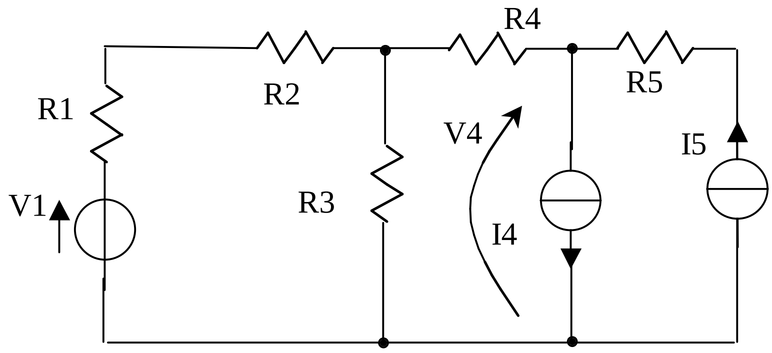

Figura 2.6

Determinare la potenza elettrica generata dalla sorgente di corrente I4

Soluzione

La potenza elettrica generata da I4 può essere calcolata in due modi: come il prodotto della tensione V4 per I4 o come bilancio delle potenze: potenze generate da V1 e da I5 meno le potenze dissipate nei resistori. Conviene il primo approccio.
Si operano, inizialmente, tutte le semplificazioni possibili al di fuori di I4. Il circuito di destra è costituito dalla serie di un generatore di corrente con un resistore. E' equivalente ad un generatore di corrente pari a I5 (basta applicare Norton e notare che la Geq è nulla, mentre la corrente di corto circuito e' proprio I5). Si nota anche che la tensione V4 risulta anche la tensione sul parallelo dei due generatori di corrente I4 e I5, che equivalgono ad un generatore di corrente equivalente I45=I4-I5 (verso il basso). La parte del circuito di sinistra e' equivalente ad un bipolo serie. Per la legge di Thevenin la resistenza equivalente R1234 è ottenuta dalla serie di R4 con il parallelo tra R3 e la serie di R1 con R2: R1234=90.71 W. La tensione del generatore equivalente è pari alla tensione a vuoto ai morsetti di I45, che coincide con la tensione su R3, che, a sua volta, e' una quota parte della totale tensione V1. Applicando la formula del partitore di tensione si ha che $Veq = R3 \cdot V1/(R1+R2+R3) = 12.86$ V.
Si ottiene quindi $V4 = -Veq+Req \cdot I45 = 894.2$ V. La potenza generata da I4 vale quindi $P4 = I4 \cdot V4 = 45.6$ kW

Esercizio 2.4

Dato il circuito in figura 2.7, sono noti:
R1 = 10 Ω,
R2 = 5 Ω,
R3 = 3 Ω
R4 = 4 Ω,
V1 = 30 V,
I4 = 18 A, I3 = 6 A.
Determinare il valore della tensionemisurata Vx

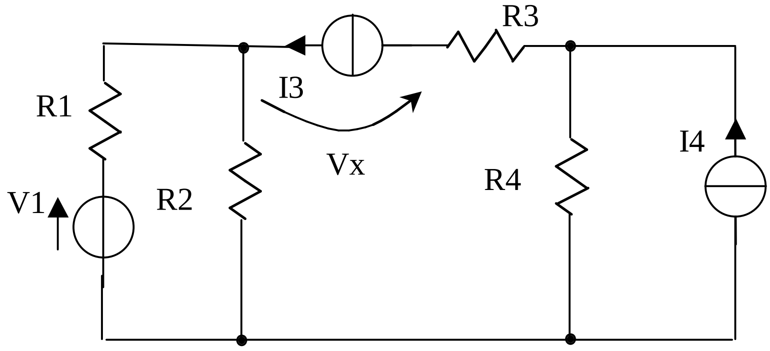

Figura 2.7

Soluzione

Per conoscere Vx basta semplificare il circuito intorno a I3. La parte sinistra equivale ad un bipolo serie con generatore di tensione Veq1 = V1·R2/(R1+R2)} = 10 V e resistenza equivalente Req1 = 1/(G1+G2) = 3.333 Ω. La parte di destra equivale ad un bipolo serie con generatore di tensione Veq2 = I4/G4 = 72 V e resistenza equivalente Req2 = R3+R4 = 7 Ω. Vx si ottiene, allora, con una legge all'unica maglia rimasta, sapendo che I3 percorre tutti i bipoli serie: Veq1+Req1·I3+Vx+Req2·I3-Veq2=0 da cui Vx = 0 V.

Esercizio 2.5

Dato il circuito in figura 2.7, sono noti:
R2 = 4 Ω, R3 = 3 Ω,
R4 = 2 Ω, R5 = 6 Ω,
V1 = 30 V.
Calcolare Rx affinchè Ix = 1A in valore assoluto

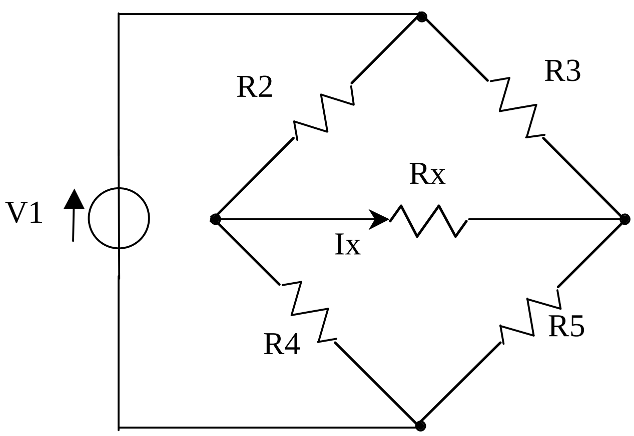

Figura 2.8

Soluzione

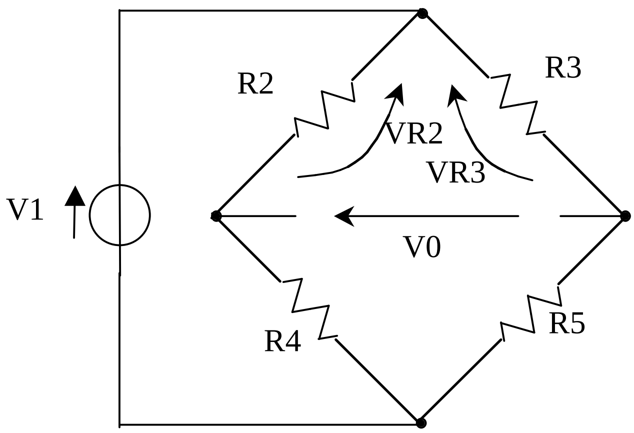

Figura 2.9

Conviene semplificare il circuito intorno a Rx utilizzando Thevenin o Norton. Il calcolo della resistenza equivalente "vista" dai morsetti di Rx può essere effettuato in due modi: o calcolando la resistenza equivalente vista dai morsetti di Rx dopo aver reso passiva la rete, o come rapporto tra la tensione del generatore equivalente (tensione a vuoto) del bipolo serie e la corrente del generatore equivalente del bipolo parallelo (corrente di corto circuito). La tensione a vuoto si trova appoggiandosi ad una delle due maglie, ad esempio quella costituita da R2, R3 ed il posto vuoto lasciato da Rx. Le tensioni su R2 e su R3 si trovano utilizzando la formula del partitore di tensione:
*VR2 = V1*R2/(R2+R4) = 20 V*
*VR3 = V1*R3/(R3+R5) = 10 V*
Vo (con il verso indicato) = VR3-VR2 = -10 V
La resistenza equivalente di ottiene come serie del parallelo tra R2 e R4 e il parallelo tra R3 e R5, e vale Req = (R2//R4)+(R3//R5)= 3.333

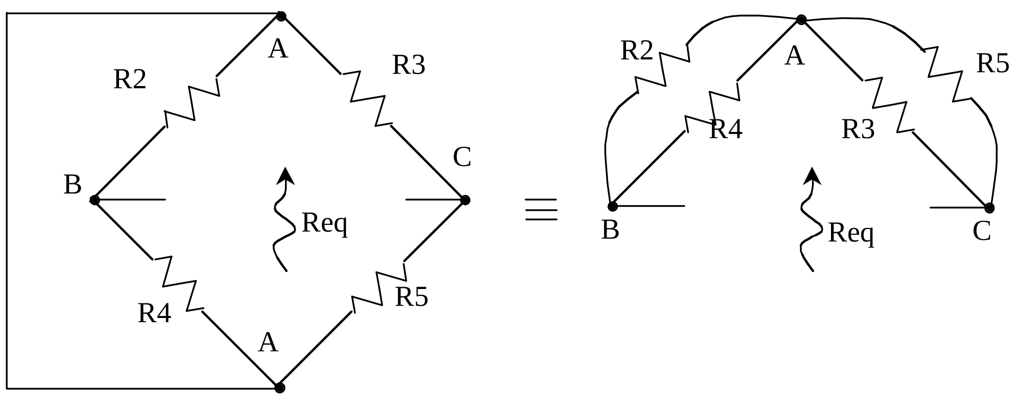

Figura 2.10

Ω (il simbolo // viene usato per indicare il calcolo necessario per individuare la resistenza equivalente del parallelo). Se non è chiaro il collegamento tra R2, R4 e R3, R5, si ridisegni la rete ricordando che un corto circuito porta i nodi allo stesso potenziale (Figura 2.10)
Considerando l'equivalente di tipo serie la corrente Ix (figura 2.11) si ottiene come Ix = Vo/(Req+Rx). Quindi Rx = Vo/Ix-Req = 6.667 Ω
L'altro metodo consiste nel calcolare la corrente di corto circuito. La corrente di corto circuito (verso destra) si ottiene con una legge ai nodi (ad esempio il nodo costituito da R2, R4 e il corto circuito). Le correnti in R2 e R4 si trovano come quota parte della totale corrente erogata dal generatore V1.

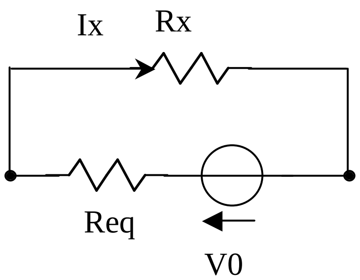

Figura 2.11

La resistenza totale vista da V1 è ora ottenuta dalla serie di due oggetti: il parallelo di R2 con R3 ed il parallelo tra R4 e R5. La nuova R2345 vale:
R2345 =R2//R3+R4//R5 = 3.214 Ω
Itot = V1/R2345 = 9.334 A
*IR2 = Itot*G2/(G2+G3) = 4 A*
*IR4 = Itot*G4/(G4+G5) = 7 A*
Icc (verso destra) = IR2-IR4 = -3 A
Quindi la resistenza equivalente vale Req = Vo/Icc = 3.333 Ω come nel caso precedente.

Esercizio 2.6

Sia dato il circuito rappresentato in figura 2.5, con i seguenti dati:
R1 = 5 Ω, R2 = 6 Ω, R3 = 3 Ω, R4 = 6 Ω,
V1 = 18 V, I1 = 12 A.R4 R1

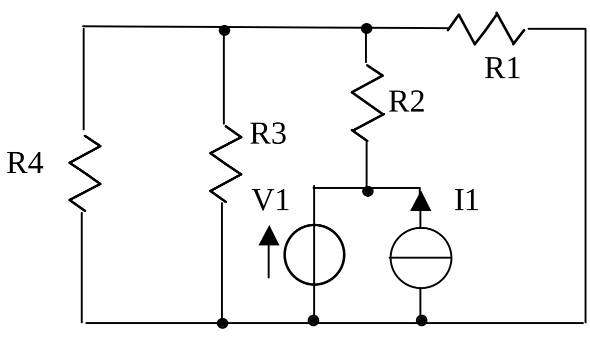

Figura 2.12

Soluzione
Occorre semplificare il circuito esterno ad R4.
A questo proposito si nota che il generatore di corrente I1 si trova in

parallelo al generatore di tensione V1. Agli effetti esterni equivalgono al solo generatore di tensione V1 (basta applicare Thevenin al parallelo di I1 e V1). Ora R4, R3, R1 ed il bipolo serie V1, R2 sono in parallelo. Trasformando il bipolo serie in un bipolo di tipo parallelo si ottengono quattro resistori (R1, R2, R3 e R4) in parallelo ad un generatore di corrente Ieq = V1/R2 = 3 A (figura 2.13).

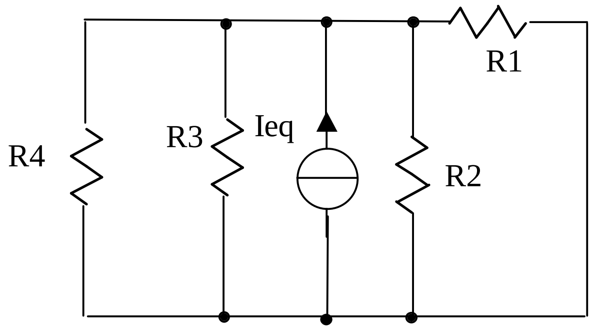

Figura 2.13

La potenza dissipata in R4 si conosce se si conosce la tensione o la corrente di R4. Ma la corrente in R4 è una quota parte della corrente Ieq: IR4 = Ieq·G4/(G1+G2+G3+G4) = 0.5769 A. Allora PR4 = R4·IR42 = 1.997 W

Esercizio 2.7

Il circuito in figura 2.14 presenta:
R1 = 5 Ω, R2 = 3 Ω,
R3 = 2 Ω, R4 = 6 Ω,
V1 = 18 V, V2 = 20V,
I1 = 12 A.
Determinare la corrente I11 e la potenza elettrica assorbita dalla sorgente di tensione

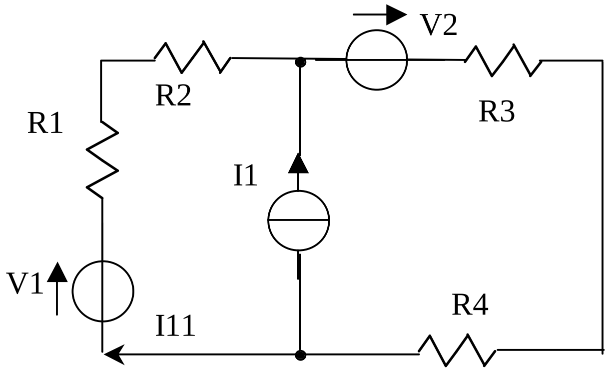

Figura 2.14

Soluzione

Nel circuito sono presenti tre bipoli in parallelo: il resistore R12 equivalente alla serie di R1 con R2, V1 con R34, equivalente alla serie di R3 e R4, V2 e I1. Trasformando tutti i componenti in bipoli di tipo parallelo si ottiene facilmente la tensione comune ai bipoli:
*V = (V1*G12-V2*G34+I1)/(G34+G12) = 47 V*

Tornando al circuito di fig. 2.14, è ora possibile calcolare la corrente I11:
I11 = (V1-V)/(R1+R2) = -3.625A.
La potenza assorbita dalla sorgente V1 è allora pari a P=-V1·I11 = 65.25W

Esercizio 2.8

Dato il circuito in figura 2.15 sono noti:
R1 = 4 Ω, R2 = 6 Ω, R3 = 2 Ω, R4 = 5 Ω
V1 = 18 V, V2 = 20 V.
Determinare la potenza dissipata dal resistore R4 e le potenze generate PV1 e PV2.

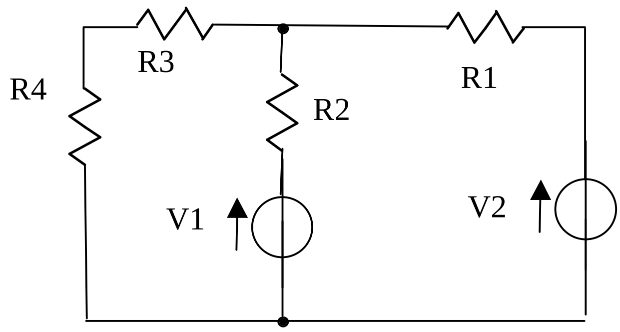

Figura 2.15

Soluzione
Nel circuito sono presenti tre bipoli in parallelo: il resistore R34 equivalente alla serie di R3 con R4, V1 con R2 e V2 con R1. Trasformando tutti i componenti in bipoli di tipo parallelo si ottiene facilmente la tensione comune ai bipoli:
V = (V1·G2+V2·G1)/(G34+G2+G1) = 14.31 V
Tornando al circuito di fig. 2.16, è ora possibile calcolare tutte le correnti:
IR4 = V/(R3+R4) = -0.5106 A;
IV1 = (V-V1)/R2 = -3.5957 A
IV2 = -IR4-IV1 = 4.106 A . Quindi
PR4 = R4· IR42 = 1.304 W;
PV1 = V1·(-IV1) = 64.72 W;
PV2 = V2·IV2 = 82.12 W

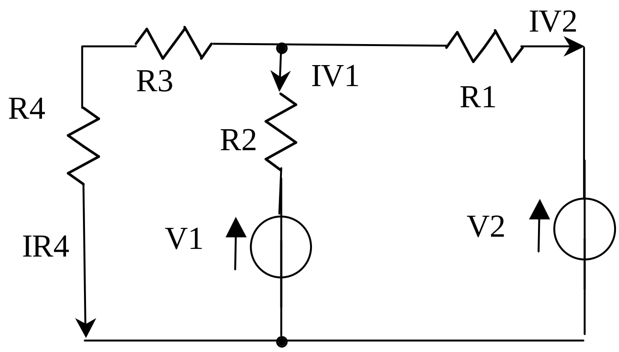

Figura 2.16

Esercizio 2.9

Dato il circuito in figura 2.17 sono noti:
R1 = 4 Ω, R2 = 15 Ω, R3 = 5 Ω, R4 = 10 Ω,

R5 = 25 **Ω**, R6 = 8 **Ω**, V1 = 25 V, I5 = 1 A
Determinare la potenza dissipata in R6

Soluzione

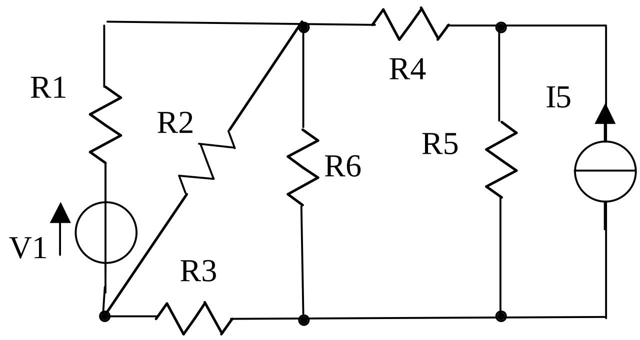

Figura 2.14

La potenza dissipata su R6 può essere calcolata come $P6 = R6 \cdot I6$ *oppure come* $P6 = G6 \cdot V6$*.*
Conviene semplificare il circuito a sinistra e a destra del resistore R6 calcolando i parametri dei bipoli equivalenti serie o parallelo. Per quello che riguarda il circuito a sinistra si può notare che è costituito dal parallelo di V1 e R1 con R2 che sono a loro volta in serie a R3. Si può quindi calcolare il bipolo equivalente serie, la resistenza equivalente è data dalla serie del parallelo di R1 con R2 con R3:
$Req = (R1//R2)+R3 = 8.158\ \Omega$ *(il simbolo // indica il parallelo).*
La tensione a vuoto è la tensione sul resistore R2 e può essere calcolata con la formula del partitore di tensione come:
$Vo = V1 \cdot R2/(R1+R2) = 19.73\ V$
Il circuito di destra ouò essere trasformato nel suo equivalente serie con una resistenza equivalente Req1 pari alla serie di R4 e R5:
$Req1 = R4+R5 = 35\ \Omega$
E una tensione a vuoto pari a $Vo1 = R5*I5 = 25V$*. LA tensione V6 ai capi di R6 può essere facilmente calcolata trasformando i bipoli serie nel loro equivalente parallelo come:*
$V6 = Geq \cdot Vo+Geq1 \cdot Vo1/(Geq+Geq1+G6) = 11.35\ V$
La potenza dissipata su R6 vale quindi $P6 = G6 \cdot V62 = 16.10\ W$