DINAMICA

Introduzione

La dinamica è il ramo della meccanica che si occupa dello studio del moto dei corpi e delle sue cause o, in termini più concreti, delle circostanze che lo determinano e lo modificano. Così come nella cinematica è molto importante fare delle approssimazioni che semplifichino la realtà: in questo caso si suppone di considerare un punto materiale portato a distanza infinita rispetto agli altri elementi così che si possano trascurare una serie di interazione.

DINAMICA del punto materiale

1) Legge d'inerzia

Se su questa particella, detta libera non agiscono forze o agisce un sistema di forze in equilibrio, il corpo persevera nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme. Secondo questo principio, dunque, l'assenza di forza non implica l'assenza del moto, bensì comporta che velocità non vari. Questa legge non è però verificata sulla terra, nemmeno trami te opportuni artifizi poiché non si riesce ad eliminare completamente le diverse interazioni tra le particelle. Anche facendo esperimenti come far scivolare un corpo relativamente piccolo su banchi sufficientemente lunghi non si arriva a verificare tale principio. Uno dei motivi per cui ciò avviene è che la terra non è un sistema di riferimento inerziale. Esiste dunque stabilire un sistema che sia inerziale così da controllare se il principio è verificato o meno. Il sistema che si sceglie è quello delle stelle fisse: cioè corpi celesti posti ad una distanza talmente elevata dalla Terra da sembrare immobili, fermi nelle loro posizioni relative sulla sfera celeste.

<u>Massa</u>

Se si prende ora in considerazione un sistema costituito esclusivamente da 2 particelle che interagiscono solo tra loro e che hanno una velocità iniziale molto bassa, cioè molto inferiore rispetto a quella della luce, è possibile studiare le loro variazioni di velocità e si scopre così che una è l'opposto dell'altra moltiplicata per una costante k che varia al variare del tipo di particella:

$$\Delta\overrightarrow{v_1} = \overrightarrow{v_1}(t+\Delta t) - \overrightarrow{v_1}(t)$$

$$\Delta\overrightarrow{v_2} = \overrightarrow{v_2}(t+\Delta t) - \overrightarrow{v_2}(t)$$

$$\Delta\overrightarrow{v_1} = -k\Delta\overrightarrow{v_2}$$

$$k = \frac{|\Delta\overrightarrow{v_1}|}{|\Delta\overrightarrow{v_2}|}$$

$$k = \frac{m_2}{m_1}$$

Questo valore introduce il concetto di massa, la proprietà fondamentale di un punto materiale. Questa definizione di massa che abbiamo dato è nota come definizione dinamica; si parla invece di definizione statica quando si introduce il concetto di massa a partire da una bilancia a bracci uguali. Capiamo dunque che la massa dipende dalla velocità: se la velocità è bassa la massa può essere considerata una costante, altrimenti varia. Noi la considereremo sempre una costante poiché studiamo caso in cui la velocità risulta essere limitata. Una proprietà della massa è l'additività: la massa di un composto risulta essere la somma delle masse dei componenti. Ad alte energia questa proprietà però non viene rispettata poiché la massa tenderà a convertirsi in energia secondo la famosa equazione di Einstein. Proprio poiché la sua validità è limitata si parla di legge fisica e non universale.

<u>Quantità di moto</u>

Avendo introdotto la massa è possibile introdurre la quantità di moto definita come il prodotto tra la massa per la sua velocità. Anche questa nuova grandezza fisica è funzione del tempo. Essendo una funzione del tempo è possibile calcolare la variazione di quantità di moto in un intervallo di tempo, in questo modo si introduce la forza tramite una definizione operativa:

$$\vec{p}(t) = m\vec{v}(t)$$

$$< \vec{F} > = \frac{\vec{p}(t+\Delta t) - \vec{p}(t)}{\Delta t}$$

$$\vec{F}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

2) Legge fondamentale della dinamica

Possiamo ora introdurre il concetto di forza come limite della variazione della quantità di moto considerando intervalli di tempo sempre più infinitesimi. *Se su un corpo agisce una forza o un sistema di forze, la forza risultante applicata al corpo possiede direzione e verso della sua accelerazione e, in modulo, è direttamente proporzionale al modulo la sua accelerazione*. La costante di proporzionalità tra queste due grandezze è la massa (detta appunto inerziale), grandezza specifica di ciascun corpo. Questa legge può essere enunciata mediante l'equazione:

$$\vec{F}(t) = m\vec{a} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

La forza può essere riscritta mettendo in evidenza le componenti normali e tangenziali dell'accelerazione:

$$\overrightarrow{F_n} = m\frac{v^2}{R}$$

$$\overrightarrow{F_t} = m\frac{d|v|}{dt}$$

3) Principio di azione e reazione

Riconsiderando il sistema costituito da due particelle, da un punto di vista sperimentale e non solo, si arriva alla formulazione de principio di conservazione secondo cui se il sistema è isolato la somma delle quantità di moto è costante. Ne consegue che s*e due corpi interagiscono tra loro, si sviluppano due forze, dette comunemente azione e reazione: come grandezze vettoriali sono uguali in modulo e direzione, ma opposte in verso*.

$$\sum_i \overrightarrow{p_i} = cost$$

$$\overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2} = cost$$

$$\frac{d\overrightarrow{p_1}}{dt} + \frac{\overrightarrow{p_2}}{dt} = 0$$

$$\overrightarrow{F_{12}} + \overrightarrow{F_{21}} = 0$$

$$\overrightarrow{F_{12}} = -\overrightarrow{F_{21}}$$

Forze

Una forza è una grandezza fisica vettoriale che si manifesta nell'interazione di due o più corpi, sia a livello macroscopico, sia a livello delle particelle elementari. La sua caratteristica è quella di indurre una variazione dello stato di quiete o di moto dei corpi stessi; in presenza di più forze, è la risultante della loro composizione vettoriale a determinare la variazione del moto. La forza è descritta classicamente dalla seconda legge di Newton come derivata temporale della quantità di moto di un corpo rispetto al tempo. Esistono diversi tipi di forze:

- Forza peso = forza proporzionale alla massa cha agisce su ogni corpo in prossimità della superfice terrestre

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

- Forza d'attrito radente = definito così perché agisce parallelamente alle superfici che, scivolando l'una sull'altra, lo generano. Le superfici che generano attrito radente si chiamano scabre. In generale, l'attrito radente è proporzionale alla reazione vincolare che agisce in direzione perpendicolare alle superfici stesse, direzione detta normale. La reazione vincolare Φ è quella forza responsabile della non compenetrazione dei corpi, e il suo valore quantitativo è dato dal terzo principio della dinamica.

$$F_s = F_d = \mu\Phi$$

  L'attrito radente si suddivide a sua volta in due forme: attrito statico e attrito dinamico:
  1. Attrito statico (μ_s): è una forza che impedisce che corpi posti su di una superficie scabra e inizialmente in quiete, inizino a muoversi se la forza agente su di essi, in direzione parallela alla superficie, non supera una certa soglia. Superata questa soglia, l'attrito statico smette di opporsi (cessa del tutto).
  2. Attrito dinamico (μ_d): si manifesta quando un corpo scivola su una superficie (cioè è già in movimento), ed è una resistenza che si oppone a questo movimento.

  L'attrito statico risulta sempre essere maggiore o uguale a quello dinamico.
- Forza d'attrito viscoso = quando un corpo si muove all'interno di un fluido, un liquido o un gas, è soggetto ad una forza di attrito dovuta all'interazione del corpo con le molecole del fluido. K è una costante che dipende dall'oggetto, noi analizziamo il caso di un oggetto sferico:

$$F_v = -k\eta v$$

$$k = 6\pi R$$

  Considerando un corpo sferico che cade in un fluido con una certa velocità iniziale si avrà che questa particella inizialmente ha un moto uniformemente decelerato fino a che non raggiungerà un'accelerazione costante e quindi si avrà un moto uniforme. Ci si aspetta dunque un valore limite della velocità espresso dalla seguente relazione che tiene conto di tutti i valori che la velocità può assumere compresi quelli che derivano da un tempo fatto tendere a 0 o a +∞:

$$v(t) = v_0 e^{-\frac{k\eta}{m}t} + v_L(1 - e^{-\frac{k\eta}{m}t})$$

- Forza d'attrito volvente = è l'attrito che si manifesta nel moto di un corpo che si muove su un altro corpo senza strisciare ma dunque rotolando, cambiando quindi continuamente superficie di contatto
- Forza posizionale o elastica = la forza elastica è una forza direttamente proporzionale allo spostamento del corpo che la subisce rispetto ad un peso, diretta verso il centro stesso. In particolare si può pensare alla forza esercitata da una molla ideale rispetto alla posizione di riposo. È anche possibile conoscere la frequenza Ω di oscillazione di un corpo soggetto a forza elastica:

$$\vec{F} = -kx = -k(x - l_0) = -\frac{1}{2}k\left(x_f - l_0\right)^2 + \frac{1}{2}k(x_i - l_0)^2 \qquad \Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Impulso

L'azione di una forza durante un tempo dt provoca una variazione infinitesima della quantità di moto del punto dunque si può introdurre il concetto di impulso cioè una grandezza vettoriale definita in meccanica classica come l'integrale di una forza nel tempo:

$$\vec{I} = \int_{\Delta t} \vec{F} dt$$

Il teorema dell'impulso (o della variazione della quantità di moto) consiste nell'affermare che, in base al secondo principio della dinamica, l'impulso corrisponde alla variazione della quantità di moto del sistema in un intervallo temporale. Infatti per il secondo principio:

$$\vec{F}(t) = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} m\frac{d\vec{v}}{dt} dt = m\overrightarrow{v_2} - m\overrightarrow{v_1} = \overrightarrow{p_f} - \overrightarrow{p_i}$$

Piano inclinato

In fisica, per piano inclinato si intende una particolare macchina semplice costituita da una superficie piana disposta in modo da formare un angolo maggiore di 0° e minore di 90° rispetto alla verticale, rappresentata dalla direzione in cui si esplica la forza di gravità (che può essere determinata ad esempio attraverso un filo a piombo):

$$\Phi = mg\cos\alpha$$

$$F_s = \mu\Phi = \mu mg\cos\alpha$$

$$F = ma$$

$$ma = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha$$

$$a = (\sin\alpha - \mu\cos\alpha)g = cost$$

$$\sin\alpha > \mu\cos\alpha$$

Macchina di Atwood

La macchina di Atwood è stata inventata nel 1784 da George Atwood come un esperimento di laboratorio per verificare le leggi del moto uniformemente accelerato. La macchina di Atwood è semplicemente una carrucola ideale: essa è costituita da due oggetti di massa m_1 e m_2 connessi da un filo inestensibile di massa trascurabile posto sopra una carrucola priva di massa. Nello studiare il moto si trascura sia l'attrito dell'aria che il possibile slittamento del filo. In questo modo è possibile studiare il rapporto tra forza peso, massa e accelerazione.
Quando le due masse si equivalgono la macchina si trova in equilibrio, in quanto la somma delle forze agenti è nulla, mentre quando una delle due masse è maggiore dell'altra (ad esempio $m_2 > m_1$) i due oggetti subiscono un'accelerazione causata dalla differenza fra le due masse.
Chiamiamo T la reazione vincolare e notiamo che le accelerazioni sono uguali e quindi possono essere generalmente indicate con a perché in un filo ideale entrambi i moti sono uniformemente accelerati e inoltre il cammino effettuato è uguale nello stesso intervallo di tempo

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

$$\begin{cases} m_2 g - T = m_2 a_2 \\ T - m_1 g = m_1 a_1 \end{cases}$$
$$m_1 a_1 + m_2 a_2 = m_2 g - T + T - m_1 g$$

$$a_1 = a_2 = a$$

$$(m_1 + m_2)a = (m_2 - m_1)g$$

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$$

$$T = m_1 a + m_1 g = m_1 \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g \right) + m_1 g = \frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

Momento di una forza

Il momento di una forza ne misura la capacità di mettere in rotazione un oggetto rispetto ad un punto. In generale indica il prodotto vettoriale tra la forza e uno spostamento. Essendo un prodotto vettoriale non dipenderà esclusivamente dallo spostamento e dal modulo della forza ma anche dalla loro orientazione:

$$\overrightarrow{M_0} = \vec{r}\ x\ \vec{F}$$

È importante introdurre questo concetto perché permette di stabilire una condizione, se siamo in presenza di un corpo e non di un punto materiale, tale per cui il corpo stesso sia fermo. Se per un punto materiale è sufficiente imporre la somma delle forze uguale a 0 per assicurarsi che questo sia fermo, in presenza di un corpo è invece necessario che la somma dei momenti delle forze sia 0 altrimenti il corpo potrebbe ruotare.

Punto materiale:	$\sum F = 0$	il punto materiale è fermo
Corpo rigido:	$\sum M = 0$	il corpo rigido è fermo

Momento angolare

È una grandezza fisica di tipo vettoriale legata alle rotazioni spaziali. È infatti la quantità che si conserva se un sistema fisico è invariante sotto rotazioni; in altri termini costituisce l'equivalente per le rotazioni spaziali della quantità di moto per le traslazioni. Matematicamente si definisce il momento angolare come il prodotto vettoriale tra il vettore spostamento e la quantità di moto. Esiste una relazione che lega il momento e il momento angolare secondo cui la derivata del momento angolare è proprio il momento della forza:

$$\overrightarrow{L_o} = \vec{r}\ x\ \vec{p} = m\,\vec{r}\ x\ \vec{v}$$

$$\frac{d\overrightarrow{L_o}}{dt} = m \frac{d}{dt}(\vec{r}\ x\ \vec{v})$$

$$\frac{d\overrightarrow{L_o}}{dt} = m \frac{d\vec{r}}{dt}\ x\ \vec{v} + m\vec{r}\ x\ \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\frac{d\overrightarrow{L_o}}{dt} = 0 + \vec{r}\ \ x\ \vec{F} = \overrightarrow{M_0}$$

Se la derivata del momento angolare, cioè il momento della forza è nulla allora si possono avere due diverse situazioni:

- Momento angolare è costante = quindi il vettore posizione risulta essere parallelo alla forza stessa: in questo caso si hanno forze centrali che puntano sempre verso una direzione fissa come, ad esempio, la forza gravitazionale o elettrostatica.
- Momento angolare è nullo = allora la traiettoria della particella passa per l'origine

Pendolo semplice

Il pendolo semplice è un sistema fisico costituito da un grave, un punto materiale, vincolato da una sbarra rigida (incomprimibile e inestensibile) e senza massa a rimanere ad una certa distanza da un punto fissato, e soggetto alla forza peso e alla reazione vincolare. Non sono presenti attriti. Questo pendolo si dice "semplice" in contrapposizione al pendolo "composto", nel quale il sistema punto materiale-sbarra viene sostituito da un corpo rigido. Nello studio del moto di questo corpo non conviene usare le componenti cartesiane ma conviene invece usare quelle tangenti e normali e le coordinate curvilinee:

$$s = s(t) = \theta l$$

$$\begin{cases} F_t = ma_t \\ F_n = ma_n \end{cases}$$

$$\begin{cases} m\dfrac{dv}{dt} = -mg\sin\theta \\ m\dfrac{v^2}{l} = T - mg\cos\theta \end{cases}$$

Studiando la prima equazione:

$$m\frac{dv}{dt} = -mg\sin\theta$$
$$\frac{dv}{dt} = -g\sin\theta$$

$$l\frac{d^2\theta}{dt^2} = -g\sin\theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\sin\theta$$

$$\theta \ll \pi \qquad \sin\theta \sim \theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\theta$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\Omega^2\theta$$

$$\theta = \theta_0 \cos\theta t$$

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Studiando la seconda equazione:

$$m\frac{v^2}{l} = T - mg\cos\theta$$

$$T = mg\cos\theta = m\frac{v^2}{l}$$

$$s = l\theta\cos\Omega t$$

$$v = \frac{ds}{dt} = -l\theta_0\sin\Omega t$$

Lavoro

Il lavoro è il trasferimento di energia tra due sistemi attraverso l'azione di una forza o una risultante di forze quando l'oggetto subisce uno spostamento e la forza ha una componente non nulla nella direzione dello spostamento. Definiamo dunque il lavoro come l'integrale della forza moltiplicata per uno spostamento infinitesimo, per la precisone il valore è l'integrale di linea della forza lungo la traiettoria. Il lavoro può anche essere espresso in forma differenziale:

$$L = \int_{r_A}^{r_B} \vec{F}\, ds = \int_{r_A}^{r_B} [F_x dx + F_y dy + F_z dz]$$

Potenza

La potenza corrisponde al lavoro per unità di tempo ed è dunque il rapporto tra il lavoro stesso e l'intervallo di tempo. È possibile definire una potenza media e una potenza istantanea:

$$< P > = \frac{L}{\Delta t}$$

$$P = \frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\vec{F} d\vec{s}\right) = \vec{F}\frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F}\vec{v} = m\ a\ v$$

Energia cinetica

L'energia cinetica è l'energia che possiede un corpo per il movimento che ha o che acquista: equivale al lavoro necessario per portare un corpo da una velocità nulla a una velocità nota. Questo legame tra lavoro ed energia cinetica è noto come teorema dell'energia cinetica:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

$$L = \int_{r_A}^{r_B} \vec{F}\, ds = \int_{r_A}^{r_B} m\vec{a}\vec{v}dt = \int_{r_A}^{r_B} m\frac{d\vec{v}}{dt}\vec{v}dt =$$

$$= \int_{r_A}^{r_B} m\vec{v}d\vec{v} = \int_{r_A}^{r_B} m\frac{1}{2}d(v^2) = \frac{1}{2}m\int_{r_A}^{r_B} d(v^2) = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = E_{kf} - E_{ki}$$

Energia potenziale

L'energia potenziale di un oggetto è l'energia che esso possiede a causa della sua posizione o del suo orientamento rispetto ad un campo di forze. Elenchiamo adesso i valori dell'energia potenziale per alcune forze:

- Forza peso: $U = mgh$
- Forza elastica: $U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(x - l_0)^2$
- Forza gravitazionale: $U = -G\frac{m_1 m_2}{r}$

Forze conservative

Una forza conservativa è una forza descritta da un campo vettoriale conservativo, ovvero se è sempre possibile trovare una funzione potenziale il cui gradiente sia uguale alla forza stessa. In generale però dato che risulta complesso verificare la conservatività di una forza tramite questa definizione si preferisce verificare l'irrotazionalità del campo: se il rotore della forza risulta essere nullo allora la forza è conservativa. Il rotore si indica con il simbolo greco nabla ∇ e si calcola come determinante di una matrice:

$$\vec{\nabla}x\vec{F} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{u_x} & \overrightarrow{u_y} & \overrightarrow{u_z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \overrightarrow{F_x} & \overrightarrow{F_y} & \overrightarrow{F_z} \end{vmatrix} = 0$$

Una delle principali forze conservative è la forza peso. Le forze conservative godono di alcune proprietà particolari come ad esempio:

- Il lavoro di una forza conservativa lungo una qualsiasi traiettoria chiusa è sempre nullo:

$$L = \int_{\Gamma_1}^{AB} \vec{F}d\vec{s} = \int_{\Gamma_2}^{AB} \vec{F}d\vec{s} = \int_{\Gamma_1}^{AB} \vec{F}d\vec{s} - \int_{\Gamma_2}^{AB} \vec{F}d\vec{s} = 0$$

- Il lavoro di una forza conservativa lungo una qualsiasi traiettoria non chiusa può essere calcolato come differenza di energia potenziale dal punto finale quello inziale:

$$L = E_{kf} - E_{ki} = U(B) - U(A)$$

- Vale la conservazione dell'energia meccanica secondo cui la somma delle energie è costante:

$$E_{kB} + U(B) = E_{kA} + U(A)$$

Moto sotto l'azione di una forza conservativa

Definiamo l'energia meccanica come somma di energia potenziale ed energia cinetica. È possibile dunque riscrivere l'energia cinetica come differenza tra energia meccanica ed energia potenziale: questo valore ovviamente deve essere maggiore o al massimo uguale a 0 altrimenti non avrebbe senso parlare di moto in quanto si avrebbero dei valori di velocità che risulterebbero essere complessi e quindi caratterizzati da una parte immaginaria, priva di senso. Consideriamo ora un due posizioni generiche x_1 e x_2 che una qualsiasi particella può assumere in cui abbia energia cinetica nulla: ciò non vuol dire che la particella sia ferma. In 1-dimensione $F = -\frac{dU}{dx}$ altro non è che la retta tangente nella posizione $x_1$il cui coefficiente risulterà essere inferiore a 0. Tutto ciò rappresenta la forza in x_1 ma cambiata di segno: la forza sarà dunque positiva. La particella possiede dunque un'accelerazione e quindi comincia a muoversi con moto accelerato fino a un punto di minimo che chiamiamo x_m in cui F = 0. Dopo questo valore x_m la forza risulterà essere minore di 0 poiché la tangente sarà positiva quindi la particella sta decelerando. La particella passerà infinite volte nel tratto compreso tra x_1 e x_2 compiendo un moto periodico, non necessariamente sinusoidale. In tutto ciò si ha che:

1. L'energia totale non può essere inferiore al minimo valore di energia potenziale assunto nel grafico
2. Se l'energia totale equivale all'energia minima che la particella può assumere secondo il grafico alla questa risulta essere ferma
3. Se l'energia totale risulta essere maggiore della minima energia assumibile dalla particella questa oscillerà e sarà dunque sottoposta a forze che provocheranno un moto oscillatorio, smorzato in caso di attriti

Considerando ora un nuovo grafico possiamo affermare che:

- $E_1 < E < E_2$: la particella si trova solo in un intorno di x_m
- $E_2 < E < E_3$: la particella si può trovare in 2 possibili regioni
- $E_3 < E < E_4$: la particella può solo stare in una porzione e quindi accelera fino a x e poi decelera fino a x''. In questa porzione la particella non sarà soggetta a forze perché a = 0 e quindi rimane ferma

- $E > E_4$: La particella si muove su tutto il segmento

In conclusione possiamo dire che se la particella si trova in un intorno del minimo le forze sono dirette in modo da riportar la particella nel minimo e quindi il sistema cerca un equilibrio, se invece la particella si trova in un intorno del massimo allora questa sarà soggetta a forze che l'allontaneranno dal massimo stesso e si ha quindi una situazione di equilibrio instabile.

DINAMICA dei sistemi di punti materiali

Introduzione

La dinamica dei sistemi ha come oggetto lo studio non di un punto materiale ma di un insieme di corpi. Essa studia dunque il moto delle singole particelle in relazione alle altre; molto spesso però questa informazione risulta essere ridondante quindi viene definito un centro di massa cioè il punto geometrico, e quindi privo di massa, corrispondente al valor medio della distribuzione della massa del sistema nello spazio:

$$\overrightarrow{R_{cm}} = \frac{\sum_i^M m_i \vec{r_i}}{M}$$

$$M = \sum_i^n m_i$$

Forze interne e forze esterne

In un sistema di corpi si prendono in considerazione sia le forze interne che quelle esterne. Si definizione forze interne f_i quelle forze che dipendono dalla presenza di altre particelle come ad esempio la forza coulombiana, al contrario le forze esterne F_i sono forze che agiscono sulla singola particella e sono indipendenti dalla presenza delle altre, come ad esempio la forza peso:

$$f_i = f_{i1} + f_{i2} + f_{i3} + \ldots + f_{iN-1}$$

$$F_i = F_{i1} + F_{i2} + F_{i3} + \ldots + F_{iN-1}$$

$$R = m_i a_i = f_i + F_i$$

Nel moto del centro di massa si possono però analizzare solo le forze esterne agenti mentre l'analisi del moto di una sola particella vanno invece valutate le forze interne e quelle esterne. È importante sottolineare che se la somma delle forze agenti sul sistema è zero allora questo è isolato, per il centro di massa. Nonostante ciò anche se la risultante è nulla il sistema potrebbe comunque ruotare.

v, a, P del centro di massa – 1° equazione cardinale

Il centro di massa di un sistema di corpi può però anche essere esterno al sistema stesso; se così fosse è possibile conoscere la velocità con cui si muove questo punto, la sua accelerazione e la quantità di moto:

$$v_i = \frac{d\overrightarrow{R_{cm}}}{dt} = \frac{\sum_i^M m_i \vec{v_i}}{M}$$

$$a_{cm} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\sum_i^M m_i \vec{a_i}}{M}$$

$$M\vec{v} = \sum m_i \vec{v_i} = \vec{P}$$

In un sistema sottoposto a forze esterne, il centro di massa si muove come un punto dotato della massa totale del sistema e sollecitato dalla risultante di tutte le forze esterne agenti sul sistema. La risultante delle forze può quindi essere riscritta come prodotto tra la massa e l'accelerazione del centro di massa, questa equazione è nota come prima equazione cardinale:

$$R = ma_{cm} = \frac{dP}{dt}$$

Conservazione della quantità di moto

Se il sistema di punti considerato isolato, cioè non soggetto a forze esterne, ha risultante delle forze nulla allora l'accelerazione del centro di massa è nulla, velocità del centro di massa è costante così come la quantità di moto. Se siamo in presenza di sistema complessi dunque c'è un'equivalenza tra conservazione della quantità di moto e principio di azione e reazione tale per cui se la quantità di moto è costante allora le forze agenti sul sistema sono uguali e opposte:

$$P = p_1 + p_2 = m_1 v_1 + m_1 v_2 = costante$$

$$\frac{d}{dt}(m_1 v_1 + m_1 v_2) = m_1 a_1 + m_1 a_2 = 0$$

$$F_1 + F_2 = 0$$

$$F_1 = -F_2$$

Il principio di conservazione della quantità di moto permette anche di definire dinamicamente la massa, indipendentemente dalla forza peso. Considerando due punti materiali fermi agli estremi di una molla compressa si ha che il centro di massa è in quiete e la quantità di moto del sistema dei due punti è nulla.

Teorema del momento angolare

La legge di conservazione del momento angolare, anche detta bilancio del momento angolare della quantità di moto, è un importante principio fisico, che afferma che il momento angolare L di un sistema è costante nel tempo se è nullo il momento delle forze esterne che agiscono su di esso:

$$L = \sum_i r_i \, x \, m_i v_i$$

$$\frac{dL}{dt} = \sum_i \frac{dr_i}{dt} \, x \, m_i v_i + \sum_i r_i \, x \, m_i \frac{dv_i}{dt}$$

$$\frac{dr_i}{dt} = (v_i - v_0)$$

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = m_i a_i = R = f_i + F_i$$

$$\frac{dL}{dt} = \sum_i (v_i - v_0) \, x \, m_i v_i + \sum_i r_i \, x \, (f_i + F_i) = \sum_i v_i \, x \, m_i v_i - \sum_i v_0 \, x \, m_i v_i + \sum_i r_i \, x \, F_i + \sum_i r_i \, x \, f_i$$

$$M^{Est} = \sum_i r_i \, x \, F_i$$

$$M^{Int} = \sum_i r_i \, x \, f_i = 0$$

$$-v_0 \, x \, mv_{cm} = 0$$

$$\frac{dL}{dt} = -v_0 \, x \, mv_{cm} + M^{Est} + M^{Int} = M^{Est}$$

Dunque se il polo O è fisso nel sistema di riferimento inerziale o coincide con il centro di massa, anche se quest'ultimo non è in generale un punto fisso, l'evoluzione nel tempo del momento angolare del sistema di punti è determinata dal momento delle forze esterne rispetto ad O quindi le forze interne non influenzano L.

Conservazione del momento angolare

Se il momento delle forze esterno è nullo il momento angolare è costante e quindi si conserva. Il momento delle forze esterno è nullo quando:

- Non agiscono forze esterne, il sistema è isolato: allora L si conserva rispetto a qualsiasi polo per il quale vale v_0 x m v_{cm} =0; in questa situazione, in cui anche R = 0 si ha pure la conservazione della quantità di moto P = costante
- Il momento delle forze esterno è nullo rispetto ad un determinato polo, ma non rispetto a qualsiasi polo, pure in presenza di forze esterne.; pertanto si ha conservazione del momento angolare solo se calcolato rispetto a quel polo

Sistema di riferimento del centro di massa

Nello studio della dinamica dei sistemi di punti materiai è molto utile considerare il sistema di riferimento del centro di massa. Esso ha le seguenti caratteristiche:

1. L'origine è nel centro di massa
2. Gli assi mantengono sempre la stessa direzione rispetto agli assi del sistema inerziale e, in particolare, possono essere assunti paralleli a questi
3. SI tratta in generale di un sistema non inerziale: infatti il modo del sistema del centro di massa è traslatorio, ma non necessariamente rettilineo e uniforme; ciò avviene solo se la risultante delle forze esterne è nulla così che l'accelerazione del centro di massa sia anch'essa nulla

Indichiamo con l'apice le grandezze relative al sistema del centro di massa:

$$r_i = r_i' + r_{cm}$$

$$v_i = v_i' + v_{cm}$$

$$r_{cm}' = 0$$

$$v_{cm}' = 0$$

$$\frac{dL'}{dt} = M'^{Est}$$

Energia e lavoro

Definiamo l'energia cinetica del sistema come somma di tutte le singole energie. Il teorema dell'energia cinetica può essere esteso anche a un sistema, basta considerare tutte le particelle:

$$E_k = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

$$L = E_k^{fin} - E_k^{in}$$

Se tutte le forze che agiscono sul sistema di corpi sono conservative si ha che:

$$L = U^{in} - U^{fin} = E_k^{fin} - E_k^{in}$$

Altrimenti se ci sono anche forze non conservativa si ha che:

$$E_k = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + E_k'$$

$$L = L_c + L_{nc}$$

$$L_c = U^{in} - U^{fin}$$

$$L_{nc} = \left(E_k^{fin} + U^{fin}\right) - (E_k^{in} + U^{in})$$

Urti

Il sistema di corpi più semplice da studiare è quello costituito da due sole particelle. L'interazione tra questi due corpi prende il nome di urto. Osserviamo che un processo di collisione è una interazione fra due oggetti che possiamo considerare come un sistema di particelle. L'interazione quindi avviene sempre attraverso forze interne al sistema che varieranno le quantità di moto dei due corpi senza però modificare la quantità di moto totale del sistema. Dalla I° equazione cardinale della dinamica dei sistemi possiamo quindi scrivere:

$$R^{est} = \frac{dP}{dt}$$

$$R^{est} = 0$$

$$P = cost = p_1 + p_2$$

Quindi nelle collisioni, di qualunque natura esse siano, si conserva la quantità di moto totale del sistema. L'ultima equazione può anche essere riscritta tenendo presente che le quantità di moto dei due corpi non cambiano dallo stato iniziale (senza apice) a quello finale (con l'apice):

$$P = p_1 + p_2$$

$$p_1 + p_2 = p_1' + p_2'$$

Consideriamo ora il comportamento dell'energia nei processi di urto. In generale durante una collisione i corpi si perdono energia sotto varie forme. In tutti questi casi l'urto viene detto ``anelastico''. L'energia dei corpi prima di una collisione non è altri che la somma delle loro energie cinetiche più il lavoro delle forze interne Q mentre l'energia che viene persa durante l'urto può essere considerata la variazione di energia cinetica. A partire da tutte queste considerazione è anche possibile conoscere la velocità dei corpi dopo l'urto:

$$E_i = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$E_f = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 + Q$$

$$\Delta E_k = E_i - E_f$$

$$v_{cm} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Negli urti anelastici quindi si conserva la quantità di moto ma non l'energia cinetica. Nel caso in cui si conserva anche l'energia cinetica si parla di urto elastico. La conservatività dell'energia cinetica negli urti elastici permette di ottenere maggiori informazioni sulle quantità di moto finali delle particelle. Ricordando che Q=0 perché il lavoro delle forze interne è nullo in un urto elastico si ha:

$$E_i = E_f$$

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 + Q$$

$$\begin{cases} m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2' \\ \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 + Q \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_2 - v_2') \\ m_1(v_1'^2 - v_1^2) = m_2(v_2'^2 - v_2^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_2 - v_2') \\ m_1\,(v_1' - v_1)\,(v_1' + v_1) = m_2\,(v_2' - v_2)\,(v_2' + v_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_2 - v_2') \\ v_1' + v_1 = v_2' + v_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_2 - v_2 + v_1' + v_1) \\ v_2' = -v_2 + v_1' + v_1 \end{cases}$$

$$(m_1 + m_2)\,v_1' = 2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1$$

$$v_1' = \frac{2m_2}{(m_1 + m_2)}v_2 + \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)}v_1$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{(m_1 + m_2)}v_1 + \frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)}v_2$$

Consideriamo ora alcuni casi particolari:

- $m_1=m_2$ $v_2=0$ $v_1'=0$ $v_2'=v_1$
  la particella 1 dopo l'urto si ferma mentre la particella 2 acquista la velocità della particella 1
- $m_1>m_2$ $v_2=0$ $v_1'\neq0$ $v_1'<v_1$ $v_2'>v_1$
  la particella 1 dopo l''urto prosegue verso destra con velocità ridotto mentre la particella 2 si muove con velocità maggiore
- $m_1<m_2$ $v_2=0$ $v_1'<0$ $v_2'<v_1$
  La particella 1 dopo l'urto torna indietro mentre la particella 2 continua a muoversi ma con una velocità inferiore a quella della particella 1
- $m_2>>m_1$ $v_2=0$ $v_2'=0$ $v_1'=v_1$
  La particella 2 che risulta essere massiccia rimane ferma mentre la particella 1 torna indietro con la stessa velocità che aveva inizialmente

DINAMICA del corpo rigido

Introduzione

Per corpo rigido si intende un sistema di punti mate riali caratterizzati dal fatto che le loro mutue distanze si mantengono costanti nel tempo, indipendentemente dalle eventuali sollecitazioni a cui è soggetto il sistema. Sebbene tale sistema costituisca un'astrazione, esistono numerosi casi pratici che soddisfano le proprietà di un corpo rigido in corrispondenza di piccole sollecitazioni. Per i sistemi costituiti da un numero molto grande di punti, come nel caso dei corpi solidi, risulta opportuno introdurre una grandezza che caratterizzi la distribuzione delle masse nel corpo. Consideriamo un elemento di volume infinitesimo dV del corpo e sia dm la massa contenuta in tale volume; si definisce densità del corpo il rapporto tra l'elemento infinitesimo di massa e il volumetto infinitesimo. A partire da questa definizione di densità è possibile calcolare la massa totale a partire dall'integrale della densità stessa calcolato sul volume:

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

$$m = \int dm = \int_V \rho \, dV$$

Se la densità è costante e quindi il corpo è omogeneo le formule risultano essere semplificate:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$m = \rho V$$

Introduciamo ora il concetto di densità lineare e densità superficiale σ che risulterà essere fondamentale per la risoluzione degli esercizi:

$$\lambda = \frac{dm}{dl}$$

$$m = \int dm = \int_l \rho \, dl$$

$$\sigma = \frac{dm}{ds}$$

$$m = \int dm = \int_s \rho \, ds$$

Posizione e forza peso del centro di massa

La posizione di ciascun punto di un corpo rigido è individuata dal raggio vettore r. La posizione del centro di massa è data dalla somma degli infiniti vettori r dm divisi per la messa totale, ovvero da integrali estesi al volume del corpo in considerazione:

$$r_{cm} = \frac{1}{m} \int_V r \, \rho \, dV$$

Se il corpo è omogeneo e quindi ha densità costante si avrà:

$$r_{cm} = \frac{\rho}{m} \int r \, dV = \frac{1}{V} \int r \, dV$$

Considerando sempre un corpo continuo sottoposto a forza peso è possibile affermare che su ciascun elemento agisce la forza g dm e la risultante di queste forze parallele è:

$$\int g\ dm = g \int dm = mg$$

Il momento risultante è:

$$M = \int r\ x\ g\ dm = (\int rdm)\ x\ g = mr_{cm}\ x\ g = \ r_{cm}\ x\ mg$$

Moto di un corpo rigido – 2° equazione cardinale

Il moto del corpo rigido in generale è una rototraslazione: ogni spostamento infinitesimo può sempre essere considerato somma di una traslazione e di una rotazione infinitesime, individuate da v e ω variabili nel tempo, forniamo adesso delle grandezze significative per la traslazione:

$$P = mv_{cm}$$

$$E_k = E_{k,cm} = \frac{1}{2} mv_{cm}^2$$

$$R = ma_{cm}$$

Le grandezze che descrivono la dinamica di base del moto di rotazione è data dalla seconda equazione cardinale della dinamica:

$$M = \frac{dL}{dt}$$

$$L = L_{cm} = r_{cm}\ x\ mv_{cm} = \ r_{cm}\ x\ P$$

Momento angolare e momento di inerzia

Tutti gli elementi del corpo rigido ruotano attorno a un asse con una certa velocità ed è dunque possibile definire un momento angolare L:

$$\vec{L} = m\vec{r}\ x\ \vec{v}$$

$$v = \ \omega r$$

$$dL = dm\ \omega\ r^2$$

$$L_z = \int_V \ \omega\ r^2\ dm = \ \omega \int_V \ r^2\ dm = \ \omega I$$

Il momento angolare altri non è che il prodotto tra la velocità angolare per una grandezza nota come momento d'inerzia. Definiamo dunque momento di inerzia la grandezza che misura l'inerzia del corpo al mutare della sua velocità rotazionale, una grandezza fisica utile per descrivere il comportamento dinamico dei corpi in rotazione attorno ad un asse:

$$I = \int_V \ r^2\ dm = \int_V \ r^2 \rho\ dv$$

Teorema di Huygens-Steiner

Il teorema di Huygens-Steiner, o teorema degli assi paralleli, permette di calcolare il momento di inerzia di un solido rispetto ad un asse parallelo a quello passante per il centro di massa evitando in molti casi (dove è presente una struttura simmetrica) il laborioso calcolo diretto. Questo teorema afferma che il momento di inerzia di un corpo di massa m rispetto ad un asse che si trova a una distanza a dal centro di massa del corpo è dato dall'equazione:

$$I = I_c + ma^2$$

dove I_c è il momento di inerzia del corpo rispetto ad un asse parallelo al primo e passante per il centro di massa.

Energia cinetica di un corpo rigido

Anche un corpo rigido che ruota è dotato di energia cinetica:

$$E_k = \int_v \frac{1}{2} v^2 dm = \frac{1}{2}\int_V \rho\omega^2 r^2 dv = \frac{1}{2}\omega^2 \int_V \rho r^2 dv = \frac{1}{2} I\omega^2$$

Pendolo fisico

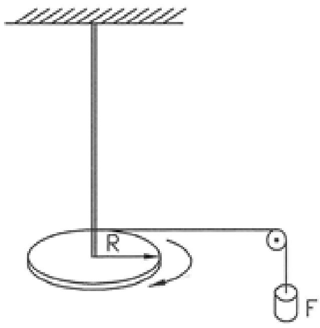
Un pendolo fisico è un corpo rigido libero di rotare attorno ad un asse fisso non passante per il suo centro di massa. Il moto del pendolo è completamente descritto dall'angolo di rotazione θ(t), che misuriamo per convenzione a partire dalla condizione di equilibrio. Lasciandolo libero di partire da un angolo non nullo, il pendolo oscilla. Se l'asse è orizzontale, l'equazione del moto è, trascurando gli attriti che causano lo smorzamento dell'oscillazione è:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{Mgd}{I}\sin\theta = 0$$

dove I è il momento di inerzia del corpo rigido rispetto all'asse di rotazione, M è la sua massa, g è l'accelerazione di gravità, d p la distanza tra l'asse e il baricentro mentre θ è l'ampiezza massima dell'angolo di oscillazione. È dunque possibile calcolare il periodo di oscillazione:

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi\sqrt{\frac{Mgd}{2I}}$$

Pendolo di torsione



Nella figura è rappresentata una sottile verga metallica che all'estremità superiore è solidamente ancorata ad un supporto fisso, mentre, all'estremità inferiore è collegata al centro di massa di un disco rigido di raggio r. Sul perimetro del disco è avvolto un filo che dopo essere passato nella gola di una carrucola termina con un cappio al quale può essere applicato un peso F Sul disco, quindi, agisce un momento di rotazione.

$$M = Fr$$

Sotto l'azione di questo momento, il filo si torce ed esercita di conseguenza sul disco un momento eguale ed opposto -M, che tende a riportarlo nella posizione iniziale. Se l'angolo di torsione θ non è troppo grande, l'esperienza dimostra che il momento di richiamo è proporzionale allo spostamento angolare, cioè:

$$M = -k\theta$$

Dove k è una costante che dipende dalle proprietà geometriche e fisiche della verga e viene definita costante di torsione. Se, una volta ritorta la verga, viene meno il momento torcente, il sistema ritorna in equilibrio dopo aver compiuto alcune oscillazioni in modo del tutto analogo alle oscillazioni del pendolo elastico. Anche l'espressione del periodo risulta simile:

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k}}$$

DINAMICA RELATIVA

Introduzione

Così come nella cinematica anche nella dinamica è possibile studiare i corpi in relazioni a sistemi di riferimento non inerziali e quindi è possibile studiare le forze che agiscono sul corpo indipendente dal sistema di riferimento scelto. Preso un sistema non inerziale è necessario definire il concetto di forza apparente cioè una forza che un osservatore solidale con un sistema di riferimento non inerziale (cioè che si muove di moto non rettilineo uniforme rispetto ad un altro sistema di riferimento inerziale, ruotando o accelerando rispetto ad esso) vede come agente, al pari delle altre forze, che non deriva da alcuna interazione fisica diretta, ma trae piuttosto origine dall'accelerazione del sistema di riferimento medesimo. In parole più semplici, una forza apparente è una forza che agisce su un corpo anche se non vi viene applicata direttamente.

Moto traslatorio

Se si considera una particella a partire da due diversi sistemi di riferimento, uno inerziale e uno che si muove di moto rettilineo uniforme o uniformemente accelerato è possibile affermare che l'osservatore del sistema inerziale nota un trascinamento che può essere riassunto come:

$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{R} + \overrightarrow{r'} \\ \vec{v} = \vec{V} + \overrightarrow{v'} \\ \vec{a} = \vec{A} + \vec{a} \end{cases}$$

dove le lettere minuscole senza apice indicano la distanza, la velocità e l'accelerazione del punto misurato dall'osservatore inerziale, le lettere minuscole con l'apice indicano le grandezze misurate dal sistema non inerziale mentre le lettere maiuscole indicano le componenti del trascinamento. La prima forza apparente che trattiamo è la forza di trascinamento. Dati un sistema di riferimento, per convenzione fisso, un riferimento in moto rispetto al primo e un punto P in moto rispetto a entrambi, è la componente del moto di *P* dovuta al movimento del riferimento in moto. La forza di trascinamento è quella apparente del moto relativo, per esempio quella che si avverte in un veicolo quando accelera, come spinta all'indietro, o quando decelera, come spinta in avanti.

Moto rotatorio

La seconda forza apparente che citiamo è la forza di Coriolis cioè una forza apparente, a cui risulta soggetto un corpo quando si osserva il suo moto da un sistema di riferimento che sia in moto circolare rispetto a un sistema di riferimento inerziale. Chiamata ω la velocità con cui ruota il sistema non inerziale e v' la velocità misurata dall'osservatore in moto definiamo la forza di Coriolis come:

$$\overrightarrow{F_{cc}} = -2\vec{\omega}\, x\, \overrightarrow{v'}$$

Un'altra forza apparente è quella centrifuga cioè una forza che appare agire su di un corpo che si muove di moto circolare, quando tale moto viene analizzato in un sistema di riferimento ad esso solidale e, quindi, in un sistema di riferimento non inerziale. La forza centrifuga è solo una espressione vettoriale utilizzata per semplificare i calcoli e non una forza fisica reale. Le forze effettive sono solo centripete. Ha come espressione:

$$\overrightarrow{F_c} = -m\vec{\omega}\, x\, (\vec{\omega}\, x\, \vec{r})$$

Preso dunque un sistema inerziale e un altro che ruota si ha sempre la presenza della forza centrifuga e talvolta può presentarsi anche la forza di Coriolis. È possibile ricavare ambo le leggi sopra descritte analizzando la relazione che sussiste tra un osservatore inerziale e uno che ruota:

$$O: (\vec{r}, \vec{v}, \vec{a})$$

$$O': (\overrightarrow{r'}, \overrightarrow{v'}, \overrightarrow{a'})$$

$$\vec{W} = \vec{W}(t)$$

$$\left(\frac{d\vec{w}}{dt}\right)_O = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{w}(t+\Delta t) - \vec{w}(t)}{\Delta t} = \vec{\omega}\; x\; \vec{w}$$

$$\left|\frac{d\vec{w}}{dt}\right|_O = \omega\; w\; \sin\theta$$

$$\left(\frac{d\vec{w}}{dt}\right)_O = \left(\frac{d\vec{w}}{dt}\right)_{O'} + \vec{\omega}\; x\; \vec{w}$$

$$\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_O = \left(\frac{d\overrightarrow{r'}}{dt}\right)_{O'} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_O + \vec{\omega}\; x\; \overrightarrow{r'}$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{v'} + \vec{\omega}\; x\; \vec{r}$$

$$\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_O = \left(\frac{d\overrightarrow{v'}}{dt}\right)_O + \frac{d}{dt}(\vec{\omega}\; x\; \vec{r})_O$$

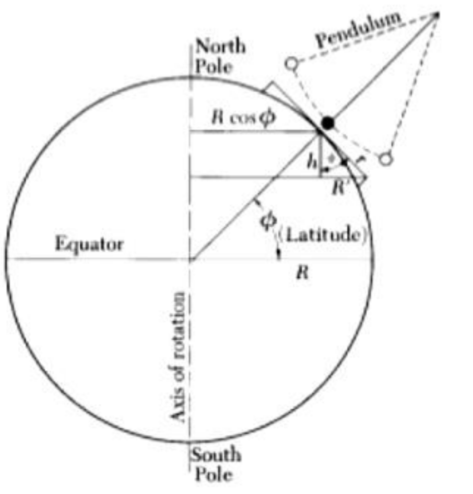
$$\vec{a} = \overrightarrow{a'} + \vec{\omega}\; x\; \overrightarrow{v'} + \frac{d\vec{\omega}}{dt}\; x\; \vec{r} + \vec{\omega}\; x\; (v' + \vec{\omega}\; x\; \vec{r})$$

$$\overrightarrow{a'} = \vec{a} - \vec{\omega}\; x\; (\,\vec{\omega}\; x\; \vec{r}) - 2\,\vec{\omega}\; x\overrightarrow{v'}$$

$$m\overrightarrow{a'} = \overrightarrow{ma} - m\vec{\omega}\; x\; (\,\vec{\omega}\; x\; \vec{r}) - 2\, m\vec{\omega}\; x\overrightarrow{v'}$$

$$m\overrightarrow{a'} = \vec{F} + \overrightarrow{F_c} + \overrightarrow{F_{cc}}$$

Nella descrizione di fenomeni che avvengono sulla superficie terrestre possiamo aspettarci entrambe queste due forze.



Pendolo di Foucault

Il pendolo di Foucault così chiamato in onore del fisico francese Jean Bernard Léon Foucault, fu concepito come esperimento per dimostrare la rotazione della Terra attraverso l'effetto della forza di Coriolis. Si tratta di un alto pendolo libero di oscillare in ogni direzione per molte ore. Il primo pendolo di Foucault fu presentato al pubblico nel 1851, ed era costituito da una sfera di 28 kg sospesa alla cupola del Pantheon di Parigi con un filo lungo 67 m. In un sistema inerziale, avrebbe tracciato linee sempre nella medesima direzione, ma così non fu. A ogni latitudine della Terra, tranne che lungo la linea dell'equatore, si osservò che il piano di oscillazione del pendolo ruotava lentamente. Al Polo Nord e al Polo Sud la rotazione avviene in un giorno siderale: il piano di oscillazione si mantiene fermo mentre la Terra ruota, in accordo con la legge del moto di Newton. Alle altre latitudini il piano di oscillazione ruota con un periodo *R* inversamente proporzionale al seno della latitudine stessa (α); a 45° la rotazione avviene ogni 1,4 giorni, a 30° ogni 2 giorni e così via. La rotazione avviene in senso orario nell'emisfero boreale e in senso antiorario nell'emisfero australe. Il concetto può essere difficile da comprendere a fondo, ma ha portato Foucault a ideare nel 1852 il giroscopio. L'asse del rotore del giroscopio segue sempre le stelle fisse; il suo asse di rotazione appare ruotare sempre una volta al giorno a qualunque latitudine. Il pendolo di Foucault fu dunque importante poiché dimostrò l'esistenza della forza apparente di Coriolis.

Unità di misura	
Massa	Kg
Forza	N
Quantità di moto	N s
Impulso	N s
Lavoro	J = N m
Energia	J
Potenza	W = J / s
Momento di una forza	N m
Momento angolare	N m s