

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale

Analisi e geometria 2 Docente:		Prima Prova in Itinere 27 aprile 2010
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta a quadretti non devono essere consegnati. Durante la prova non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni.

1. Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y''(x) - 4y(x) = e^{2x}.$$



In  $\mathbb{R}^3$ , fissata la base canonica  $e_1, e_2, e_3$ , consideriamo l'applicazione lineare  $f$  definita da

$$\begin{cases} f(e_1) = e_1 + e_3, \\ f(e_2) = 2e_1 + 4e_2 + 6e_3, \\ f(e_3) = e_1 + e_2 + 2e_3. \end{cases}$$

- (a) Dare la definizione di applicazione lineare.
- (b) Determinare la dimensione e una base per l'immagine  $\text{Im}(f)$ .
- (c) Determinare la dimensione e una base per il nucleo  $\text{Ker}(f)$ .
- (d) Stabilire se  $f$  è biiettiva (cioè iniettiva e suriettiva).

3. (a) Enunciare il teorema sulla diagonalizzazione delle matrici simmetriche (teorema spettrale).  
(b) Stabilire se la matrice

$$A = \begin{bmatrix} -2 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -1 \end{bmatrix}$$

è diagonalizzabile. In caso affermativo determinare una base di  $\mathbb{R}^2$  formata da autovettori di  $A$  di modulo (= lunghezza = norma) uno. Si tratta di una base ortonormale? Giustificare la risposta.

4. Determinare il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n + 2^n}{(n + 2)!}.$$

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale

<b>Analisi e geometria 2</b> <b>Docente:</b>		<b>Prima Prova in Itinere</b> <b>27 aprile 2010</b>
<b>Cognome:</b>	<b>Nome:</b>	<b>Matricola:</b>

• Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta a quadretti non devono essere consegnati. Durante la prova non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni.

1. Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y''(x) - 9y(x) = e^{3x}.$$

2. In  $\mathbb{R}^3$  si fissi la base canonica  $e_1, e_2, e_3$  e si consideri l'applicazione lineare  $f$  definita da

$$\begin{cases} f(e_1) = e_1 + e_2 + 2e_3, \\ f(e_2) = e_2 + e_3, \\ f(e_3) = 2e_1 + 3e_2 + 5e_3. \end{cases}$$

- (a) Dare la definizione di applicazione lineare.
- (b) Determinare la dimensione e una base per l'immagine  $\text{Im}(f)$ .
- (c) Determinare la dimensione e una base per il nucleo  $\text{Ker}(f)$ .
- (d) Stabilire se  $f$  è biiettiva (cioè iniettiva e suriettiva).

3. (a) Enunciare il teorema sulla diagonalizzazione delle matrici simmetriche (teorema spettrale).  
(b) Stabilire se la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} & 4 \end{bmatrix}$$

è diagonalizzabile. In caso affermativo determinare una base di  $\mathbb{R}^2$  formata da autovettori di  $A$  di modulo (= lunghezza = norma) uno. Si tratta di una base ortonormale? Giustificare la risposta.

4. Determinare il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n} + 3^n}{(n+3)!}.$$



Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale

Analisi e geometria 2 Docente:		Prima Prova in Itinere 27 aprile 2010
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta a quadretti non devono essere consegnati. Durante la prova non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni.

1. Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y''(x) + y'(x) = e^{-x}.$$

2. In  $\mathbb{R}^3$  si consideri l'applicazione lineare definita da

$$f \left( \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} y + z \\ x + y + 2z \\ x + 3y + 4z \end{bmatrix}$$

- (a) Dare la definizione di applicazione lineare.
- (b) Determinare la dimensione e una base per l'immagine  $\text{Im}(f)$ .
- (c) Determinare la dimensione e una base per il nucleo  $\text{Ker}(f)$ .
- (d) Stabilire se  $f$  è biiettiva (cioè iniettiva e suriettiva).

3. (a) Una matrice quadrata di ordine  $n$  che abbia  $n$  autovalori reali e distinti è necessariamente diagonalizzabile? Giustificare la risposta.
- (b) Stabilire se la seguente matrice

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

è diagonalizzabile. In caso affermativo determinare una base di  $\mathbb{R}^2$  formata da autovettori di  $A$  di modulo (= lunghezza = norma) uno. Si tratta di una base ortonormale? Giustificare la risposta.

4. Determinare il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{2n} \left( \sin \left( \frac{1}{2n} \right) \right)^{2n} .$$

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale

Analisi e geometria 2 Docente:		Prima Prova in Itinere 27 aprile 2010
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta a quadretti non devono essere consegnati. Durante la prova non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni.

1. Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y''(x) - y'(x) = e^x.$$

2. In  $\mathbb{R}^3$  si consideri l'applicazione lineare definita da

$$f \left( \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} y + 2z \\ x + 2y + 3z \\ x + 3y + 5z \end{bmatrix}$$

- (a) Dare la definizione di applicazione lineare.
- (b) Determinare la dimensione e una base per l'immagine  $\text{Im}(f)$ .
- (c) Determinare la dimensione e una base per il nucleo  $\text{Ker}(f)$ .
- (d) Stabilire se  $f$  è biiettiva (cioè iniettiva e suriettiva).

3. (a) Una matrice quadrata di ordine  $n$  che abbia  $n$  autovalori reali e distinti è necessariamente diagonalizzabile? Giustificare la risposta.
- (b) Stabilire se la seguente matrice

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

è diagonalizzabile. In caso affermativo determinare una base di  $\mathbb{R}^2$  formata da autovettori di  $A$  di modulo (= lunghezza = norma) uno. Si tratta di una base ortonormale? Giustificare la risposta.

4. Determinare il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{2n} \left( \sin \left( \frac{1}{3n} \right) \right)^{2n} .$$