



Es. 1	Es. 2	Es. 3	Totale

Analisi e geometria 2 Docente:		Prima Prova in Itinere 26-04-2012
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Ogni risposta dev'essere giustificata. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta a quadretti non devono essere consegnati. Durante la prova non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni.

1.  (a) Sia  $V$  uno spazio vettoriale reale di dimensione finita e sia  $f : V \rightarrow V$  un'applicazione lineare iniettiva. È possibile che  $f$  non sia suriettiva? (Motivare la risposta).
- (b) Sia  $M$  lo spazio vettoriale delle matrici reali  $2 \times 2$ . L'operatore  $g : M \rightarrow M$  definito da  $g(A) = A^2 + A^6$  è lineare? (Motivare la risposta).
-  (c) Sia  $h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'operatore lineare definito da

$$h([x, y, z]^T) = [-x + 2y + z, -x + 2y, -x + 2y + z]^T.$$

Determinare la dimensione e una base per il nucleo e per l'immagine di  $h$ .

2. (a) Si dia la definizione di autovettore di una matrice quadrata.

(b) Trovare gli eventuali valori di  $k$  per i quali  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$  è autovettore della matrice  $\begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ .

(c) Sia  $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ . Trovare gli autovalori e gli autovettori di  $A$ , e, se possibile, una base ortonormale di  $\mathbb{R}^3$  formata da autovettori di  $A$ .

3. (a) Trovare la soluzione generale dell'equazione  $x'' + 2x' - 3x = 1$ .
- (b) Trovare la soluzione generale dell'equazione  $x'' + 2x' - 3x = e^{3t}$ .
- (c) Risolvere il problema di Cauchy 
$$\begin{cases} x'' + 2x' - 3x = 1 + e^{3t} \\ x(0) = 1 \\ x'(0) = 1 \end{cases}$$