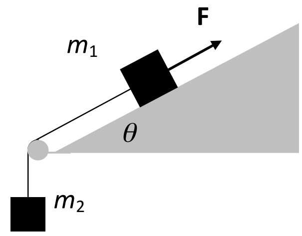
## POLITECNICO DI MILANO

**Fondamenti di Fisica Sperimentale, a.a. 2014-15**

*Prima prova in itinere, 8 maggio 2015, prof. R. Be*

*<u>Giustificare le risposte</u> e scrivere in modo chiaro e leggibile. Sostituire i valori numerici solo alla fine, dopo aver ricavato le espressioni letterali. Scrivere in stampatello nome, cognome, matricola e firmare ogni foglio.*

**1**. Si consideri il sistema in figura, in cui a una massa $m_1$ = 1 kg appoggiata su un piano scabro, inclinato dell'angolo $\theta$ = 30° rispetto all'orizzontale, è collegata, tramite un filo inestensibile e di massa trascurabile, una massa $m_2$ = 3 kg. L'oggetto di massa $m_2$ è sospeso nel vuoto mediante una carrucola priva di attriti e di massa trascurabile. Il piano scabro ha cofficienti di attrito statico $\mu_S$ = 0.3 e dinamico $\mu_D$ = 0.2. Inoltre, una forza **F** è applicata alla massa $m_1$ in direzione parallela al piano inclinato, verso l'alto.




Inizialmente il sistema è in quiete; in questa condizione si calcolino:

a) il modulo della tensione del filo;

b) il massimo valore del modulo della forza **F** affinchè il sistema rimanga in quiete.

La forza **F** viene quindi aumentata del 10% rispetto al valore calcolato nel punto b). In tali condizioni:

c) calcolare il lavoro della forza d'attrito quando l'oggetto di massa $m_2$ sale di $\Delta h$ = 20 cm.

**2.** Un satellite di massa $m$ = 250 kg è in orbita geostazionaria attorno alla terra.

a) trovare il raggio dell'orbita.

A un certo instante, e per un tempo molto breve, vengono accesi i razzi di posizionamento e il modulo della velocità del satellite viene dimezzato (la direzione della velocità rimane invece costante). Il satellite viene così a trovarsi nell'apogeo di una nuova orbita ellittica.

b) Si determini la minima distanza dal centro della terra della nuova orbita (perigeo).

[G = 6.67 $10^{-11}$ $m^3/kg\ s^2$; $M_{Terra}$ = 5.97 $10^{24}$ kg; $R_{Terra}$ = 6371 km]

**3.** Un corpo puntiforme di massa $m$ = 0,5 kg procede lungo un piano orizzontale liscio con velocità $v_i$= 1 m/s e urta un corpo inizialmente fermo di massa $M$ = 1 kg. In seguito all'urto la massa $M$ inizia a muoversi con velocità $v_M$ = 2/3 m/s, nello stesso verso di $v_i$ mentre il corpo di massa $m$ inverte il suo moto e acquisisce una velocità in modulo pari a $v_f$ = 1/3 m/s.

a) Quali grandezze si conservano durante l'urto e di che tipo di urto si tratta?

b) Enunciare il terzo principio della dinamica e spiegare perché i risultati dell'esperimento descritto sopra possono essere impiegati per dimostrare la validità di una parte di detto principio.

**4.** Una massa puntiforme $M$ = 400 g è appesa a un filo inestensibile e di massa trascurabile di lunghezza $L$ = 60 cm.

a) Indicare, giustificando la risposta, in quale punto del moto del pendolo la tensione del filo raggiunge il suo valore massimo.

Si sa che il filo si spezza se sottoposto a tensioni uguali o maggiori di $T_{max}$ = 5 N.

b) Determinare l'angolo minimo $\theta_{min}$ (formato dal filo e dalla verticale per il punto di sospensione) da cui fare partire l'oscillazione del pendolo, con velocità iniziale nulla, affinché il filo si spezzi durante il moto.

**TRACCE DI SOLUZIONE**

**ES. 1**

a) Quando il sistema è in quiete, le uniche due forze ad agire sulla massa $m_2$, cioè la tensione e la forza peso, devono essere uguali in modulo. Perciò:

$$T = m_2 g = 29.4 \text{ N}$$

b) La forza **F** è applicata sulla massa $m_1$. La forza massima applicabile si ottiene considerando una situazione di equilibrio in cui la forza di attrito ha verso opposto rispetto a **F**:

$$0 = T + m_1 g \sin\theta + \mu_S m_1 g \cos\theta - F_{MAX}$$

Si ricava:

$$F_{MAX} = T + m_1 g(\sin\theta + \mu_S \cos\theta) = 36.8 \text{ N}$$

c) Il sistema si mette in moto non appena la forza F supera il valore trovato al punto precedente. Il lavoro fatto dalla forza d'attrito dipende però solo da quest'ultima (ha un valore costante nella situazione di moto ed indipendente da F) e dallo spazio percorso e si ha semplicemente:

$$L = -\mu_D m_1 g \cos\theta \;\; \Delta h = -0.34 \text{ J}$$

**ES. 2**

a) Un'orbita geostazionaria è caratterizzata dall'avere lo stesso periodo del giorno terrestre, che per la precisione vale $T$ = 86164 s (ma anche l'approssimazione 24 h x 60 min x 60 s = 86400 s va bene). Affinché il satellite appaia stazionario rispetto ad un sistema di riferimento solidale alla superficie terrestre tale orbita deve essere circolare. Il moto del satellite sarà quindi di tipo circolare uniforme, responsabile del quale è la forza di attrazione gravitazionale con la Terra:

$$m\frac{v^2}{r} = G\frac{mM_T}{r^2}$$

Si ricava da questa equazione cinematica il valore del raggio dell'orbita:

$$r = \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}} = 4.2\ 10^7 \text{ m}$$

b) Nel momento in cui la velocità è dimezzata i razzi non sono più in azione. Da tale istante in poi agisce la sola forza di attrazione gravitazionale, che è conservativa. In particolare, conviene considerare la conservazione del momento angolare **L** = **r** x **p** (perché la forza gravitazionale è centrale) e la conservazione dell'energia totale meccanica. Sia $v_a = v/2$ la velocità nel punto di afelio (punto di distanza massima pari alla distanza iniziale $r$, che è quello in cui il satellite si trova dopo la frenata), dove $v$ è la velocità del moto precedente, che possiamo ricavare semplicemente da $v = 2\pi r/T$. Sia $v_p$ la velocità nel punto di perigeo (punto di minima distanza $r_p$, che dobbiamo ricavare), dove il satellite è sull'asse minore dell'orbita ellittica, alla distanza $r_p$ dalla Terra.

Le equazioni di conservazione si scrivono:

$$r m v_a = r_p m v_p$$
$$\frac{1}{2} m v_a^2 - G\frac{m M_T}{r} = \frac{1}{2} m v_p^2 - G\frac{m M_T}{r_p}$$

Da queste si ricava:

$$r_P = \frac{-G M_T \pm \sqrt{G^2 {M_T}^2 + r^2 v_a^4 - 2 G M_T r v_a^2}}{v_a^2 - \frac{2 G M_T}{r}}$$

L'espressione si semplifica in:

$$r_P = \frac{-G M_T \pm (r v_a^2 - G M_T)}{r v_a^2 - 2 G M_T} r$$

La soluzione per il segno meno è:

$$r_P = \frac{r^2 v_a^2}{2 G M_T - r v_a^2}$$

Poiché $r v_a^2 = \frac{1}{4} M_T G$ si ottiene: $r_P = \frac{1}{7} r = 6.03\ 10^6\ \mathrm{m}$
La soluzione con il segno più coincide con l'apogeo (*r*).

**ES. 3**

a) Si conservano la quantità di moto e l'energia cinetica totale, quindi l'urto è elastico.

b) Poiché il sistema è isolato il caso sperimentale presentato è un esempio di applicazione del principio di conservazione della quantità di moto nel caso di sistemi isolati.
La dimostrazione di tale principio è possibile solo assumendo valida la parte del terzo principio della dinamica che permette di asserire che la risultante di tutte le forze interne è uguale a zero. Solo in questo caso la variazione della quantità di moto totale è nulla, essendo nulla la risultante delle forze esterne.
La conservaizone della quantità di moto non riesce però a dimostrare che le forze che si scambiano due corpi devono avere la stessa retta di applicazione che congiunge i due corpi. Per questa seconda parte è necessario verificare la validità sperimentale del principio di conservazione del momento angolare per un sistema di punti materiali.

**ES. 4**

a) La tensione del filo nel pendolo è data da

$$T = Mg\cos(\alpha) + M\frac{v^2}{L}$$

ed è dunque massima per $\alpha = 0$ (filo verticale), dove sia la velocità sia la proiezione della forza peso sono massime.

b) Calcolo la velocità nel punto di massima tensione mediante un bilancio energetico:

$$\frac{1}{2}Mv^2 = MgL[1 - \cos(\alpha)] \rightarrow v = \sqrt{2gL[1 - \cos(\alpha)]}$$

L'equazione della dinamica proiettata lungo la direzione radiale del moto fornisce (nel punto di massima tensione)

$$M\frac{v^2}{L} = T - Mg$$

e si ha rottura della fune quando $T = T_{\max}$ , da cui sostituendo l'espressione per $v$ si trova

$$\alpha_{\min} = \arccos\left(\frac{3}{2} - \frac{T_{\max}}{2Mg}\right) \cong 30°$$