Capitolo 1. Reti Resistive

Esercizio 1.1

Tre resistori, collegati in serie e percorse da una corrente I di 2 A, dissipano rispettivamente le seguenti potenze:
P1 = 20 W
P2 = 32 W
P3 = 24 W
Determinate i valori delle rispettive tensioni V1,V2, V3 e delle resistenze R1, R2, R3

[V1 = 10 V, V2 = 16 V, V3 = 12 V, R1 = 5 Ω, R2 = 8 Ω, R3 = 6 Ω]

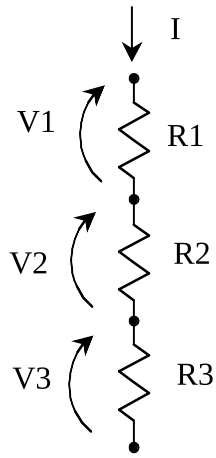

Figura 1.1

Soluzione

Le tre resistenze sono collegate come indicato in Figura 1.1. Ricordando che l'espressione della potenza dissipata in un resistore si può esprimere come:

$$P = V \cdot I = R \cdot I^2 = G \cdot V^2$$

Si ottiene V1 = P1/I = 10 V, V2 = P2/I = 16 V mentre V3 = P3/I = 12 V. Le resistenze si ottengono utilizzando l'espressione di P in funzione della resistenza e del quadrato della corrente o dall'equazione costitutiva del resistore V = R· I che fornisce R1 = V1/I = 5 Ω, R2 = V2/I = 8 Ω ed R3 = V3/I = 6 Ω.

Esercizio 1.2

Tre resistori collegati in parallelo, dissipano rispettivamente le seguenti potenze:
P1 = 50 W
P2 = 25 W
P3 = 20 W

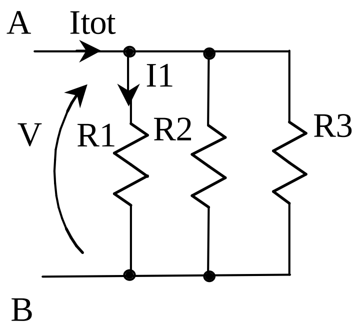

Figura 1.2

È noto inoltre che la corrente I1 che percorre la resistenza R1 è pari a 5 A.
Determinate i valori delle resistenze R1, R2, R3 e la corrente totale.

[R1 = 2 Ω, R2 = 4 Ω, R3 = 5 Ω, Itot = 9.5 A]

Soluzione

Le tre resistenze sono collegate come indicato in Figura 1.2. Per ottenere i valori delle resistenze conviene determinare i rispettivi valori delle conduttanze sfruttando la relazione $P = G \cdot V^2$*, essendo V la stessa per tutte le resistenze in parallelo.*
Conoscendo la corrente di una di esse (I1) è possibile risalire al valore della tensione applicata che è pari a $V = P1/I1 = 10$ *V.*
Da cui si può ottenere:

G1 = P1/V2 = 0.5 S   R1 = 1/G1 = 2 Ω
G2 = P2/V2 = 0.25 S   R2 = 1/G2 = 4 Ω
G3 = P3/V2 = 0.2 S   R3 = 1/G3 = 5 Ω.

Si può calcolare la corrente totale o come rapporto tra la potenza totale e la tensione (Itot = Ptot/V = (P1+P2+P3)/V = 9.5 A) oppure come somma
delle correnti di ogni resistenza (legge di Kirchhoff delle correnti) Itot = I1+I2+I3 = V·G1+V·G2+V·G3 = 9.5 A.

Dall'ultima espressione si nota che la corrente totale si può calcolare anche come prodotto della tensione per la conduttanza equivalente del parallelo dei tre resistori:

Itot = Gtot·V = (G1+G2+G3)· V = 9.5 A

Esercizio 1.3

Tre resistori collegati in serie presentano i seguenti valori di resistenza

R1 =
R2 =
R3 =

Conoscendo la corrente I che li attraversa, determinate le tensioni V1, V2, V3, V4 con le convenzioni di misura indicate in Figura 1.3

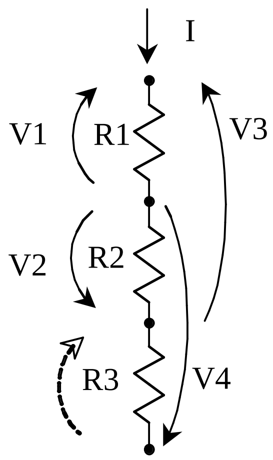

Figura 1.3

Soluzione

La tensione V1 si può trovare sfruttando il legame V1 = R1·I = V (convenzione degli utilizzatori) ed analogamente V2 = – R2·I = V (convenzione dei generatori). La tensione V3 si trova sfruttando la legge di Kirchhoff delle tensioni V1 – V2 – V3 = 0 da cui V3 = V1 – V2 = V. Per trovare la tensione V4 è necessario determinare preliminarmente la tensione su R3. Se si sceglie il verso indicato con la freccia tratteggiata indicata in Figura 1.3 si ha VR3 = R3·I = V (convenzione degli utilizzatori) e V4 + VR3 – V2 = 0 da cui V4 = V2 – V3 = V

Esercizio 1.4

Tre resistori collegati in parallelo presentano i seguenti valori di resistenza:

R1 = 10
R2 = 20
R3 = 25

Conoscendo la tensione V=100 applicata ai capi del parallelo, determinate le correnti I1, I2, I3 e I4 con le convenzioni di misura indicate in Figura.

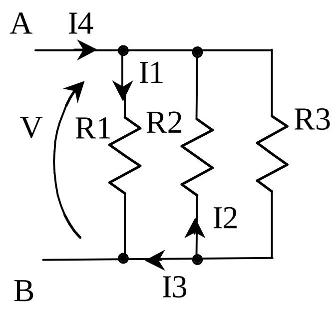

Figura 1.4

Soluzione

La corrente I1 si può trovare utilizzando il legame I1 = V/R1 =10 A (convenzione degli utilizzatori). La corrente I2 si può trovare utilizzando il legame I2 = -V/R2 = -5 A (convenzione dei generatori).

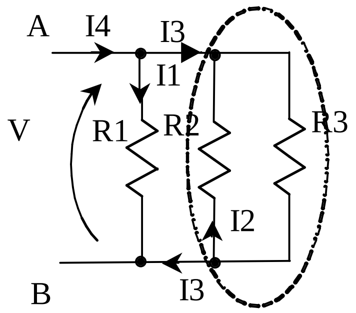

Figura 1.5

La corrente I3 si può trovare determinando il valore della corrente IR3 (da A a B) = V/R3 = 4 e sfruttando la LKC al nodo:
I3 = IR3 – I2 = 9 A
La corrente I4 si può ottenere osservando che la superficie tratteggiata di figura 1.5 rappresenta un nodo generalizzato e quindi la corrente I3 entra ed esce dal nodo.

La LKC consente di scrivere:
I4 = I1+I3 =19 A

Esercizio 1.5

Dato il circuito in figura 1.6, sono note le potenze dissipate dalle quattro resistenze e la corrente I:
P1 = 40 W
P2 = 30 W
P3 = 25 W
P4 = 35 W
I = 4 A.

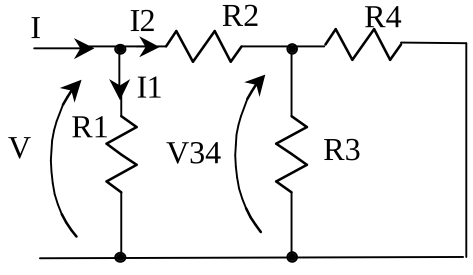

Figura 1.6

Determinare i valori delle quattro resistenze e della tensione V

Soluzione

*Conoscendo la potenza dissipata in ogni resistore è possibile risalire al valore della totale potenza dissipata dall'oggetto a sinistra dei morsetti P = P1+P2+P3+P4 = 130W. Tale valore corrisponde anche al prodotto della tensione per la corrente; quindi V = P/I = 32.5 V. Sfruttando ora le equazioni costitutive, le leggi ai nodi e le leggi alle maglie è possibile percorrere il circuito da sinistra a destra in modo da ottenere i valori delle quattro resistenze. Di R1 si conosce potenza dissipata e tensione: G1 = P1/V2 = 0.03787 S da cui R1 = 1/G1 = 26.41 Ω. Sfruttando la legge ai nodi e l'equazione costituiva è possibile conoscere la corrente circolante in R2: I2 = I-G1*V = 2.769 A. Quindi R2 = P2/I2 = 3.912 Ω. Ora è possibile conoscere la tensione sull'oggetto costituito dal parallelo di R3 con R4 sfruttando una legge alle maglie ed una equazione costitutiva: V34 (= V3 = V4) = V-R2*I2 = 21.67 V. Quindi G3 = P3/V34 = 0.05324 S da cui R3 = 1/G3 = 18.78 Ω e G4 = P4/V34 = 0.07453 S da cui R4 = 1/G4 = 13.42 Ω.*

Esercizio 1.6

Sia dato il circuito rappresentato in figura 1.7, con i seguenti dati:
R1 = 5 Ω, R2 = 10 Ω, R3 = 20 Ω, R4 = 30 Ω, V1 = 10 V.
Determinare la tensione V e la corrente I4

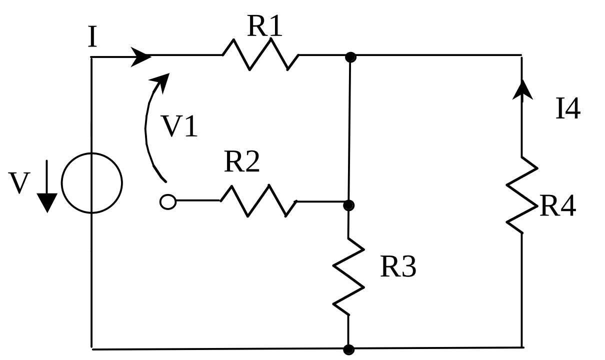

Figura 1.7

Soluzione

Poichè R2 non è percorso da corrente in quanto risulta in serie ad un circuito aperto, per la equazione cosituttiva del resistore la tensione su R2 è nulla e quindi, per la legge alle maglie, la tensione V1 insiste

*sulla sola R1 ed R2 è ininfluente al problema. Di conseguenza si può facilmente calcolare la corrente I = V1/R1 = 2 A che è la stessa corrente che circola nell'oggetto ottenuto dal parallelo di R3 con R4. La sua conduttanza vale G34 = G3+G4 = 0.08333 S mentre la sua resistenza è l'inverso R34 = 1/G34 = 12 Ω. Per la legge alle maglie risulta, quindi, V = -R34*I-V1*
= -34 V. E' possibile calcolare la corrente I4 dalla formula del partitore di corrente facendo attenzione ai segni:
*I4 = -I*G4/(G3+G4) = -0.8 A.*
Un altro approccio potrebbe essere quello di considerare che V insiste sulla serie di R1 con un oggetto, costituito dal parallelo di R3 con R4, di resistenza R34 = 12 Ω. Per la formula del partitore di tensione si ha che V = -V1(R1+R34)/R1 = -34 V. La corrente I4 è facilmente calcolabile conoscendo la tensione V4 che insiste su R4: I4 = V4/R4. Ma, per la legge alle maglie, V4-V1-V = 0 da cui V4 = -24V e quindi I4 = V4/R4 = -0.8 A.*

Esercizio 1.7

Dato il circuito in figura 1.8 sono noti:
R1 = 60 Ω, R2 = 60 Ω, R3 = 32 Ω, R4 = 80 Ω, I = 120 A.

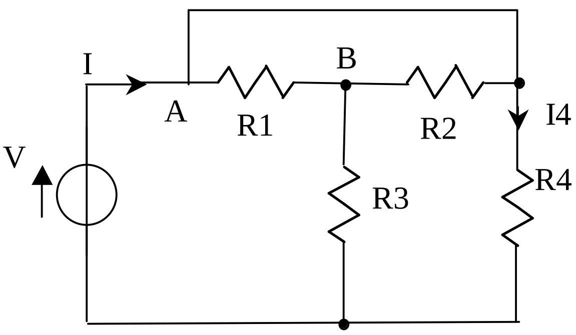

Figura 1.8

Soluzione

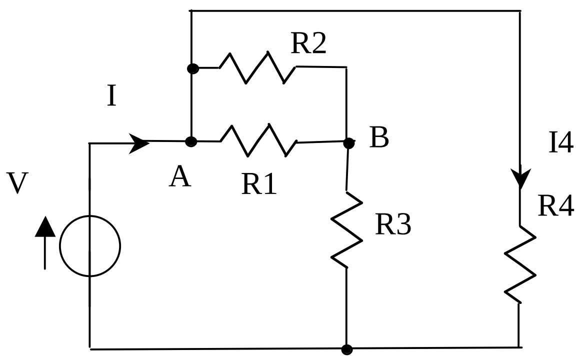

Figura 1.9

*R1 ed R2 sono in parallelo attraverso il cortocircuito superiore (figura 1.9); il circuito si riduce al parallelo di R4 con un la serie di R3 con il parallelo tra R1 ed R2 di resistenza totale R123 = R3+1/G12 dove G12 = G1+G2 = 0.03333 S. Quindi R123 = 62 Ω da cui G123 = 0.01613 S. Applicando la formula del partitore di corrente si ottiene: I4 = I * G4 /(G123+G4) = 52.39 A*